

- [1] К о с н Н.В., М о т з J.W. // Rev. Mod. Phys. 1959. V. 31. N 4. P. 920.
- [2] К о м а р А.П., К р у г л о в С.П., Л о п а т и н И.В. Измерение полной энергии пучков тормозного излучения от электронных ускорителей. Л.: Наука, 1972. 174 с.
- [3] М о р о х о в с к и й В.Л., К а с и л о в В.И., К о в а л е н к о Г.Д., Ф и с у н А.Н. // ПТЭ. 1973. № 3. С. 36.
- [4] L u t z G., T i m m U.Z. // Naturf. 1966. V. 21a. P. 1976.
- [5] Б о ч е к Г.Л., В и т ь к о В.И., Г р и ш а е в И.А. и др. // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Общая и ядерная физика, ХФТИ, 1978. В. 1(1). С. 71.

Харьковский  
физико-технический  
институт АН УССР

Поступило в Редакцию  
18 ноября 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 15, вып. 3

12 февраля 1989 г.

### МУЛЬТИСТАБИЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ ДИССИПАТИВНО СВЯЗАННЫХ ФЕЙГЕНБАУМОВСКИХ СИСТЕМ

В.В. А с т а х о в, Б.П. Б е з р у ч к о,  
Ю.В. Г у л я е в, Е.П. С е л е з н е в

В последнее время большое внимание уделяется исследованию динамики связанных систем, каждая из которых демонстрирует переход к хаосу через каскад удвоений периода [1-5]. Универсальные свойства подобия, присущие индивидуальному объекту (фейгенбаумовская система), имеют место и в связанных системах [2, 3]. Помимо движений с удвоенным периодом, взаимодействие порождает квазипериодические режимы с последующим их разрушением [1], не реализуемые в отдельной фейгенбаумовской системе. Для таких широко распространенных универсальных систем важно иметь полную картину поведения, связывающую воедино различные проявления взаимодействия. В данной работе подобная картина построена для двух диссипативно связанных фейгенбаумовских систем [2] с дискретной группой симметрии по отношению к временному сдвигу [6]. Численно и экспериментально исследуются закономерности в эволюции регулярных и хаотических режимов.

Для логистических отображений диссипативный тип связи в смысле [2] имеет вид

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= \lambda - x_n^2 + k(x_n^2 - y_n^2), \\y_{n+1} &= \lambda - y_n^2 + k(y_n^2 - x_n^2),\end{aligned}\tag{1}$$

где  $x_n, y_n$  – динамические переменные,  $\lambda$  – параметр нелинейности,  $k$  – параметр связи. Согласно результатам работы [10], динамика системы (1) сходна с динамикой экспериментальной системы (в определенной области значений параметров и начальных условий) из двух резистивно связанных нелинейных колебательных контуров, синфазно возбуждаемых гармоническими сигналами. В качестве объектов экспериментального и численного исследования выберем эти две системы. Экспериментальная установка и динамика одиночного радиотехнического осциллятора подробно описаны в работах [9, 10]. При численном исследовании использовались комплексы программ [7, 8]. Учитывая, что полученные здесь результаты численного счета и физического эксперимента находятся в хорошем соответствии, проводить разграничение между ними в дальнейшем изложении не будем. Отметим только, что параметру  $\lambda$  системы (1) в эксперименте соответствует амплитуда внешнего гармонического воздействия, параметру  $k$  – проводимость резистора связи, шагу итераций ( $T$ ) – период внешнего воздействия.

Анализ поведения связанных систем базируется на классификации возможных видов колебаний в вырожденном случае нулевой связи, заключающейся в следующем. С увеличением параметра  $\lambda$  каждая из подсистем демонстрирует каскад бифуркаций удвоения периода. По отношению друг к другу подсистемы могут колебаться либо синфазно, либо с фазовым сдвигом на величину кратную  $T$ . Чтобы охарактеризовать поведение системы в целом, следует указать не только период, но и величину сдвига между колебаниями в подсистемах. Таким образом, каждый режим колебаний с периодом  $2^n T$  может быть реализован  $2^n$  способами, отличающимися друг от друга величиной сдвига между временными реализациями колебаний в подсистемах на  $\Delta t = mT$ , где  $m = 0, 1, 2, \dots, 2^n - 1$ ,  $n = 0, 1, \dots$ . Режимы, соответствующие разным конкретным  $m$ , будем классифицировать как различные виды колебаний. Эволюция синфазных режимов ( $m = 0$ ) в системе (1) и нелинейных колебательных контурах детально изучена в работах [2, 10].

На рис. 1 схематически показана эволюция различных видов колебаний при изменении  $\lambda$  и малом фиксированном  $k$ . Сплошные линии соответствуют устойчивым режимам, штриховые – неустойчивым. Точками показаны бифуркационные переходы. Символы около линий означают:  $2^n T^m$  – цикл периода  $2^n T$  вида номер  $m$ ,  $2^n B^m - 2^n$  – ленточный хаотический аттрактор на базе вида колебаний номера  $m$ .<sup>1</sup> Поясним узловые моменты этой схемы. На ней выделены четыре ветви: А, Б, В, Г. Ветвь А соответствует эволюции синфазных режимов ( $m = 0$ ), Б, В, Г – несинфазных режимов ( $m \neq 0$ ). Последовательность удвоений синфазных циклов завершается возникновением синфазного фейгенбаумовского хаоса. Значения  $\lambda$ ,

<sup>1</sup> Виды колебаний периода  $2^n T$  с положительными номерами  $m$  и отрицательными ( $m - 2^n$ ) тождественны.

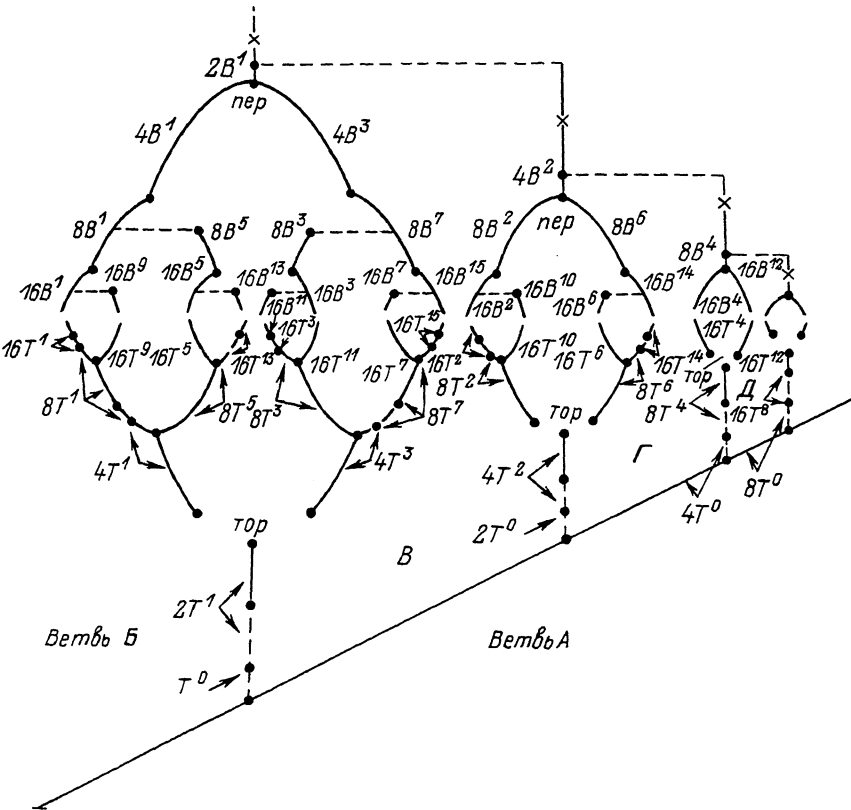


Рис. 1. Схема эволюции различных видов колебаний при изменении  $\lambda$  и фиксированном  $k = 0.002$ .

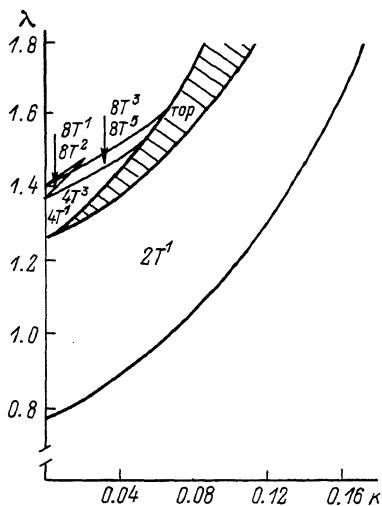
при которых происходят бифуркации удвоений синфазных циклов в связанной системе, точно совпадают с соответствующими бифуркационными значениями в индивидуальной системе. На схеме в точках ветвления исходный цикл теряет устойчивость, в его окрестности рождается устойчивый цикл удвоенного периода. С увеличением  $\lambda$  потерявший устойчивость цикл еще раз претерпевает бифуркацию удвоения периода, возникает неустойчивый цикл, который в дальнейшем также становится устойчивым. В результате каждый из синфазных циклов порождает свою ветвь несинфазных режимов (Б, В, Г, ...). Для несинфазных циклов, родившихся из синфазных ( $2T^1$ ,  $4T^2$ ,  $8T^4$ , ... на ветвях Б, В, Г, ..., соответственно), обязательно имеет место бифуркация рождения тора. В результате синхронизации движения на торе возникают пары циклов (на ветви Б -  $4T^1$  и  $4T^3$ , на В -  $8T^2$  и  $8T^6$ , на Г -  $16T^4$  и  $16T^{12}$ , ...). Квазиперио-

Рис. 2. Области существования устойчивых циклов, соответствующих несинфазным видам колебаний ветви Б.

дические движения представляют собой „биения“ между видами колебаний соответствующей пары. Такая интерпретация детально обсуждается в работе [10]. В хаосе с ростом надкритичности наблюдается последовательность бифуркаций слияния лент стохастического аттрактора, причем переходы между аттракторами  $2^n B^m$ , сопровождаемые уменьшением числа их видов в два

раза, происходят в порядке, обратном возникновению циклов соответствующих видов  $2^n T^m$ . На каждой из ветвей последовательность слияния лент завершается аттракторами (на ветви Б —  $4B^1$  и  $4B^3$ , на ветви В —  $8B^2$  и  $8B^6, \dots$ ), у которых  $n$  и  $m$  совпадают с индексами циклов, возникших в результате синхронизации движения на торе. При дальнейшем увеличении надкритичности наблюдается режим перемежающейся стохастичности „хаос  $\rightleftharpoons$  хаос“ между парами аттракторов: на ветви Б между  $4B^1$  и  $4B^3$ , на В между  $8B^2$  и  $8B^6, \dots$ . Режим перемежающейся стохастичности плавно сменяется аттрактором  $2^n B^m$ , у которого  $n$  и  $m$  совпадают с индексами цикла, являющегося началом этой ветви (на Б —  $2B^1$ , на В —  $4B^2, \dots$ ). Выше отметки (ж) соответствующий аттрактор объединяется с аттракторами, которые образуют ветви, расположенные справа. Далее происходит перескок на аттрактор, образующий ближайшую левую ветвь схемы.

Описанная картина поведения сохраняется не при всех значениях  $k$ . На плоскости управляющих параметров  $\lambda - k$  (рис. 2) построены линии бифуркационных значений циклов соответствующих несинфазным видам колебаний ветви Б. Области существования видов колебаний помечены теми же символами, что и на рис. 1. Цикл  $2T^1$  с увеличением  $\lambda$  претерпевает бифуркацию рождения тора. На линию рождения тора опираются языки синхронизации с различными рациональными числами вращения (на рисунке не показано). Циклы  $4T^1$  и  $4T^3$  так же возникают в результате синхронизации движения на торе. Реализация каждого из них зависит от выбора начальных условий. Линии седло-узловых бифуркаций циклов  $4T^1$  и  $4T^3$  совпадают и опираются на линию рождения тора в точке  $k=0$ . Другие циклы возникают в результате бифуркаций удвоения периода. Изображенные на рис. 2 линии бифуркационных значений для циклов только одной ветви уже показывают, что схема эволюции видов колебаний (рис. 1) с увеличением  $k$  будет упрощаться. При доста-



точно больших  $k$  останется только одна ветвь синфазных режимов.

Проведенная классификация возможных видов колебаний в вырожденном случае нулевой связи позволяет продвинуться вперед в построении полной картины поведения двух диссипативно связанных фейгенбаумовских систем с дискретной группой симметрии по отношению к временному сдвигу. Схема эволюции видов колебаний (рис. 1) связывает воедино различные проявления взаимодействия: возникновение качественно новых режимов и сохранение свойств отдельной системы. Во взаимодействующих системах сохраняются масштабно-инвариантные свойства индивидуального объекта. Значения, при которых происходят бифуркации удвоения и переход к хаосу для синфазных видов колебаний, точно совпадают с соответствующими бифуркационными значениями в отдельной фейгенбаумовской системе. Кроме того, проявляются свойства подобия между ветвями (Б, В, Г, ...) несинфазных видов колебаний, включая и квазипериодические движения, что видно из рис. 1.

Выражаем признательность С.П. Кузнецову за полезное обсуждение работы.

#### Л и т е р а т у р а

- [1] К а н е к о К. Collaps of tori and genesis of chaos in dissipative system. World Scientific, 1986. 264 p.
- [2] Кузнецов С.П. // Изв. вузов, Радиофизика. 1985. Т. 28. С. 991-1007.
- [3] Безручко Б.П., Гуляев Ю.В., Кузнецов С.П., Селезнев Е.П. // ДАН СССР. 1986. Т. 287. № 3. С. 619-622.
- [4] P i s o v s k y A.S. // Z. Phys. B. 1984. V. 55. P. 149.
- [5] Анищенко В.С., Арансон И.С., Постнов Д.Э., Рабинович М.И. // ДАН СССР. 1986. Т. 286. № 5. С. 1120-1124.
- [6] Пиковский А.С. // Изв. вузов, Радиофизика. 1986. Т. 29. С. 1438-1446.
- [7] Хибник А.И. Алгоритмы и программы на ФОРТРАНЕ. Материалы по математическому обеспечению ЭВМ. В. 5. Пушкино, НЦБИ АН СССР, 1979.
- [8] Анищенко В.С., Сафонова М.А. Алгоритмы и программы. Информационный бюллетень ГОСФАП. 1986. № 2(71). С. 32.
- [9] Астахов В.В., Безручко Б.П., Селезнев Е.П. // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. С. 2558-2566.
- [10] Астахов В.В., Безручко Б.П., Пономаренко В.И., Селезнев Е.П. // Изв. вузов, Радиофизика. 1988. Т. 31. С. 627-630.

Институт радиотехники  
и электроники АН СССР  
(Саратовский филиал)

Поступило в Редакцию  
20 октября 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 15, вып. 3

12 февраля 1989 г.

02; 07

## КВАЗИНЕПРЕРЫВНЫЙ ЛАЗЕР НА ПЕРЕХОДЕ $C^3\pi_u - B^3\pi_g$ МОЛЕКУЛЯРНОГО АЗОТА

Б.М. Беркелиев, В.А. Долгих,  
И.Г. Рудой, А.Ю. Самарин,  
А.М. Сорока, В.Ф. Суховерхов

В настоящей работе приведены результаты первых исследований временных и энергетических характеристик квазинепрерывного лазера на „самоограниченном“ переходе  $C^3\pi_u - B^3\pi_g$  ( $\lambda \approx 358$  нм) второй положительной системы  $N_2$ , возбуждаемого электронным пучком.

Быстрый ( $\approx 1-3$  нс) обмен энергией между состояниями  $B_{U=1}$ ,  $A_{U=1}$  и  $A_{U=2}$  молекулы азота при столкновениях с  $Ar$  и  $N_2$  [1, 2] в характерных лазерных смесях [3-5] обеспечивает увеличение эффективного статистического веса нижнего лазерного уровня  $B^3\pi_g$  в 15-20 раз. Это позволило нам реализовать квазинепрерывную генерацию на  $\lambda = 358$  нм при включении в состав активной среды небольшой примеси  $NO$ . Достаточная  $\approx (0,5-1) \cdot 10^8$  с $^{-1}$  частота дезактивации нижнего лазерного состояния достигается уже при давлении  $NO \approx 1$  Тор (см. рис. 1, а). При этом скорость опустошения всего „резервуара“  $A_{U=2} - B_{U=1} - W_{U=1}$  составляет  $\approx 5 \cdot 10^6$  с $^{-1}$  (константы скорости тушения возбужденных состояний азота в столкновениях с  $NO$  приведены в [6, 7]).

Возбуждение газовых смесей осуществлялось электронным пучком со следующими параметрами: плотность тока  $\approx 3,5$  А/см $^2$ , энергия быстрых электронов  $\approx 170$  кэВ, длительность импульса накачки 1,4-1,6 мкс. Активный объем лазера составлял  $\approx 0,5$  л при длине усиления  $\approx 35$  см. Резонатор лазера образовывали диэлектрические зеркала с максимальным коэффициентом отражения на  $\lambda = 358$  нм и радиусом кривизны 5 м. Энергия генерации измерялась калориметром с чувствительностью 20 мВ/Дж, временные характеристики излучения регистрировались с помощью монохроматора МДР-23, ФЭУ 18 ЭЛУ-ФС и осциллографа С8-12.

Наиболее ярко влияние дезактивации нижнего лазерного уровня проявилось в хорошо известной и наиболее исследованной лазерной