частот сигналов до 100 гц, управляющих работой данного АЗ, формируемая системой актьюаторов форма отражающей поверхности, а значит и ФО с высокой степенью точности может быть описана статическим уравнением тонкой пластины. Результаты экспериментального исследования ФО показали, что диапазон частот в котором АЗ может осуществлять компенсацию фазовых искажений оптического излучения, ограничивается не частотой 1-го электро- или магнитомеханического резонанса АЗ, а частотой, начиная с которой вид „динамической" ФО начинает существенно отличаться от статической, как правило, более, чем на порядок меньшей резонансной частоты.

В заключение авторы считают приятным долгом выразить благодарность В.И. Андрюшину, Г.А. Житомирскому и В.В. Останину, С.Н. Темнову за помощь в проведении данной работы.

Литература

[1] Харди Дж. // ТИИЭР. 1978. Т. 66. № 6. С. 31-85.
[2] Физическая акустика. Под ред. Мэзона. М., 1966. Т. 1. 592 с.
[3] Аполлонов В.В., Темнов С.Н., Четкин С.А. Препринт ИОФАН СССР, № 231. М., 1987. 26 с.
[4] Лурье А.И. // Прикладная математика и механика. 1940. Т. 4. В. 1. С. 93-101.

Институт общей физики
АН СССР, Москва

Поступило в Редакцию
10 ноября 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 15, вып. 2 26 января 1989 г.

01; 05.1

ОЦЕНКА ВОЗМОЖНОСТИ КОЛЕБАНИЙ СРЕДНИХ КОНЦЕНТРАЦИЙ ДЕФЕКТОВ ПРИ ОБЛУЧЕНИИ

М. Милитцер, Ю.В. Трушин

Кинетика генерации точечных дефектов и формирование кластеров при облучении подробно исследуются в последние годы. Системой баланса для средних концентраций C_j точечных дефектов j ($j=i$ – межузельные атомы, $j=v$ – вакансии, $j=a$ – примесные атомы) и мелких кластеров ($j=2i$, ai и т.д.) является следующая система обыкновенных нелинейных уравнений

$$\dot{C}_j = g_j + \sum_{k=1}^{N} \rho_{jk} C_k + \sum_{k>l}^{N} r_{jkl} C_k C_l \quad (j=1,\ldots,N). \qquad (1)$$

Колебания в распределении дефектов и кластеров уже рассмотрены в работах [1, 2], а возможность возникновения колебаний в средних концентрациях пока не обсуждались. Целью данной работы является предложение методики оценки возможности таких колебаний, возникающих из-за нелинейных связей в системе уравнений [1] при постоянной скорости генерации g_j точечных дефектов. В работе [3] описаны преобразования системы (1) в нормальной форме, когда число уравнений $N = 2$ ($j = i, v$). При этом использована методика Пуанкаре [4, 5], которая также может быть применена при $N > 2$. Поскольку в работах [3–5] математическое описание методики представлено достаточно подробно, в настоящей заметке только кратко отмечаются основные идеи.

Сделаем замену $x_j = C_j - g_j$, что дает

$$\dot{x}_j = \sum_{k=1}^{N} A_{jk} x_k + \sum_{k>l}^{N} r_{jkl} x_k x_l . \tag{2}$$

Проведем диагонализацию

$$y = Sx \qquad (S \text{ – матрица}) \tag{3}$$

линейной части $\dot{x} = Ax$ в (2) и получим

$$\dot{y}_j = \lambda_j y_j + \sum_{k>l}^{N} \alpha_{jkl} y_k y_l , \tag{4}$$

где $\lambda_j = \gamma_j + i\omega_j$ являются решениями собственного уравнения

$$det + |A - \lambda I| = 0. \tag{5}$$

Применим преобразование

$$y_j = z_j + \sum_{|m| \geq 2}^{\infty} a_j(m) z^m , \tag{6}$$

где $m = (m_1, m_2, \ldots, m_N)$ является вектором, который имеет компонентами целые числа $m_j \geq 0$ ($j = 1, 2, \ldots, N$), $|m| = \sum_{j=1}^{N} m_j$ и $z^m = \prod_{j=1}^{N} z_j^{m_j}$, причем уравнение имеет вид

$$\dot{z}_j = \lambda_j z_j + \sum_{|m| \geq 2}^{\infty} f_j(m) z^m . \tag{7}$$

Когда отсутствуют резонансы, т.е. $\lambda_j \neq \sum_{k=1}^{N} m_k \lambda_k = (m, \lambda)$, можно выбрать $a_j(m)$ таким образом, что все нелинейные слагаемые исчезают (см. [3]). Тогда нормальная форма запишется в следующем виде:

$$\dot{z}_j = \lambda_j z_j , \tag{8}$$

откуда имеем решение

$$Z_j = Z_j^0 l^{\lambda_j t}. \tag{9}$$

Когда есть резонансы, т.е. $\lambda_j = (m, \lambda)$ при определенных $m = m^*$, получаем нелинейную нормальную форму в виде

$$\dot{Z}_j = \lambda_j Z_j + \sum_{m^*} f_j(m^*) Z^{m^*}. \tag{10}$$

Проведем обратное преобразование в случае $\lambda_j \neq (m, \lambda)$. При этом решение системы (1) можно записать в следующем виде:

$$C_j(t) = \sum_{|m| \geq 1}^{\infty} b_j(m) e^{\Gamma_m t} e^{i\Omega_m t} + \xi_j, \tag{11}$$

где $\Gamma_m = \sum_{k=1}^{N} m_k \gamma_k$ и $\Omega_m = \sum_{k=1}^{N} m_k \omega_k$. Здесь $b_j(m)$ имеет вид

$$b_j(m) = \begin{cases} \bar{S}_{je} Z_e^0 & |m| = 1 \\ \sum_e \bar{S}_{je} a_e(m) Z^{om} & |m| \geq 2, \end{cases}$$

а $\bar{S}_{je}$ – матричный элемент матрицы S^{-1}. Из (11) видно, что колебания возникают только тогда, когда

$$\Omega_m \neq 0, \tag{12}$$

т.е. решения λ_j собственного уравнения (5) являются комплексными числами. Кроме того, можно установить, что условие (12) не меняется в случае наличия резонансов. Следовательно, чтобы выполнить условие (12), необходимо иметь решение уравнения (5), которое представляет собой алгебраическое уравнение N-й степени.

Когда N = 2, в работе [3] уже дано решение задачи, и во всех случаях условие $\lambda_i, \lambda_v < 0$ выполняется, т.е. $\omega_i = \omega_v = 0$. Это значит, что при N = 2 колебания не существуют.

Далее рассмотрим некоторые случаи систем из трех уравнений (N = 3).

а) Поведение средних концентраций точечных дефектов в чистых материалах (C_a = 0) после облучения ($g_i = g_v$ = 0), когда учитывается формирование и диссоциация комплексов $2i$ и рекомбинация $i-v$ и $2i-v$.

б) Поведение концентраций в чистом материале при облучении $g_i = g_v = g > 0$ и такие же реакции, как и в случае (а), но без учета диссоциации комплексов $2i$.

в) Поведение в материалах при $C_a > 0$, а концентрации вакансий фактически постоянной ($\dot{C}_v$ = 0). Кроме того, примесные атомы типа а движутся в материале только в составе комплексов, причем также учитывается и диссоциация этих комплексов.

В перечисленных случаях колебания средних концентраций также невозможны при параметрах, которые имеют физическое значение, поскольку комплексные решения кубических уравнений, которые в этих случаях являются собственными уравнениями, не существуют. Кроме того, численные результаты работы [6], которые учитывали случаи $N = 6$ ($j = i, v, a, vi$ и два различных типа комплексов ai) не дают никаких указаний на существование колебаний средних концентраций.

Следовательно, можно заключить, что колебания играют роль, если вообще возможны, при более сложных ситуациях, например, когда есть несколько типов различных кластеров ($3i$ и т.д.). Такие случаи можно рассмотреть с помощью изложенной выше методики. Однако следует заметить, что условие (12) является недостаточным, и когда оно действительно выполняется, то необходимо более подробное исследование вопроса о существовании колебаний. Как показано в случаях (а–в), при или после облучения в рамках сравнительно простых уравнений баланса колебания не возникают.

Авторы благодарны А.Н. Орлову за обсуждения, замечания и интерес к работе.

Л и т е р а т у р а

[1] Г а н н В.В., Т а н а т а р о в Л.В., В о л о б у е в А.В., Р е з н и ч е н к о Э.А. // Атомная энергия. 1987. Т. 62. В. 2. С. 91.

[2] К а л н и н ь Ю.Х., П и р о г о в Ф.В. Статистическая теория реакций точечных дефектов в твердых телах. Препринт ЛАФИ-083. 1985, Саласпилс, Институт физики АН Лавт. ССР, 28 с.

[3] T s a r o n h a s G. // Phys. Lett. 1986. V. A116. P. 264–270.

[4] P o i n c a r e H. These: Sur les propriétés de fonctions definies par les èquation aux differences porfielles, 1879, Paris.

[5] A r n o l d V.T. Geometrical methods in the theory of ordinary differential equations, 1983, Berlin, Springer.

[6] J o h n s o n R.A., L a m N.Q. // Phys. Rev. B13. 1976. P. 4364–4371.

Физико-технический
институт им. А.Ф. Иоффе
АН СССР, Ленинград

Поступило в Редакцию
29 сентября 1988 г.
В окончательной редакции
с 24 ноября 1988 г.