

СПЕКТРЫ ГАРМОНИК ФАЗИРОВАННОГО ШУМА
В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ БЕЗ ДИСПЕРСИИ

В.Ф. Марченко

Узкополосный шум на выходе вырожденного параметрического усилителя (ВПУ) обладает фазовой селективностью. Это является следствием того факта, что при больших коэффициентах усиления в поле гармонической накачки одна из квадратурных компонент оказывается полностью подавленной [1]. Если в квантовой оптике существуют принципиальные ограничения, не позволяющие реализовать этот случай (полностью сжатые состояния [2]), что в радиофизических устройствах ВПУ такой режим практически выполняется. Известно, что при удвоении частоты выходного шума ВПУ, имеющего фазосопреженный спектр, происходит восстановление гармонической накачки, причем ее интенсивность определяется степенью подавления квадратурной компоненты [3]. Ниже рассмотрено преобразование узкополосного шума с полностью подавленной квадратурной компонентой в среде с квадратичной нелинейностью без дисперсии. Очевидно, что предварительная фазировка спектральных составляющих может сильно изменить картину спектрального распределения в нелинейной среде.

Следуя [1], представим случайный сигнал на выходе ВПУ в виде

$$v(t) = v_0(t) \sin(\omega_0 t + \varphi), \quad (1)$$

где фаза φ может принимать одно из двух значений 0 или π . Далее удобно статистику сигнала (1) характеризовать двумерной функцией для огибающей v_0 , которая (с учетом фазы) может принимать как положительные, так и отрицательные значения:

$$\omega(v_0, v_{0\tau}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-R_0^2}} \cdot e^{-\frac{v_0^2 + v_{0\tau}^2 - 2R_0 v_0 v_{0\tau}}{4\sigma^2(1-R_0^2)}}, \quad (2)$$

$v_{0\tau} = v_0(t + \tau)$, σ^2 , R_0 - дисперсия и огибающая коэффициента корреляции сигнала.

Пусть сигнал $v(t)$ поступает на вход нелинейной среды. Для узкополосного сигнала в отсутствии потерь можно воспользоваться решением в форме Фубини-Бесселя [4], справедливым для произвольного сечения x вплоть до точки разрыва:

$$V(\theta, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2J_n(nzA(\theta))}{nz} \sin n\theta, \quad (3)$$

где введены безразмерные параметры $\theta = \omega_0 t - \frac{\omega_0 x}{c_0}$, $z = \frac{\xi \omega_0 \sigma x}{c_0^2}$, $V = \frac{v}{c_0}$, $A = \frac{U_0}{c_0}$. J_n - функция Бесселя, c_0 - скорость волны в среде, ξ - коэффициент нелинейности.

Поскольку процесс $V(\theta, z)$ - периодически нестационарный, при вычислении корреляционной функции необходимо выполнить усреднение по времени (\sim). Используя (2) и разложение в ряд $J_k(y) \approx \frac{1}{k!} \left(\frac{y}{2}\right)^k$ ($k=0, 1, \dots$), можно получить следующее выражение для корреляционной функции:

$$B(\tau, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4}{nmz^2} \iint_{-\infty}^{\infty} J_n(nzA) J_m(mzA_\tau) \omega(A, A_\tau) \sin n\theta \times \sin m\theta_\tau dA d\tau = \sum_{m=1}^{\infty} D_m z^{2m-2} \sum_{k=0}^m C_{mk} R_0^k (1-R_0^2)^{\frac{m-k}{2}} \cos m\omega_0 \tau. \quad (4)$$

$$D_m = \frac{m^{2m-2}}{[m!]} 2^{2m-2}, \quad C_{mk} = \frac{m!(m-k+1)!!(m+k-1)!!}{k!(m-k-1)!!} \quad \text{Четность целых чисел } m \text{ и } k \text{ совпадает.}$$

Разложив предварительно подынтегральную функцию $B(\tau, z)$ в ряд по R_0 и ограничившись членами не выше R_0^3 , получим выражения для спектров четных и нечетных гармоник:

$$m = 2, 4 \dots$$

$$S_m(\omega, z) = \frac{\sigma^2}{\pi} \int_0^{\infty} B(\tau, z) e^{i\omega\tau} d\tau =$$

$$= z^{2m-2} \left[\sigma^2 \delta(\omega - m\omega_0) + \frac{m^2}{2\sigma^2} \int_0^{\infty} S_0(\Omega) S_0(\omega - m\omega_0 - \Omega) d\Omega \right]$$

$$m = 1, 3 \dots$$

(5)

$$S_m(\omega, z) = z^{2m-2} \left[S_0(\omega - m\omega_0) + \frac{(m-1)^3}{\sigma^2 \sigma^4} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} S_0(\Omega') S_0(\Omega'') S_0(\omega - m\omega_0 - \Omega' - \Omega'') d\Omega' d\Omega'' \right];$$

$S_0(\omega)$ - энергетический спектр шума при $z=0$ и $\omega \approx \omega_0$. Из (5) следует, что спектр четных гармоник представляет собой сумму гармонической составляющей, описываемой δ -функцией, и шу-

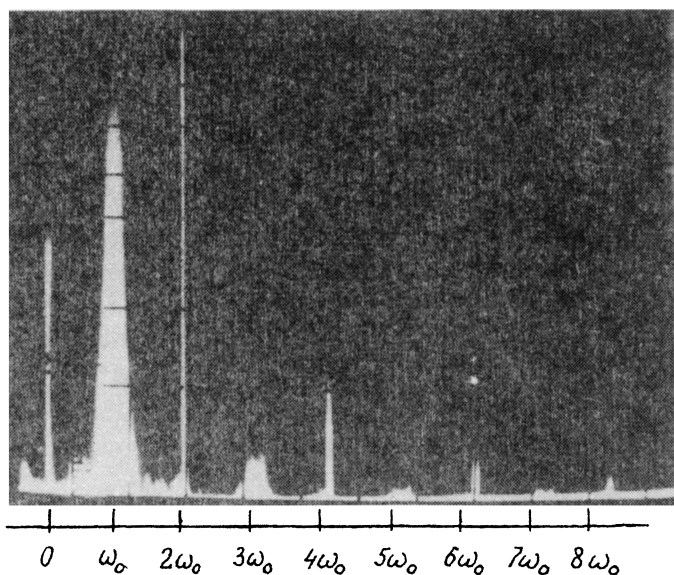


Рис. 1.

мового пьедестала, определяемого сверткой спектра входного шума. В общем случае на четных гармониках будет восстанавливаться и спектр накачки с произвольной фазовой модуляцией, поскольку степень фазировки шума в ВПУ определяется интенсивностью накачки. В отличие от преобразования произвольного случайного сигнала с гауссовой статистикой, для которого характерно уширение спектра при возрастании номера гармоники [4], в рассматриваемом случае для четных гармоник когерентная составляющая сохраняется, а с возрастанием номера m увеличивается лишь уровень шумового пьедестала. Спектры нечетных гармоник, в основном (6), повторяют спектр исходного шума. Действительно, спектр, например, третьей гармоники можно представить как спектр суммарной частоты основной (шумовой) и второй (когерентной) гармоник.

Приведенные выше формулы справедливы для небольших расстояний; пространственная динамика когерентных составляющих изучалась в нелинейной линии со скомпенсированной дисперсией [5]. В качестве сигнала с фазированным спектром использовался фазоманипулированный ФМН сигнал, составленный из периодически повторяющихся без пауз пугов радиоимпульсов (13 дискретов с произвольно заданными фазами 0 или π). Такой сигнал можно рассматривать как выходной сигнал ВПУ при идеальном амплитудном ограничении.

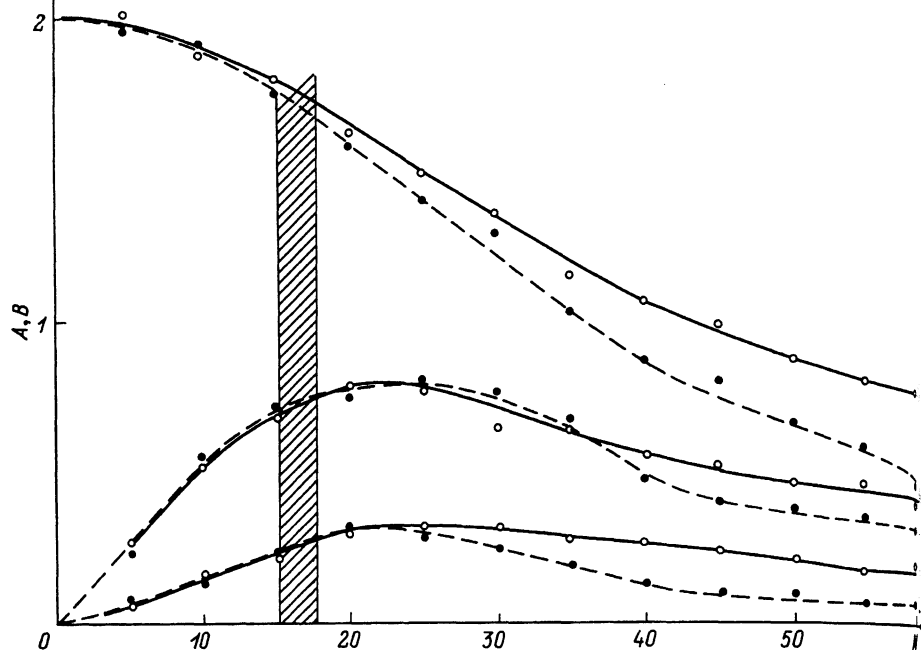


Рис. 2.

Общий вид спектров первых восьми гармоник в области образования разрыва для гармонической волны показан на рис. 1. Шумовой пьедестал в окрестности четных гармоник отсутствует, поскольку практически нет амплитудной модуляции.

На рис. 2 представлены пространственные распределения (N - номер ячейки линии) амплитуд основной волны (1), второй (2) и четвертой (3) гармоник. Сплошные кривые относятся к гармоническому сигналу, пунктирные - к ФМН сигналу, причем входные амплитуды обоих сигналов были одинаковыми. Видно, что даже при относительно широкой полосе ФМН сигнала, равной $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \approx 0.4$, темпы нарастания четных гармоник практически совпадают вплоть до области образования ударной волны (на рис. 2 заштрихована). При дальнейшем увеличении полосы входного сигнала амплитуды когерентных составляющих быстро падают, и общая картина спектрального распределения приближается к той, которая характерна для преобразования произвольных широкополосных сигналов [4]. Следует ожидать, что этот процесс "зашумления" частотного диапазона линии при наличии амплитудных флуктуаций фазированного шума будет развиваться более эффективно.

- [1] А х м а н о в С.А., Д ъ к о в Ю.Е., Ч и р к и н А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981. 640 с.
- [2] С м и р н о в Д.Ф., Т р о ш и н А.С. - УФН, 1987, т.153, в. 2, с. 233-271.
- [3] М а р ч е н к о В.Ф., П е т р и н Ю.М., Т р о ф и м е н к о И.Т. Радиотехника и электроника, 1985, т. 30, № 8, с. 1653-1655.
- [4] Р у д е н к о О.В., С о л у я н С.И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975, 287 с.
- [5] Г о р ш к о в А.С., М а р ч е н к о В.Ф., С т р е л ь ц о в А.М. и др. - Изв. вузов, Радиофизика, 1978, т. 21, № 3, с. 450-452.

Московский государственный
университет им. М.В. Ломоносова

Поступило в Редакцию
22 марта 1988 г.

Письма в ЖТФ, том 14, вып. 17

12 сентября 1988 г.

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ В ВИДЕ УЕДИНЕННОГО ТОРОИДАЛЬНОГО ВИХРЯ

А.Т. С к в о р ц о в

Проблема теоретического описания движения жидкости в форме уединенных вихрей характерна для самых различных научных направлений (гидродинамики, теории плазмы, сверхтекучести и т.д., см., например, [1-3]), поэтому представляет общефизический интерес. Ее общее решение сдерживается ввиду сложности уравнений, описывающих уединенные вихри. Известные частные решения этих уравнений, отвечающие вихрю Хилла [2], вихревому кольцу [2], равновесным плазменным конфигурациям [4] характеризуются достаточно слабым (степенным) спаданием скорости (магнитного поля) при удалении от вихря, поэтому такие вихри нельзя в полной мере считать уединенными [1]. В этой связи в работе [1] было указано на возможность существования так называемых вихрей с экранировкой, для которых возмущенная скорость (магнитное поле) убывает экспоненциально быстро при удалении от центра вихря; там же были численно исследованы примеры такого рода решений. В настоящей работе найдено точное решение уравнений магнитной гидродинамики, отвечающее локализованному вихрю с экранировкой.