

01; 12

О ПРЕДЕЛЬНОЙ ВЕЛИЧИНЕ ИНДУКЦИИ ИМПУЛЬСНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ, МНОГОКРАТНО ГЕНЕРИРУЕМОГО В ТОЛСТОСТЕННЫХ ОДНОВИТКОВЫХ СОЛЕНОИДАХ

В. В. Титков

Исследуются температурные напряжения, возникающие после протекания импульсного тока по толстостенному витку. Аналитически найдена максимальная величина температурного напряжения. Качественно анализируются процессы нагружения, перехода в пластическое состояние, разгрузки и релаксации напряжений в поверхностном слое витка. По результатам исследования получена формула для предельно допустимой амплитуды магнитного поля, учитывающая тепловые и механические характеристики проводника, а также форму и длительность импульса индукции.

При выборе проводниковых материалов для устройств многократного получения сильного импульсного магнитного поля ($B_m \leq 50$ Тл), работающих при резком поверхностном эффекте, например толстостенных одновитковых соленоидов (рис.1), обычно руководствуются следующим критерием механической прочности [1]:

$$P_m < \sigma_T, \quad P_m = \frac{B_m^2}{2\mu_0}, \quad (1)$$

где σ_T — предел текучести материала, B_m — максимальная индукция на поверхности проводника, μ_0 — магнитная постоянная.

В случае толстостенных одновитковых соленоидов при $R_e \gg R_i$ (R_i , R_e — внутренний и внешний радиусы соленоида), работающих при резком поверхностном эффекте, когда глубина проникновения поля в стенку соленоида Δ много меньше R_i , величина P_m равна механическому напряжению на внутренней поверхности соленоида $\sigma_\varphi(R_i)$, создаваемого в момент максимума индукции магнитного поля. Ниже ограничимся рассмотрением случая $\Delta \ll R_i$, $R_e \gg R_i$, типичного в технике получения сильных импульсных магнитных полей [1]. Критерий (1) устанавливает предельную величину магнитной индукции, равную

$$B_* = \sqrt{2\mu_0\sigma_T}, \quad (2)$$

не приводящую к разрушению внутренней поверхности соленоида. Критерий (1) следует из равенства

$$\sigma_\varphi(R_i) = \frac{B^2(R_i)}{2\mu_0}, \quad (3)$$

получаемого в результате решения уравнений теории упругости [1]. Недостаток этого подхода заключается в том, что соотношение (3) получено при неполной постановке задачи теории упругости, не учитывающей сильный (в несколько сот градусов) и резко неоднородный нагрев стенки соленоида, который всегда имеет место в рассматриваемом режиме генерации импульсов магнитного поля. В результате неоднородного по радиусу расширения слоев проводника в объеме соленоида могут возникать значительные термоупругие напряжения, которые,

как известно, являясь причиной пластических деформаций, приводят к термодинамической усталости металла, эрозии его поверхности [2].

Хорошо известно, что при временах t , не превосходящих длительность импульса магнитного поля на поверхности $T_{\text{имп}}$, анализ распределения температуры по толщине проводника можно проводить без учета теплопроводности, считая нагрев адиабатическим [1, 3]. Для дальнейшего анализа важно показать обоснованность подобного предположения и при временах $t > T_{\text{имп}}$. При действии на поверхности проводника импульса магнитного поля длительностью $T_{\text{имп}}$ распределение тепловыделения и максимальный нагрев (нагрев поверхности) определяются временами $t \leq T_{\text{имп}}$, что подтверждается соответствующими расчетами [4]. В частности, для униполярного импульса индукции в виде первого полупериода синусоиды с периодом T длительностью $T_{\text{имп}} = T/2$ нагрев поверхности за время $t = T_{\text{имп}}$ составляет 90 % от максимального и за время с $t = T_{\text{имп}}$ до $t = 2T_{\text{имп}}$ возрастает еще на 5 % [4]. Поэтому при временах $t \gg T_{\text{имп}}$ единственным механизмом, приводящим к изменению распределения температуры, является процесс теплопроводности. Оценить время, при котором происходит сколь угодно заметное искажение распределения температуры, сформированного при $t \leq T_{\text{имп}}$, можно на основе модельной задачи, допускающей простое аналитическое решение. В качестве такого примера можно взять решение уравнения теплопроводности в полубесконечной среде, когда $x \in (0, \infty)$ при начальном распределении температуры, имеющем вид правой ветви кривой Гаусса [5],

$$\theta(0, x) = \theta_0 \exp\left(-\frac{x^2}{d^2}\right),$$

где d — параметр, имеющий размерность длины и характеризующий толщину поверхностного слоя проводника, в котором выделяется тепловая энергия при импульсном нагреве,

$$\theta(x, t) = \frac{\theta_0}{\sqrt{1 + 4a^2t}} \exp\left[-\frac{x^2}{d^2(1 + 4a^2t)}\right],$$

где $a^2 = \lambda/\gamma cd^2$, λ — коэффициент теплопроводности, c — удельная теплоемкость, γ — плотность массы.

Из последнего выражения видно, что распределение температуры будет мало отличаться от начального при $4a^2t \ll 1$, т. е. когда

$$t \ll \frac{\gamma cd^2}{4\lambda}.$$

Легко видеть, что величину d можно отождествить с глубиной проникновения поля (толщиной скин-слоя энергии), определяемой как расстояние, на котором температура убывает в e раз по сравнению с температурой поверхности θ_0 . Толщина скин-слоя энергии отличается от оценки глубины проникновения электромагнитного поля $\Delta \cong \sqrt{\rho_0 T_{\text{имп}}/\mu_0}$ лишь множителем порядка единицы [3]. Поэтому, полагая в последнем неравенстве $d = \Delta$, получим условие применимости модели адиабатического нагрева в виде

$$\frac{t}{T_{\text{имп}}} \ll x,$$

где $x = \gamma c \rho_0 / 4\lambda \mu_0$.

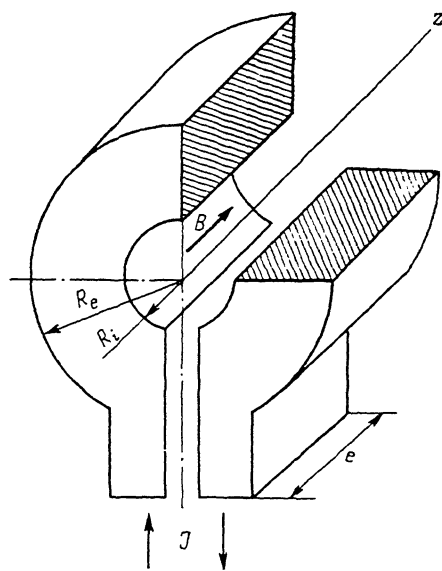


Рис. 1. Толстостенный одновитковый соленоид сильного импульсного магнитного поля.

выделяется тепловая энергия при

В частности, для меди, обладающей высокой теплопроводностью, $\lambda = 400$ Вт/м·К, $\kappa = 40$. Поскольку токи в проводнике затухают практически при $t \leq t_3 = (3-4) T_{\text{имп}}$, что намного меньше величины $\kappa T_{\text{имп}}$, то расчет максимальных температур и механических напряжений, которые имеют место при $t > t_3$, можно выполнить без учета электромагнитных сил, используя полученное в приближении адиабатического нагрева распределение температуры по толщине проводника при $t = \infty$. При этом для вычисления термоупругих напряжений можно воспользоваться формулами Лоренца, которые дают выражения для температурных напряжений в равномерно нагретом по радиусу полом цилиндра [6]. Азимутальное и осевое напряжения на внутренней поверхности полого цилиндра выражаются в виде

$$\sigma_{\varphi}(R_i) = \sigma_z(R_i) = \frac{\beta_0 E}{1-\nu} \left[\frac{2}{R_i^2 - R_0^2} \int_{R_i}^{R_0} \Theta r dr - \Theta(R_i) \right], \quad (4)$$

где $\Theta = \Theta(r)$ — распределение температуры по толщине стенки цилиндра, β_0 — коэффициент линейного температурного расширения, E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона.

Учитывая особенности режима резкого поверхностного эффекта, когда распределение температуры по толщине стенки соленоида определяется малым по сравнению с R_i и R_0 параметром Δ (Δ — глубина проникновения электромагнитного поля), можно пренебречь интегралом в правой части (4). Тогда

$$\sigma_{\varphi}(R_i) = \sigma_z(R_i) = \sigma_0 = -\frac{\beta_0 E \Theta_i}{1-\nu}, \quad (5)$$

где $\Theta_i = \Theta(R_i)$ — температура внутренней поверхности соленоида.

Для оценки температуры джоулева нагрева внутренней поверхности при условии $\Delta \ll R_i$ можно использовать известные решения уравнения проникновения электромагнитного поля в плоский полубесконечный проводник. При этом величина объемного теплосодержания на поверхности есть

$$Q_i = \alpha_0 \frac{B_0^2}{2\mu_0},$$

где B_0 — амплитуда индукции, значение безразмерного коэффициента α_0 зависит от формы импульса индукции на поверхности проводника.

Для случая часто встречающегося на практике экспоненциально затухающего колебательного импульса, имеющего место при разряде конденсаторной батареи,

$$B_i(t) = B_0 \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \exp\left(-2\delta \frac{t}{T}\right), \quad (6)$$

где B_0 — амплитуда колебаний; T , δ — период колебаний и коэффициент затухания, при $t = \infty$, согласно [7],

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{2\delta} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \arctg \frac{1 - \pi^2/\delta^2}{2\pi/\delta} \right]. \quad (7)$$

Максимум индукции $B = B_m$ имеет место в (6) при

$$t = t_m = \frac{T}{2\pi} \arctg\left(\frac{\pi}{\delta}\right).$$

При этом можно выразить величину объемного теплосодержания на поверхности проводника при $t = \infty$ не через B_0 , а используя максимальное значение индукции B_m ,

$$Q_i = \alpha \frac{B_m^2}{2\mu_0}. \quad (8)$$

Анализируя зависимость $\alpha(\delta)$, приведенную на рис. 2, нетрудно убедиться, что при $\delta \geq 2$, когда формула (6) описывает практически униполярный импульс, $\alpha \cong 2$, что соответствует минимально возможному для импульса (6) на-

греву поверхности. Поэтому при дальнейших оценках минимальных температурных напряжений будем полагать $\alpha=2$.

Используя соотношение

$$Q_i = \gamma c \theta_i \quad (9)$$

и выражение (8), получим для механических напряжений

$$\sigma_0 = - \frac{\beta_0 E \alpha B_m^2}{2 \mu_0 \gamma c (1 - \nu)}. \quad (10)$$

Вводя в рассмотрение относительную величину

$$\sigma'_0 = \left| \frac{\sigma_0}{P_m} \right|,$$

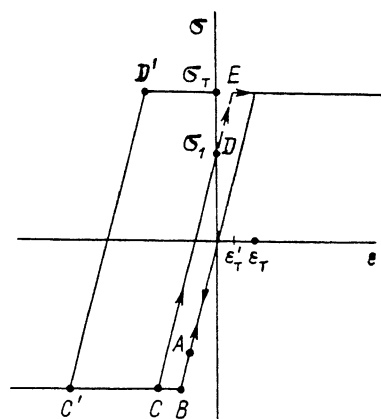
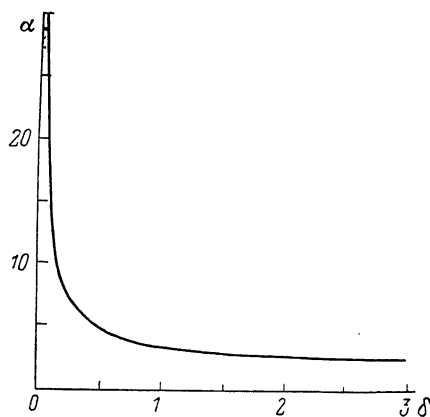


Рис. 2. Зависимость безразмерной величины нагрева поверхности проводника от коэффициента затухания импульса магнитного поля на его поверхности.

Рис. 3. Схема нагружений и разгрузок поверхности проводника при его нагреве импульсным током.

где P_m — «магнитное давление» (1), получим

$$\sigma'_0 = \frac{\beta_0 E \alpha}{\gamma c (1 - \nu)}.$$

Значение σ'_0 для некоторых металлов приведены в таблице. Как следует из данных таблицы, даже минимальные температурные напряжения, отвечающие режиму униполярного импульса ($\alpha \cong 2$), оказываются в 1.5—2 раза выше характерной величины механического напряжения P_m , обусловленного электромагнитными силами. Поэтому критерий (1), строго говоря, не обеспечивает отсутствие перехода проводника в пластическое состояние.

Особенности термонапряженного состояния проводника на внутренней поверхности соленоида при его нагреве импульсным током рассмотрим на диаграмме рис. 3. Слой металла, принадлежащий внутренней поверхности соленоида, при нагревании до некоторой температуры должен увеличить свою длину —

Материал	σ'_0	B_* , Тл	B_2 , Тл
Медь	2.1	14	9.5
Латунь	2	24	17
Твердая бронза	2	52	37
Нержавеющая сталь	1.5	38	31
Алюминий	2.7	9	5
Тантал	1.6	46	36

длину внутренней окружности сечения соленоида, однако более глубокие и холодные слои препятствуют тепловому расширению. Эта ситуация эквивалентна деформации сжатия свободно нагретого внутреннего слоя до некоторой величины. На рис. 3 эта фактическая деформация и напряжение, которые возникают при нагревании внутреннего слоя, показаны участком OA . Если температура невелика и возникающее напряжение не превысило σ_T , то при охлаждении внутренней поверхности до первоначальной температуры напряжение уменьшится до нуля (участок $A0$) и никаких изменений состояния проводника на внутренней поверхности соленоида не произойдет. При больших величинах нагрева сохранение первоначальной геометрии в пределах упругой деформации невозможно и материал на внутренней поверхности переходит в пластическое состояние (участок ABC). Процесс уменьшения температуры до первоначальной соответствует разгрузке, которая, как известно, происходит в упругой области [2] (участок CD). При этом на внутренней поверхности соленоида возникает остаточное растягивающее напряжение σ_1 , величину которого легко вычислить, используя (5),

$$\sigma_1 = \frac{\beta_0 E \Theta_i}{1 - \nu} - \sigma_T.$$

Если пренебречь процессом релаксации напряжения σ_1 , время которого при нормальных условиях является очень большой величиной [8], то генерация следующего импульса индукции будет происходить в предварительно напряженном соленоиде и предельно допустимая индукция должна определяться из равенства

$$P_m = \sigma_T - \sigma_1,$$

так как теперь для достижения пластического состояния проводника достаточна деформация ϵ'_x , меньшая ϵ_T . Траектория нагружения в этом случае показана на рис. 3 штриховой линией. Подставив в последнее выражение соотношения для P_m и σ_1 , найдем предельно допустимую индукцию

$$B_1 = \sqrt{\frac{4\mu_0 \sigma_T}{[1 + \beta_0 E \alpha / (1 - \nu) \gamma c]}}. \quad (11)$$

При выполнении критерия $B_m < B_1$ все последующие, начиная со второго, циклы нагревания поверхности соленоида импульсным током будут происходить вдоль линии CD диаграммы, т. е. в области упругой деформации. Если первоначальный нагрев внутренней поверхности соленоида отвечает деформации, превосходящей величину $2\epsilon_T = 2\sigma_T / E$ (участок OBC'), и если не происходит существенной релаксации остаточного напряжения, то последующие импульсы индукции сколь угодно малой амплитуды приведут к появлению остаточной деформации, что недопустимо.

Если в промежутках времени между импульсами заметным является процесс релаксации остаточного напряжения σ_1 , то повторные нагревы импульсным током из начальных состояний, соответствующих точкам оси напряжений $\sigma < \sigma_1$, приведут к повторным переходам в пластическое состояние. При этом образуется знакопеременный циклический процесс, включающий в себя пластическую деформацию сжатия на стадии нагрева и пластическую деформацию растяжения в процессе релаксации остаточного напряжения. Поскольку подобные знакопеременные циклы являются наиболее сильным фактором, приводящим к потере прочности [9], то наиболее надежным выглядит критерий, обеспечивающий отсутствие перехода металла в пластическое состояние (участок OB на рис. 3) при возникновении температурных напряжений

$$|\sigma_0| < \sigma_T.$$

Используя выражение (10), легко установить предельную величину индукции

$$B_2 = \sqrt{\frac{2\sigma_T \mu_0 (1 - \nu) \gamma c}{\beta_0 E \alpha}}. \quad (12)$$

Значения B_2 некоторых металлов для случая униполярного импульса приведены в таблице. Анализ формул (11), (12) показывает, что B_1 значительно превосходит B_2 . В таблице также приведены значения B_* , рассчитанные по величине предела текучести (2) [10, 11]. При росте эффективной длительности импульса, что в рассматриваемом случае соответствует уменьшению коэффициента затухания δ , критерий (1) вообще утрачивает смысл, так как достижение высокого значения температурного напряжения возможно при этом и для сравнительно низких значений B_m , поскольку с уменьшением δ связан сильный рост α (рис. 2).

Таким образом, критическая величина индукции B_2 , рассчитанная по формуле (12), которая учитывает не только механические и тепловые свойства проводникового материала, но и конкретную форму импульса магнитного поля, является более надежной и универсальной оценкой предельно допустимой индукции в системах многократной генерации импульсов сильного магнитного поля при резком поверхностном эффекте.

В заключение автор считает своим долгом поблагодарить Г. А. Шнеерсона за полезное обсуждение работы.

Список литературы

- [1] Дашук П. Н., Зайену С. Л., Комельков В. С. и др. Техника больших импульсных токов и магнитных полей. М.: Атомиздат, 1970. 477 с.
- [2] Мэнсон С. Температурные напряжения и малоцикловая усталость. М.: Машиностроение, 1976. 520 с.
- [3] Кнопфель Г. Сверхсильные магнитные поля. М.: Мир, 1972. 391 с.
- [4] Адамьян Ю. Э., Титков В. В., Шнеерсон Г. А. // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1984. № 5. С. 104—107.
- [5] Арсенин В. Я. Методы математической физики и специальные функции. М.: Наука 1984. 383 с.
- [6] Тимошенко С. Г., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1979. 500 с.
- [7] Карпова И. М., Титков В. В. // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1988. № 5. С. 83—90.
- [8] Ленин Г. Ф. Ползучесть металлов и критерии жаропрочности. М.: Металлургия, 1976. 344 с.
- [9] Степанов В. А., Песчанская Н. М., Шпейзман В. В. Прочность и релаксационные явления в твердых телах. Л.: Наука, 1984. 187 с.
- [10] Кэй Дж., Лэби Т. Таблицы физических и химических постоянных. М.: Физматгиз, 1962. 1006 с.
- [11] Таблицы физических величин, Справочник / Под ред. И. И. Кикоина. М.: Атомиздат, 1976.

Ленинградский политехнический институт
им. М. И. Калинина

Поступило в Редакцию
7 июля 1988 г.
В окончательной редакции
12 декабря 1988 г.