

01

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ ФРОНТА ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ В ПЕРИОДИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНЫХ БИСТАБИЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

*Ю. Д. Калафати, В. Н. Неменуций, Ю. А. Ржанов*

Теоретически и экспериментально показано, что в бистабильной периодически неоднородной среде устойчивый неподвижный фронт переключения существует в целом интервале параметра неравновесности системы, в то время как в случае однородной среды этот интервал состоит из единственной точки. Экспериментально исследовался образец сегнетоэлектрика, который в высокочастотном греющем поле демонстрирует бистабильное поведение.

Задача о распространении фронта в бистабильной системе представляет интерес для многих областей науки: физики горения, сверхпроводимости, оптической бистабильности. Эта задача хорошо исследована для пространственно однородных систем. В реальных средах существуют неоднородности, которые могут определяющим образом влиять на процесс распространения фронта [1-4]. Так, в [3] численно исследовалось распространение фронта в биологической среде с дискретным расположением клеток. Было обнаружено, что распространение фронта в дискретной системе невозможно в целом интервале значений параметра накачки (в дальнейшем этот интервал параметра накачки мы будем называть областью локализации фронта (ОЛФ)); в гомогенной бистабильной среде ОЛФ стягивается в единственную точку, соответствующую правилу Максвелла. Позднее аналогичный результат был получен при численном исследовании дискретных оптически бистабильных элементов [4]. Некоторые качественные соображения и аналитические оценки условий локализации фронта в случае, когда фронт волны взаимодействует с каждой неоднородностью независимо, рассмотрены в [1]. Цель данной работы — аналитически и численно исследовать на основе простой модели бистабильной среды условия существования ОЛФ и экспериментально изучить условия распространения и неподвижности фронта в бистабильной среде с искусственно введенными периодическими неоднородностями. Особый интерес представляет случай, когда фронт волны переключения взаимодействует сразу с несколькими неоднородностями, именно такая ситуация и была исследована экспериментально.

Рассмотрим простейшую одномерную модель среды, состоящую из чередующихся активных (бистабильных)  $L_A$  и пассивных участков  $L_{II}$ . Распространение фронта в такой среде описывается уравнением

$$\frac{\partial T}{\partial t} = P(T, S) + D \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad (1)$$

где  $T$  — кинетическая переменная (например, температура);  $z$  — координата;  $t$  — время;  $D$  — коэффициент диффузии, для простоты считаемый здесь постоянным.

Уравнение (1) применимо для описания фронтов в разных физических системах, например нелинейных температурных волн в  $VO_2$  [5], сегнетоэлектрике ТГС [6], полупроводнике с температурно-электрической неустойчивостью [7], сверхпроводниках [2], химических средах с гетерогенным катализом [8, 9] и

т. д. В дальнейшем мы будем рассматривать температурные волны в сегнетоэлектрике ТГС, хотя излагаемые результаты применимы для любой бистабильной системы, описываемой уравнением вида (1). Нелинейный источник (например, тепла)  $P(T, S)$  будем аппроксимировать в активной области кусочно-линейной функцией, приводящей к явлению бистабильности,

$$P(T, S) = -(T - T_1) + (T_3 - T_1) \Theta [T - T_2(S)], \quad (2)$$

где  $\Theta(T)$  — функция Хевисайда (единичного скачка);  $S$  — некоторый параметр «накачки», характеризующий степень неравновесности системы.

В случае сегнетоэлектрика ТГС параметр  $S$  имеет смысл значения амплитуды приложенного к образцу напряжения. В пассивной области существует только теплоотвод

$$P(T, S) = -(T - T_1). \quad (3)$$

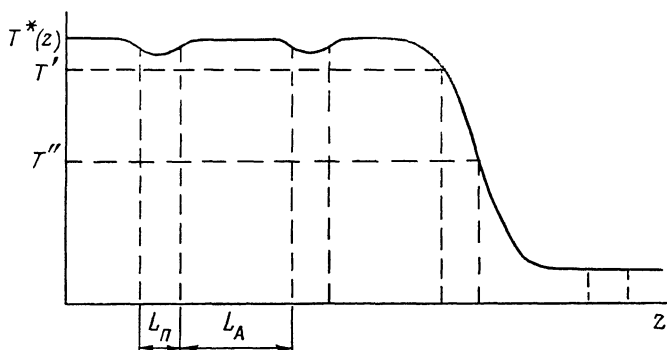


Рис. 1. Стационарное решение уравнения (1)  $T^*(z)$ .

Стационарные состояния гомогенной среды определяются из условия

$$P(T, S) = 0.$$

Для активной среды с источником (2) имеются два устойчивых однородных состояния  $T = T_1$  («выключенное») и  $T = T_3$  («включенное»), для среды с источником (3) существует единственное устойчивое однородное состояние  $T = T_1$  ( $T_1$  — температура окружающей среды). При выполнении неравенства

$$T_2(S) < (T_1 + T_3)/2$$

по однородной активной среде может распространяться фронт, переводящий систему из состояния  $T_1$  в состояние  $T_3$ . При таком значении  $S$ , что  $T_2 = (T_1 + T_3)/2$ , выполнено условие неподвижности фронта (скорость фронта  $v = 0$ ). Если связь  $S$  и  $T_2$  монотонна, то такое значение  $S = S_M$  единственно и определяется из известного условия Максвелла:

$$\int_{T_1}^{T_3} P(T, S_M) dT = 0. \quad (4)$$

В среде с неоднородностями, однако, существует целый интервал по параметру  $S$ , соответствующий неподвижному фронту (ОЛФ). Докажем это следующим образом. Проведем исследование устойчивости неподвижного фронта. Для этого найдем стационарное решение уравнения (1)  $T^*(z)$  (рис. 1), линеаризуем уравнение (1) вблизи этого решения и будем искать решения полученного уравнения  $\delta T(z, t)$  в виде  $\delta T(z) \exp(\lambda t)$ . Аналитическое выражение для стационарного решения  $T^*(z)$  выписать в явном виде сложно, однако вследствие кусочно-линейного источника в данной модели это не мешает исследованию устойчивости решения. Задача сведется к вычислению спектра уравнения Шредингера с потенциалом  $V$ , зависящим от  $T^*(z)$  [10]. Когда температура  $T_2(S)$  лежит

в пределах от  $T'$  до  $T''$  ( $T'$  и  $T''$  — значения температуры на границах пассивной области (рис. 1)), потенциал  $V \equiv -1$  и решение устойчиво. Когда при изменении  $S$   $T_2$  достигает величины  $T'$  или  $T''$ , в потенциале возникает  $\delta$ -образная особенность. При этом задача об устойчивости фронта становится эквивалентна задаче об устойчивости фронта в гомогенном случае (см. Приложение), для которой неподвижный фронт устойчив только при выполнении условия Максвелла (4).

В неоднородном случае потенциал  $V$ , соответствующий стационарному решению, тождественно равен  $-1$  в ОЛФ, границы которой определяются уравнениями

$$T_2(S') = T', \quad T_2(S'') = T''.$$

Таким образом, в негетогенном случае фронт неподвижен (скорость  $v=0$ ) в конечном интервале значений параметра накачки  $S$ .

Численное моделирование процесса распространения фронта в периодически негетогенной среде показало, что величина ОЛФ ( $\Delta S = S'' - S'$ ) монотонно умень-

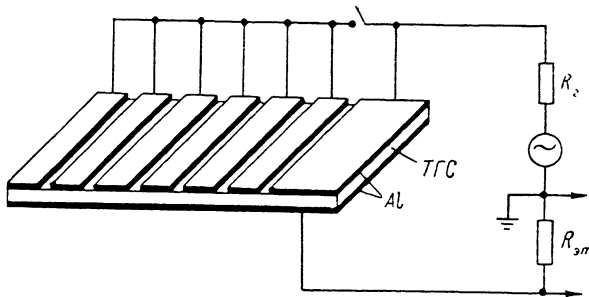


Рис. 2. Конфигурация и схема включения образца с периодически расположенными зазорами.

шается с уменьшением  $L_{\Pi}$ , при  $L_{\Pi} \rightarrow 0$   $\Delta S$  вырождается в точку, соответствующую условию Максвелла. Заметим, что если связь  $S$  и  $T_2$  монотонна, то края интервала  $\Delta S$  при уменьшении  $L_{\Pi}$  смещаются в одну и ту же сторону и меньшая ОЛФ не оказывается вложенной в большую.

В однородных кристаллах ТГС при наложении переменного поля радиочастотного диапазона наблюдались бистабильность и распространение фронта тепловой волны переключения (ТВП), что было исследовано в работах [6, 11]. В данной работе исследовалось распространение фронта ТВП в образцах с периодически расположенными неоднородностями и проводилось сравнение с движением фронта в однородных кристаллах.

Для наблюдения влияния периодических неоднородностей были сделаны образцы с периодически расположенными зазорами в одном из электродов (верхнем). Таким образом было получено чередование активных бистабильных и пассивных участков, причем изменением ширины зазора достигались разные значения соотношения  $L_A/L_{\Pi}$ . Образцы толщиной  $\sim 0.8$  мм были отрезаны от одной и той же пластины кристалла ТГС (Y-срез). При этом стороны больших граней образцов были параллельны кристаллофизическим осям  $X$  и  $Z$  (взаимно перпендикулярным) для ТГС [12], а ТВП запускалась параллельно одной и той же кристаллофизической оси во всех образцах. На полированные большие грани образцов термическим распылением в вакууме  $\sim 10^{-6}$  Тор были нанесены Al электроды толщиной  $3000-5000 \text{ \AA}$ , сопротивление которых составляло  $\leq 0.5$  Ом. Зазоры в верхнем электроде были сделаны шириной 0.5 и 1 мм на расстояниях 3.5 и 4 мм один от другого соответственно (рис. 2). Образцы без зазоров в электродах имели аналогичную конфигурацию.

На рис. 2 приведена схема включения образца. Выходное динамическое сопротивление генератора накачки составляло  $R_g \sim 0.5$  Ом, частота накачки  $\omega_0 = 10$  кГц, величина используемых напряжений не превышала 15 В (эффективное

значении). Максимальная удельная емкость образца на рабочей частоте при измерительном напряжении 0.5 В составляла  $\sim 50000$  пФ/см<sup>2</sup>.

Образец помещался в массивный медный герметизированный объем, поддерживаемый при постоянной температуре  $T \sim 40$  °С с точностью  $\pm 0.05$  °С. Плоскость образца находилась на расстоянии  $\sim 1$  мм от плоской поверхности термостата, теплоотвод от образца осуществлялся через воздух, при этом эффективная постоянная теплоотвода составляла  $\sim 7.5$  мВт/см<sup>2</sup>. град, тепловая постоянная образца  $\tau \sim 40$  с. Оценка диффузионной тепловой длины дает величину

$L_T \sim 3$  мм. Для контроля движения ТВП и распределения температуры образца использовалась пленка термоминдикатора на основе холестерического жидкого кристалла толщиной  $\sim 70$  мкм.

Температура образца в переключенном состоянии близка (меньше) к температуре фазового перехода сегнетоэлектрика, в связи с этим импеданс образца  $Z(\omega)$  (емкост-

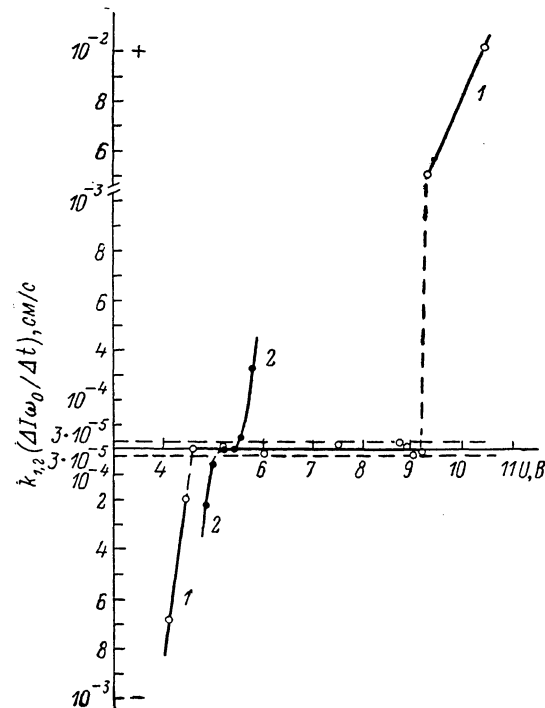


Рис. 3. Зависимости среднего  $k_1 \Delta I_{\omega_0} / \Delta t$  от напряжения накачки для образца с зазорами 1 мм, где  $k_1 = \Sigma L_A / I_{\omega_0 A}$  (1), и для образца без зазоров, где  $k_2 = L / I_{\omega_0 L}$  (2).  
Знаки «+» и «-» соответствуют волне нагрева и охлаждения.

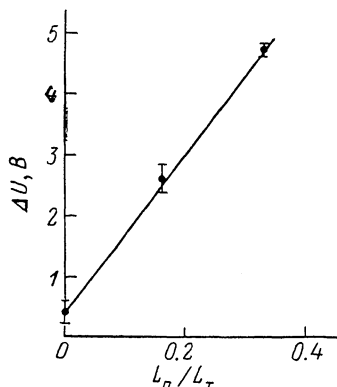


Рис. 4. Зависимость величины интервала напряжений накачки, при которых нет движения ТВП, от величины параметра  $L_{\pi} / L_T$ .

ного характера,  $\text{tg } \delta \leq 0.1$ ) в переключенном состоянии резко отличается от импеданса образца в непереключенном состоянии ( $\geq 1000$  раз). Поэтому при постоянном напряжении накачки по изменению полного тока через образец во времени можно измерить скорость движения стационарной ТВП в однородном материале, а также можно судить о перестройке и (или) движении фронта ТВП в образце с периодическими неоднородностями. В эксперименте была измерена зависимость первой гармоники полного тока  $I_{\omega_0}$  от времени при разных напряжениях на образце. Напряжение контролировалось цифровым вольтметром, величина  $I_{\omega_0}$  регистрировалась селективным вольтметром на частоте накачки, по падению напряжения на эталонном сопротивлении  $R_{\text{эт}} = 0.5 \Omega$ ,  $R_{\text{эт}} \ll |Z(\omega_0)|$ . Постоянное напряжение на выходе селективного вольтметра компенсировалось и после этого выводилось на самописец. Затем для соответствующих напряжений накачки вычислялись величины  $(L / I_{\omega_0 L})(\Delta I_{\omega_0} / \Delta t)$  и  $(\Sigma L_A / I_{\omega_0 A})(\Delta I_{\omega_0} / \Delta t)$ , где  $L$  — длина образца без зазоров;  $\Sigma L_A$  — суммарная длина активных областей образцов с зазорами;  $I_{\omega_0 L}$ ,  $I_{\omega_0 A}$  — величины первой гармоники тока через образцы во «включенном» состоянии без зазоров и с зазорами соответственно;  $\Delta t$  — интервал времени измерения;  $\Delta I_{\omega_0}$  — изменение величины полного тока (первой гармоники) через образец за соответствующий интервал времени измерения.

Вычисленные величины имеют смысл средней скорости при движении ТВП в неоднородных образцах (при достаточно больших интервалах времени измерения). В случае однородного образца эта величина совпадает со скоростью движения фронта переключения. Характерный интервал времени измерения для малых скоростей фронта ТВП составлял  $\sim 1000$  с. Стабильность измерительной схемы позволяла регистрировать изменения тока во времени, эквивалентные скоростям ТВП  $\leq 10^{-5}$  см/с. Однако анализ показывает, что погрешность в определении скорости ТВП данным методом составляет  $\sim 3 \cdot 10^{-5}$  см/с, а изменения, эквивалентные скоростям  $\leq 3 \cdot 10^{-5}$  см/с, могут быть вызваны целым рядом факторов и не соответствовать реальному перемещению фронта.

Полученные данные показывают, что существует значительный интервал напряжений накачки, при которых в образцах с периодическими неоднородностями не происходит перемещения фронта ТВП за времена  $\sim 1000-2000$  с (рис. 3, кривая 1). После превышения некоторого напряжения появляется волна нагрева, скорость которой скачком достигает большого значения  $\sim 5 \cdot 10^{-3}$  см/с, при запуске ТВП с большими напряжениями накачки средняя скорость монотонно растет с ростом напряжения. При уменьшении напряжения накачки ниже некоторого граничного появляется волна охлаждения, средняя скорость которой монотонно растет с уменьшением напряжения. Динамика развития волны охлаждения и волны нагрева различна. Величина и положение интервала напряжений накачки, при которых нет движения волны, зависят от местонахождения фронта ТВП. Аналогичная картина распространения ТВП наблюдалась как в образце с зазорами шириной 1 мм, так и в образце с зазорами шириной 0.5 мм. Отличие заключается в величине интервала напряжений накачки, при которых нет перемещения фронта ТВП. Зависимость величины этого интервала от размера пассивной области представлена на рис. 4.

В образце без зазоров при переходе скорости через 0 наблюдается небольшой (по сравнению с неоднородными и с абсолютной величиной напряжений) интервал напряжений накачки  $\sim 0.5$  В, при которых также не происходит перемещение фронта ТВП за большие ( $\geq 1000$  с) отрезки времени (рис. 3, кривая 2). Положение этого интервала сдвигалось на величину до  $\sim 0.8$  В в зависимости от локализации фронта ТВП, при этом его величина менялась мало. Наличие такого интервала в образце без зазоров и его сдвиги в зависимости от места положения фронта, возможно, означает наличие неоднородности доменной структуры исходного кристалла.

## Заключение

В работе экспериментально и теоретически показано, что наличие неоднородностей в бистабильной системе приводит к тому, что неподвижный фронт оказывается устойчивым в целой области параметра накачки. Важно подчеркнуть, что в этой работе экспериментально исследовался случай, когда размеры неоднородностей и расстояния между ними значительно меньше размеров фронта. Теоретические выводы качественно согласуются с результатами эксперимента. Отличия (например, взаимное расположение краев ОЛФ) могут объясняться тем, что кусочно-линейная модель приблизительно описывает реальную систему. Следует отметить, что в литературе сообщалось об экспериментальном наблюдении ОЛФ в системе с гетерогенно-каталитической реакцией [9]. Это явление связывалось авторами работы с неоднозначной зависимостью скорости реакционного тепловыделения от температуры катализатора. Однако авторы [9] не анализируют влияние неоднородностей, которые, как показано выше, как раз и могут определять существование ОЛФ.

Авторы благодарны Д. С. Чернавскому и Р. Г. Минцу за полезные дискуссии.

П р и л о ж е н и е

Устойчивость стационарного решения в линейном приближении определяется уравнением

$$\frac{\partial \delta T}{\partial t} - D \frac{\partial^2 \delta T}{\partial z^2} = \frac{\delta P(T, S)}{\delta T} \Big|_{T=T^*(z)} \cdot \delta T, \quad (\text{П. 1})$$

где  $T(t, z) = T^*(z) + \delta T(t, z)$ ,  $T^*(z)$  — стационарное решение.

Для источника  $P(T, S)$  вида (2) вариационная производная равна

$$\frac{\delta P(T, S)}{\delta T} \Big|_{T=T^*(z)} = -1 + (T_3 - T_1) \delta(T - T_2(S)). \quad (\text{П. 2})$$

Будем искать решение уравнения (П. 1) в виде  $\delta T(t, z) = \xi(z)e^{\lambda t}$ . Тогда (П. 1) принимает вид, аналогичный уравнению Шредингера,

$$D \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = [\lambda + 1 - (T_3 - T_1) \delta(T - T_2(S))] \xi(z). \quad (\text{П. 3})$$

Если распределение температуры на фронте таково, что в активных областях нигде не достигается значение  $T_2(S)$ , то единственное собственное значение (П. 3)  $\lambda = -1$  и фронт устойчив. Когда же, например, величина  $T_2(S)$  достигает  $T''$ , то соответствующее собственное значение принимает вид

$$\lambda = -1 + \frac{(T_3 - T_1)^2}{4(T_2 - T_1)^2}. \quad (\text{П. 4})$$

Если  $T_2 > (T_3 + T_1)/2$ , то  $\lambda > 0$  и фронт неустойчив. При этом либо начинается движение фронта, либо форма его становится немонотонной.

#### Список литературы

- [1] Гуревич А. В., Минц Р. Г. // УФН. 1984. Т. 142. № 1. С. 61—98.
- [2] Гуревич А. В., Минц Р. Г. Локализованные волны в неоднородных средах. М., 1987. 165 с.
- [3] Пастушенко В. Ф., Чизмаджев Ю. А. // Тр. II Всесоюз. симпозиума по колебательным процессам в биологических и химических системах. 1971. Т. 2. С. 305—308.
- [4] Richardson H., Abraham E., Firth W. J. // Opt. Commun. 1987. Vol. 63. N 3. P. 199—204.
- [5] Калафати Ю. Д., Сербинов И. А., Рябова Л. А. // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 29. Вып. 10. С. 637—641.
- [6] Голик Л. Л., Неменуций В. Н., Елинсон М. И., Балкарей Ю. И. // Письма в ЖТФ. 1981. Т. 7. Вып. 13. С. 813—817.
- [7] Ржанов Ю. А., Балкарей Ю. И., Голик Л. Л., Елинсон М. И. // ФТП. 1983. Т. 17. Вып. 9. С. 1545—1548.
- [8] Барелко В. В., Володин Ю. Е. // ДАН СССР. 1975. Т. 223. № 1. С. 112—115.
- [9] Володин Ю. Е., Барелко В. В., Мержанов А. Г. // Хим. физика. 1982. Т. 1. № 5. С. 670—678.
- [10] Волков А. Ф., Коган Ш. М. // УФН. 1968. Т. 96. № 4. С. 633—672.
- [11] Голик Л. Л., Неменуций В. Н., Елинсон М. И., Балкарей Ю. И. // Письма в ЖТФ. 1983. Т. 9. Вып. 1. С. 53—57.
- [12] Сонин А. С., Василевская А. С. Электрооптические кристаллы. М.: Атомиздат, 1971. 328 с.

Институт радиотехники  
и электроники АН СССР  
Москва

Поступило в Редакцию  
21 июня 1988 г.