

4. До сих пор рассматривались радионуклидные источники, каждый элементарный участок которых излучался сферически-симметрично. Существуют, однако, источники с зависимостью интенсивности излучения от азимутального угла θ . В этом случае излучение каждого источника элементарной площадки пропорционально величине

$$f(\theta) = N^{-1} (1 + 3\zeta \cos^2 \theta + \zeta_2 \cos^4 \theta + \dots), \quad (14)$$

где N — нормировочный множитель.

Геометрический фактор G_ζ для источника с угловой зависимостью (14) получается последовательным дифференцированием выражения (10) для G по параметру h . Действительно, введение дополнительного $\cos^2 \theta = (h/R)^2$ в подынтегральное выражение (2) равносильно применению к нему, а следовательно, и к (10) оператора $\frac{1}{3} (1 - h\partial/\partial h)$.

Приведем результат вычисления G_ζ для простейшего случая плоского источника радиуса a и диафрагмы такого же радиуса, ограничившись двумя первыми слагаемыми в формуле (14).

$$G_\zeta = \frac{1}{2} - \frac{2q'}{\pi} \left[\frac{1-\zeta}{1+\zeta} D(q) + \frac{\zeta}{1+\zeta} K(q) \right]. \quad (15)$$

Знаменатель $1+\zeta$ обязан своим происхождением условию нормировки, в пределе $\zeta \rightarrow 0$ выражения (11) и (15) совпадают.

Аналогичным образом можно легко получить точные выражения для некоторых других величин (емкости, индуктивности) в системах с цилиндрической симметрией, причем окончательные выражения всегда более компактны, чем представления в виде ряда.

Литература

- [1] Петржак К. А., Бак М. А. // ЖТФ. 1955. Т. 25. В. 4. С. 636—642.
- [2] Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. М.: Наука, 1981, 1986. Т. 1, 3.
- [3] Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. М.: Наука, 1967. Т. 3.
- [4] Беляков В. М., Кравцова Р. И., Раппопорт М. Г. Таблицы эллиптических интегралов. М.: Изд-во АН СССР, 1962, 1963. Т. 1, 2.

Всесоюзный научно-исследовательский институт метрологии им. Д. И. Менделеева

Поступило в Редакцию
1 февраля 1988 г.
В окончательной редакции
27 сентября 1988 г.

01; 02; 07

Журнал технической физики, т. 59, в. 7, 1989

КОМПТОН-ЭФФЕКТ И НЕКОГЕРЕНТНОЕ РАССЕЯНИЕ РЕНТГЕНОВСКИХ ЛУЧЕЙ АТОМАМИ

С. А. Герасимов

В настоящей работе речь идет о связи комптоновского профиля $J(q)$, величины, пропорциональной дважды дифференциальному сечению комптоновского рассеяния $d^2\sigma/d\omega d\Omega$ [γ -излучения атомами

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega d\Omega} = \sigma_T \frac{m}{\hbar} \frac{\omega_2}{\omega_1} J(q) \quad (1)$$

с фактором некогерентного рассеяния S

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_T S, \quad (2)$$

где σ_T — томсоновское сечение рассеяния, $\omega = \omega_1 - \omega_2$, ω_1 и ω_2 — соответственно частота падающего и рассеянного излучений, $\kappa = (\omega_1^2 + \omega_2^2 - 2\omega_1\omega_2 \cos \theta)^{1/2}/c$, θ — угол рассеяния, $q = \hbar\kappa/2 - m\omega/\hbar$ (m — масса покоя электрона), $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$.

Эти характеристики имеют важное значение в исследовании взаимодействия рентгеновского и гамма-излучений с веществом. Известно большое количество экспериментальных и теоретических результатов по комптоновским профилям [1] и факторам некогерентного рассеяния [2]. Однако связь между ними до сих пор не установлена. Этот вопрос неоднократно обсуждался в литературе [3, 4]. Положительные результаты в этом направлении относятся лишь к определенным электронным состояниям в атоме. Связь между (1) и (2), если таковая существует, позволила бы более полно исследовать некогерентное рассеяние электромагнитного излучения веществом, опираясь на широкий набор экспериментальных данных по комптоновскому рассеянию.

Простое интегрирование выражения (1) по всем возможным изменениям частот ω первичного кванта здесь не дает положительных результатов. Такой подход был бы справедливым лишь в одном случае — когда все атомные электроны в кинематическом отношении считаются свободными. Возможности импульсного приближения, в рамках которого получено соотношение (1), в этом случае были бы использованы далеко не полностью. Импульсное приближение предполагает, что энергия связи электронов в атоме для данного состояния много меньше передачи энергии $\hbar\omega$, а передача импульса $\hbar k$ много больше \hbar/a , где a — радиус орбитали [1]. В частности, это приближение позволяет заменить электронные волновые функции в конечном и промежуточном состояниях плоскими волнами.

Решение этой задачи в квазиклассическом приближении стало возможным лишь после записи распределения атомных электронов по импульсам и энергиям [5]. Для состояния с определенной энергией комптоновский профиль $J_E(q)$ определяется интегралом [3]

$$J_E(q) = \frac{1}{2} \int_{|q|}^{\infty} \frac{1}{p} \frac{dn}{dp} dp, \quad (3)$$

где dn/dp представляет собой нормированное на число электронов в данном состоянии импульсное распределение.

В нерелятивистском случае ($\hbar\omega_1 \ll mc^2$)

$$q = \frac{2\hbar\omega_1^2 \sin^2 \theta/2 - mc^2\omega}{2\omega_1 c \sin \theta/2}, \quad (4)$$

и так как $\omega \ll \omega_1$, то в выражении (1) можно положить $\omega_2 \approx \omega_1$. Условия применимости импульсного приближения будут соблюдены, если для данного состояния выражение (1) проинтегрировать по всем ω от $|E|/\hbar$ до ω_1 , а затем провести суммирование по всем состояниям. Использование квазиклассического приближения в свою очередь допускает замену суммирования по всем состояниям интегрированием. Поэтому

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_T \frac{m}{2} \int_{-\infty}^{E_m} dE \int_{|E|/\hbar}^{\omega_1} d\omega \frac{1}{\omega} \int_{|q|}^{\infty} \frac{1}{p} \frac{dn}{dp} dp. \quad (5)$$

Теперь dn представляет собой число электронов, энергии которых E заключены в интервале от E до $E+dE$, а импульсы p в интервале от p до $p+dp$. Результат работы [5]

$$\frac{dn}{dp} = - \left(\frac{3^8 \pi^5}{2^{22}} \right)^{1/3} \frac{\hbar^5}{m^4 e^{10} Z^{7/3}} x^2(u) \frac{dx(u)}{du} p^2 \quad (6)$$

устанавливает связь dn/dp с функцией $x(u)$, определяющей зависимость координаты $r = bxZ^{-1/3}$ от потенциала $U = -euZ^{1/3}/b$, где $b = (3\pi/4)^{2/3} \hbar^2/2me^2$.

Вводя безразмерные переменные

$$\varepsilon = -Eb/(e^2 Z^{1/3}), \quad \beta = b^{1/2}/(2^{1/2} m^{1/2} e Z^{1/3}),$$

$$Q = q\beta, \quad k = p\beta, \quad v = \frac{\beta \hbar \omega_1}{c} \sin \frac{\theta}{2} \quad (7)$$

и интегрируя по импульсам, получаем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_T \frac{Z}{4} \int_{\varepsilon_m}^{\infty} d\varepsilon \int_{-\infty}^{v-\varepsilon/v} x^3 (Q^2 + \varepsilon) dQ. \quad (8)$$

Здесь и выше приняты следующие обозначения: Z — атомный номер; E_m — максимальное значение энергии электрона для данного атома; ε_m — минимальное значение ε , соответствующее $E = E_m$.

Явный вид зависимости $x(u)$ здесь несуществен, достаточно лишь учесть, что комптоновский профиль $J(q)$ связан с импульсным распределением $Zx^3(k^2 + \varepsilon_m)k^2$ соотношением [6, 7]

$$C(Q) = \frac{1}{2} \int_0^\infty x^3(k^2 + \varepsilon_m) k dk, \quad (9)$$

где $C(Q) = J(q) (2me)^{1/2} / b^{1/2} Z^{1/2}$.

Подставляя (9) в (8), меняя порядок интегрирования и сравнивая полученное выражение с (2), имеем

$$S = Z \int_{-\infty}^{\nu - \varepsilon_m/4\nu} \{C(Q) - C[\sqrt{(2\nu - Q)^2 - \varepsilon_m}]\} dQ. \quad (10)$$

Это общее решение задачи. Первое слагаемое в подынтегральном выражении (10) соответствует случаю простого интегрирования (1) по всем ω (фактически рассеянию на свободных

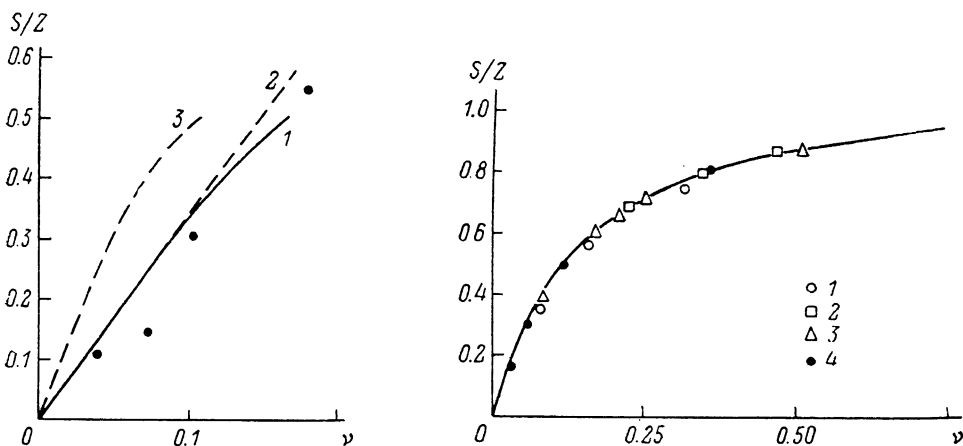


Рис. 1. Асимптотика фактора некогерентного рассеяния для углерода.

1 — расчет по формуле (10) с использованием экспериментальных результатов [8], 2 — асимптотика (11), 3 — расчет по модели Гейзенберга [9], точки — экспериментальные данные [2].

Рис. 2. Факторы некогерентного рассеяния аргона (1), меди (2), серебра (3) и свинца (4). Точки — результаты точных квантово-механических расчетов [2], кривая — результат расчета по формуле (12).

электронах), эффект связанности атомных электронов учтен вторым слагаемым в (10). Очевидны следующие свойства решения (10): 1) при $\nu \rightarrow \infty$ $S(\nu) \rightarrow Z$; 2) при $\nu \rightarrow 0$ $S(\nu) \rightarrow 0$; 3) при малых ν и $\varepsilon_m \ll \nu$ подынтегральную функцию в (10) можно разложить в ряд, что позволяет получить асимптотику

$$S/Z \approx 2\nu C(0). \quad (11)$$

Справедливость этого предельного случая наглядно показан на рис. 1. Расчет проводился с использованием экспериментальных данных [8] по комптоновским профилям. Для сравнения на рис. 1 представлены экспериментальные данные [2] и результаты расчета фактора некогерентного рассеяния по модели Гейзенберга [9].

Переменные Q и $C(Q)$ вместо q и $J(q)$ введены не случайно. Во-первых, если расчет $J(q)$ или импульсного распределения проводится на основе статистической модели атома, то это, как и в случае модели Гейзенберга, дает возможность представить зависимость $S(\nu)$ в универсальном виде. Это возможно при $\varepsilon_m = 0$. Во-вторых, в работе [7] предложена универсальная зависимость $C(Q)$, справедливая для всех атомов с достаточно большим атомным номером Z . В этом случае фактор некогерентного рассеяния может быть вычислен аналитически

$$S/Z = \frac{4\nu(\nu^2 + 3A/2B)}{3A^2B^{1/2}(\nu^2 + A/B)^{3/2}} + \frac{8}{F} \left[\frac{1}{(E-F)^{1/2}} \operatorname{arctg} \frac{4\nu}{(E-F)^{1/2}} - \frac{1}{(E+F)^{1/2}} \operatorname{arctg} \frac{4\nu}{(E+F)^{1/2}} \right] \quad (12)$$

с коэффициентами $A=0.79$, $B=70.7934$, $D=0.77714$, $E=17.8283$, $F=(E^2-32D)^{1/2}$ и при условии нормировки

$$\frac{4}{3A^2B} + \frac{\pi}{[D(E+(32D)^{1/2})]^{1/2}} = 1.$$

Эта зависимость (рис. 2) обнаруживает достаточно хорошее согласие с результатами точных квантово-механических расчетов [2]. Не следует, однако, ожидать удовлетворительного описания фактора некогерентного рассеяния выражением (12) при очень малых ν . При малых ν зависимость (12) линейна, реально же следует ждать более резкой зависимости $S(\nu)$.

Так или иначе связь между $J(q)$ и S в квазиклассическом приближении установлена. Пример вычисления фактора некогерентного рассеяния из экспериментальных данных по $J(q)$ представлен на рис. 1.

В заключение автор выражает искреннюю благодарность Дж. Х. Хаббеллу (Национальное бюро стандартов США) за обширный экспериментальный и теоретический материал по некогерентному рассеянию рентгеновских и гамма-лучей атомами.

Литература

- [1] Бушнев В. А., Кузьмин П. Н. // УФН. 1977. Т. 122. № 1. С. 81—124.
- [2] Hubbell J. H., Veigele Wm. J., Briggs E. A. et al. // J. Phys. Chem. Ref. Data. 1975. Vol. 4. N 3. P. 471—616.
- [3] Cox H. L. // Phys. Rev. A. 1976. Vol. 12. N 1. P. 229—241.
- [4] Currat R., De Cicco P. D., Weiss R. J. // Phys. Rev. B. 1971. Vol. 4. N 12. P. 4256—4261.
- [5] Волков В. Ф., Герасимов С. А. // Изв. вузов. Физика. 1984. Т. 27. № 3. С. 108—110.
- [6] Saulson C. A., March N. H. // Proc. Phys. Soc. London. Sect. A. 1950. VI. 63. N 4. P. 367—374.
- [7] Волков В. Ф., Герасимов С. А. // Изв. вузов. Физика. 1984. Т. 27. № 9. С. 120—121.
- [8] Reed W. A., Eisenberger P. // Phys. Rev. B. 1972. Vol. 6. N 12. P. 4596—4604.
- [9] Parks D. E., Rotenberg M. // Phys. Rev. A. 1972. Vol. 5. N 2. P. 521—526.

Ростовский-на-Дону
государственный университет
Научно-исследовательский
институт физики

Поступило в Редакцию
22 февраля 1988 г.
В окончательной редакции
13 сентября 1988 г.

ИССЛЕДОВАНИЕ ИМПЕДАНСА СЛАБОТОЧНОГО ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА В ТРУБКАХ МАЛОГО ДИАМЕТРА

В. Е. Привалов, С. И. Шишов

Динамические свойства газоразрядной плазмы можно характеризовать импедансом (динамическое сопротивление), знание которого позволяет прогнозировать неустойчивости в разряде и методы их устранения, создавать системы стабилизации различных плазменных параметров [1]. В отличие от сильноточных (десятки и сотни миллиампер) классических разрядов [2, 3] теоретическая трактовка динамического поведения слаботоочных (доли и единицы миллиампер) разрядов в длинных трубках малого диаметра вызывает определенные трудности [4, 5].

В настоящей работе получены расчетные зависимости с учетом инерционности процессов ионизации и отрицательной крутизны статической вольт-амперной характеристики, позволяющих оценить характер изменения импеданса слаботоочного разряда и его составляющих в функции параметров разряда; результаты сравниваются с экспериментом, проведенным для трубок с гелиевым наполнением.