

01;09

О ВОЗМОЖНОСТИ НАБЛЮДЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН ЦЕННЕКА В ИЗЛУЧЕНИИ ИСТОЧНИКА С МАЛОЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ АПЕРТУРОЙ

Ю. В. Кистович

Рассмотрено излучение вертикального электрического тока над импедансной поверхностью. Посредством численных расчетов в неасимптотической области показано, что при определенном виде источника возможно значительное преобладание волны Ценнека над объемным полем.

1. Поверхностные электромагнитные волны, существующие на границе раздела проводника с комплексной диэлектрической проницаемостью ϵ и вакуума, характеризуются рядом свойств, в частности дисперсией $k^2 = k_0^2 (\epsilon/1 + \epsilon)$, где $k_0 = \omega/c$, ω — частота волны, c — скорость света. При удалении от поверхности поле поверхностной волны меняется по закону $e^{i\kappa_0 z}$, где z — нормальная к поверхности координата, а $\kappa_0^2 = k_0^2/1 + \epsilon$. Если $|\epsilon| \gg 1$, то часто используют импедансное приближение, характеризуя поверхность проводника импедансом $Z = 1/\sqrt{\epsilon}$, $\text{Im} Z < 0$. При этом $k^2 = k_0^2 (1 - z^2)$ и $\kappa_0 = -k_0 Z$.

В случае, если $\text{Re} Z < -\text{Im} Z$, то фазовая скорость поверхностной волны меньше скорости света, такая волна называется волной Фано. Волны Фано в настоящее время широко исследуются теоретически и экспериментально [1]. В противном случае $\text{Re} Z > -\text{Im} Z$ возникает так называемая волна Ценнека, фазовая скорость которой больше скорости света.

Важным свойством поверхностной волны является то, что при удалении от аксиально симметричного излучателя ее поля спадают как $e^{-k''\rho}/\sqrt{\rho}$, где ρ — расстояние до излучателя, $k'' = \text{Im} k$, так что характер радиальной расходимости поля может служить критерием наличия поверхностной волны в излученном поле.

Излучатель с конечной вертикальной апертурой излучает наряду с поверхностными еще и объемные волны, что усложняет, порой очень сильно, задачу обнаружения поверхностной волны.

В работе [2] показано, что асимптотическое разложение поля вертикального электрического диполя на больших расстояниях не содержит члена вида $e^{i k \rho}/\sqrt{\rho}$ в случае $\text{Re} Z > -\text{Im} Z$, т. е. в случае волны Ценнека, из чего делается вывод, что поверхностная волна Ценнека вообще не возбуждается источниками с малой вертикальной апертурой. Это мнение в радиофизике в настоящее время широко распространено.

Однако в работах [3-5] сообщается о наблюдении волны Ценнека в режимах бегущей и стоячей волн, причем для возбуждения волны Ценнека использовались малоапертурные источники.

Ниже на основе детального анализа излучения вертикального электрического тока определенной структуры показано, что вполне можно согласовать математически корректные результаты [2] с экспериментами [3-5].

2. Прежде всего рассмотрим спектр пространственных гармоник электромагнитного поля над импедансной поверхностью, из которых конструируется излучение любого источника.

Пусть вакуум, занимающий полупространство $z > 0$ декартовой системы координат (x, y, z) , граничит при $z=0$ с плоскостью, характеризующейся поверхностным импедансом Z . Электромагнитное поле (\mathbf{E}, \mathbf{H}) удовлетворяет в вакууме уравнениям Максвелла (предполагается гармоническая зависимость компонент поля от времени вида $e^{-i\omega t}$, этот множитель везде в дальнейшем опускается)

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = ik_0 \mathbf{H}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = -ik_0 \mathbf{E} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad (1)$$

где \mathbf{j} — возбуждающий поле ток, который в этой части статьи предполагается равным нулю.

Тангенциальные компоненты поля удовлетворяют импедансным граничным условиям

$$\mathbf{E}_\tau = Z \mathbf{e}_z \times \mathbf{H}_\tau, \quad z = 0, \quad (2)$$

где $\mathbf{E}_\tau = \mathbf{e}_x E_x + \mathbf{e}_y E_y$ и $\mathbf{H}_\tau = \mathbf{e}_x H_x + \mathbf{e}_y H_y$, а $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ — правый ортонормированный базис.

Поскольку в нашей задаче имеется выделенное направление — ось z — естественно решать уравнения (1) и (2), разделяя переменные z и (x, y) . Нас будет интересовать только та поляризация ($H_z=0$), которая образует поверхностные волны. Полагая $E_z = F(\rho) f(z)$, где $\rho = \mathbf{e}_x x + \mathbf{e}_y y$, подставляя это в (1) и разделяя переменные, получим, что $f(z)$ и $F(\rho)$ удовлетворяют уравнениям

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} + k_z^2\right)f = 0, \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_0^2 - k_z^2\right)F = 0, \quad (3)$$

где k_z^2 — константа разделения.

Из (3) находим

$$f(z) = c_1 e^{ik_z z} + c_2 e^{-ik_z z}.$$

Используя уравнения (1), можно записать все компоненты электромагнитного поля в следующем виде:

$$\begin{aligned} E_z &= F(\rho) (c_1 e^{ik_z z} + c_2 e^{-ik_z z}), \\ \mathbf{E}_\tau &= \frac{ik_z}{k_0^2 - k_z^2} \left(\mathbf{e}_x \frac{\partial F}{\partial x} + \mathbf{e}_y \frac{\partial F}{\partial y} \right) (c_1 e^{ik_z z} - c_2 e^{-ik_z z}), \\ \mathbf{H}_\tau &= -\frac{ik_0}{k_0^2 - k_z^2} \left(\mathbf{e}_x \frac{\partial F}{\partial y} - \mathbf{e}_y \frac{\partial F}{\partial x} \right) (c_1 e^{ik_z z} + c_2 e^{-ik_z z}). \end{aligned} \quad (4)$$

Используя граничные условия (2), получим соотношение, связывающее амплитуды c_1 и c_2

$$k_z (c_1 - c_2) = x_0 (c_1 + c_2), \quad (5)$$

где $x_0 = -k_0 Z$.

Теперь задача состоит в том, чтобы выяснить, какие значения может принимать k_z . В общем случае k_z — комплексное число. Если $\operatorname{Im} k_z \neq 0$, то одна из амплитуд c_1 и c_2 должна обращаться в нуль, чтобы поле не возрастало неограниченно при $z \rightarrow +\infty$. Если же $\operatorname{Im} k_z = 0$, то каждая из амплитуд c_1 и c_2 может отличаться от нуля, поскольку при этом неограниченного роста поля при $z \rightarrow +\infty$ не происходит. Рассмотрим эти случаи подробнее.

а) Пусть $k_z = x$, $\operatorname{Im} x > 0$. В этом случае должно быть $c_1 = 0$, и тогда из (5) следует, что $x = x_0$. Как легко видеть, при этом все компоненты поля экспоненциально убывают при $z \rightarrow +\infty$, т. е. этот случай соответствует поверхностной волне.

б) Пусть $k_z = p$, $\operatorname{Im} p = 0$. В этом случае $c_1 \neq 0$ и $c_2 \neq 0$, тогда из (5) находим $c_1 = c_2 (p + x_0 / p - x_0)$. Поле при этом состоит из падающей на поверхность волны e^{-ipz} и отраженной от нее волны $(p + x_0 / p - x_0) e^{ipz}$, так что этот случай соответ-

ствует объемным волнам. При этом p — любое положительное действительное число, так что объемные волны образуют континуальный спектр.

Таким образом, полное поле в свободном от токов полупространстве над импедансной плоскостью можно записать в виде суперпозиции поверхностного и объемного полей

$$E_z = F_s(\rho) \varphi_s(z) + \int_0^{\infty} F_v(\rho, p) \varphi_v(z, p) dp, \quad (6)$$

где функции $F_s(\rho)$ и $F_v(\rho, p)$ удовлетворяют уравнениям

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2\right) F_s(\rho) = 0, \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_0^2 - p^2\right) F_v(\rho, p) = 0. \quad (7)$$

Здесь $k^2 = k_0^2(1 - Z^2)$.

Функции $\varphi_s(z) = \sqrt{2x_0/i} e^{ix_0z}$ и $\varphi_v(z, p) = 1/\sqrt{2\pi} \sqrt{\frac{p-x_0}{p+x_0}} \left[e^{-ipz} + \frac{p+x_0}{p-x_0} e^{ipz} \right]$ удовлетворяют, как нетрудно убедиться, следующим соотношениям ортогональности:

$$\int_0^{\infty} \varphi_s^2(z) dz = 1, \quad \int_0^{\infty} \varphi_s(z) \varphi_v(z, p) dz = 0, \\ \int_0^{\infty} \varphi_s(z, p) \varphi_v(z, q) dz = \delta(p - q); \quad p, q > 0 \quad (8)$$

и полноты:

$$\varphi_s(z) \varphi_s(z') + \int_0^{\infty} \varphi_v(z, p) \varphi_v(z', p) dp = \delta(z' - z), \quad (9)$$

где δ — дельта-функция Дирака.

3. Хотя в экспериментах [3] использовался аксиально-симметричный излучатель, здесь мы будем рассматривать однородный по y возбуждающий ток вида

$$\mathbf{j} = I(z) \delta(x) \mathbf{e}_z, \quad (10)$$

поскольку при этом возникают более удобные для численных расчетов экспоненты (вместо функций Ханкеля). В принципиальном отношении ровным счетом ничего не меняется.

Решения уравнений (1) можно представить в виде

$$H_y(x, z) = A \varphi_s(z) e^{ikx} + \int_0^{\infty} B(p) \varphi_v(z, p) e^{i\sqrt{k_0^2 - p^2}x} dp, \quad x > 0, \\ H_y(x, z) = -H_y(-x, z), \quad x < 0. \quad (11)$$

Подставляя это в (1), получим уравнение для определения A и $B(p)$

$$A \varphi_s(z) + \int_0^{\infty} B(p) \varphi_v(z, p) dp = \frac{2\pi}{c} I(z), \quad (12)$$

откуда с помощью (8) легко найти

$$A = \frac{2\pi}{c} \int_0^{\infty} I(z) \varphi_s(z) dz, \quad B(p) = \frac{i2\pi}{c} \int_0^{\infty} I(z) \varphi_v(z, p) dz. \quad (13)$$

В частности, при $I(z) = e^{ix_0z}$ $A = 2\pi/c \sqrt{i/2x_0}$, $B(p) = 0$, т. е. возбуждается чистая поверхностная волна.

4. Рассматривая излучение точечного диполя, расположенного на поверхности, $I(z) = \lim_{a \rightarrow +0} I_0 \delta(z-a)$. В этом случае

$$A = \frac{2\pi}{c} \sqrt{\frac{2\epsilon_1}{i}} I_0, \quad B(p) = \frac{2\sqrt{2\pi}}{c} \frac{p}{\sqrt{p^2 - \kappa_0^2}} I_0. \quad (14)$$

Нас будет интересовать поле на поверхности

$$H_y(x, 0) \equiv H_t(x) = H_s(x) + H_v(x), \quad (15)$$

где поверхностное и объемное поля есть соответственно

$$H_s(x) = \frac{4\pi\kappa_0}{ic} I_0 e^{ik_0 x}, \quad H_v(x) = \frac{4I_0}{c} \int_0^\infty \frac{p^2 e^{i\sqrt{k_0^2 - p^2} x}}{p^2 - \kappa_0^2} dp. \quad (16)$$

Для асимптотической оценки поля на больших расстояниях от излучателя используем метод перевала. Точка перевала $p=0$, а контур наискорейшего спуска определяется формулой

$$p'' = -\frac{k_0 p'}{\sqrt{k_0^2 + p'^2}}, \quad p = p' + ip'', \quad p' \in [0; +\infty]. \quad (17)$$

Поскольку $|Z| \ll 1$, то при деформации контура $\text{Im } p=0$ в контур (17) полюс $p=-\kappa_0$ пересекается при $\text{Re } Z > -\text{Im } Z$. Именно такой случай мы будем рассматривать в дальнейшем, т. е. случай волны Ценнека. Переходя к интегрированию по контуру наискорейшего спуска и вычисляя вычет в точке $p=-\kappa_0$, который сокращается с членом H_s , получим полное поле на поверхности

$$H_t(x) = -\frac{4\sqrt{2}(1+i)k_0 I_0}{c} e^{ik_0 x} \int_0^\infty \frac{\beta^2 (1+i\beta^2) \sqrt{2+i\beta^2}}{\beta^4 - 2i\beta^2 - z^2} e^{-k_0 x \beta^2} d\beta. \quad (18)$$

При этом $H_s = (4\pi\kappa_0/ic) I_0 e^{ik_0 x}$ и $H_v = H_t - H_s$.

Разлагая множитель при $e^{-k_0 x \beta^2}$ в интеграле (18) в ряд Тейлора, получим асимптотическое разложение поля на больших расстояниях

$$H_{ac}(x) = 2(1+i) \frac{k_0 I_0}{c} \sqrt{\frac{\pi}{k_0 x}} \frac{e^{ik_0 x}}{k_0 x z^2} \sum_{n=0}^\infty \frac{(2n+1)!!}{(ik_0 x z^2)^n} a_n, \quad (19)$$

где

$$a_n = \sum_{m=0}^n \frac{(2m+1)!!}{m!(1-4m^2)} \frac{(1+\alpha)^{n-m+1} + (1-\alpha)^{n-m+1}}{2^{n+2m+1}} z^{2m}, \quad \alpha = \sqrt{1-z^2}. \quad (20)$$

При не слишком больших n $a_n \approx 1$.

Результаты численного расчета на ЭВМ, выполненного по формулам (16)–(20) при $Z=0.1-0.03i$ (это соответствует условиям экспериментов [3–5]), приведены на рис. 1. Видно, что $H_{ac}(x)$ аппроксимирует полное поле $H_t(x)$, а не объемное поле $H_v(x)$ в полном соответствии с результатами работы [2]. Это означает, что в области, где применима асимптотика, невозможно обнаружить поверхностную волну Ценнека по характерной для нее зависимости спада поля с такими расстояниями до источника: $e^{ik_0 x}$ в рассматриваемом случае и $e^{ik_0 r}/\sqrt{r}$ в случае аксиально-симметричного излучателя.

Но невозможность обнаружить волну по какому-либо одному признаку вовсе не означает, что волна эта вообще не возбуждается. На самом деле точечный диполь возбуждает волну Ценнека с амплитудой (14), но на больших расстояниях от источника происходит компенсация ее поля вблизи поверхности полем объемных гармоник, связанная с тем, что волна Ценнека — быстрая волна и всегда имеется бесконечно много гармоник объемного поля, фазовая

скорость которых как угодно мало отличается от скорости волны Ценнека. Компенсация эта имеет место только на некоторых конечных высотах над поверхностью и не может иметь место при любых высотах в силу ортогональности поверхностного и объемного полей. В принципе, измеряя на любом расстоянии x от источника вертикальное распределение поля $H_y(x, z)$, можно определить амплитуду поверхностной волны по формуле

$$A_s(x) = \int_0^{\infty} H_y(x, z) \varphi_s(z) dz. \quad (21)$$

Наличие или отсутствие компенсации поверхностной волны объемным полем связано не столько с соотношением между действительной и мнимой частями

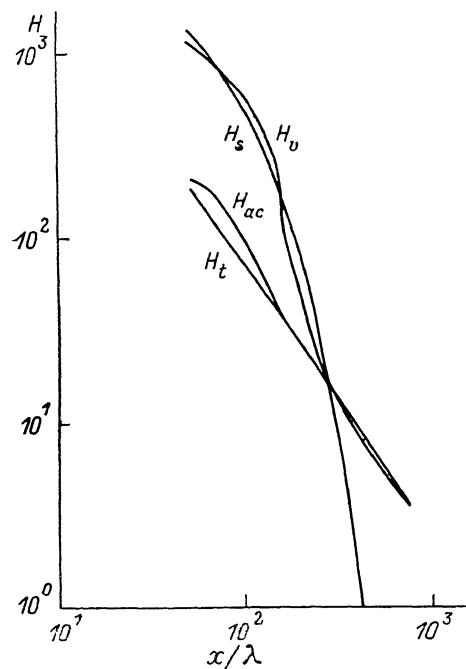


Рис. 1. Зависимость поверхностного H_s , объемного H_v и полного H_t полей, а также асимптотики H_{ac} от расстояния до точечного диполя.

поверхностного импеданса Z , сколько с видом пространственного спектра объемных волн. Просто в случае свободного полупространства спектр этот определяется только поверхностным импедансом. В экспериментах же [4, 5] с ограниченным по вертикали резонатором спектр пространственных гармоник объемного поля определялся не только импедансом, но и высотой резонатора. В резонаторе спектр дискретен и, более того, каждая его гармоника превосходит по фазовой скорости волну Ценнека. Поэтому в резонаторе никакой компенсации не происходит и волна Ценнека наблюдается очень хорошо, хотя амплитуда, с которой она возбуждается щелью в резонаторе, практически не отличается от амплитуды, с которой она возбуждалась бы той же щелью, установленной в свободном полупространстве, поскольку высота резонатора значительно превышает высоту локализации волны Ценнека.

Возвращаясь к излучению диполя, заметим, что асимптотикой (19) можно пользоваться только на расстояниях $x > x_{\min} = 3/k_0 |Z|^2$, поскольку начиная с x_{\min} второй член асимптотики становится меньше первого. В условиях экспе-

римента [3] $x_{\min} = 45 \lambda$, где $\lambda = 2\pi/k_0$ — длина волны. Измерения же радиальной расходимости поля от источника, в результате которых была зафиксирована зависимость вида $1/\sqrt{\rho}$, проводились на расстояниях до 35λ , так что все выводы относительно компенсации поверхностной волны объемным полем на этих расстояниях не применимы.

5. До сих пор рассматривалось излучение точечного диполя. Более реалистичное описание антенны, использованной в экспериментах [3], получается, если представить ее возбуждающим током $I(z) = I_0(1 + a \sin k_0 z + b \cos k_0 z)$ при $z < \lambda/2$ и $I(z) = 0$ при $z > \lambda/2$, так как антенна представляла собой нечто вроде открытого с боков резонатора высотой $\sim \lambda/2$. Подставляя этот ток в (13), найдем A и $B(p)$, что позволяет записать излученное поле (при $z=0$) в виде

$$H_t(x) = H_s(x) + H_v(x), \quad (22)$$

где

$$H_s(x) = \frac{4\pi I_0}{c} (1 - e^{-i\pi Z}) (1 + aP + bQ) e^{ikx}, \quad (23)$$

$$P = \frac{iZ}{1 - Z^2} \frac{1 + e^{-i\pi Z}}{1 - e^{-i\pi Z}}, \quad Q = iZP, \quad (24)$$

$$H_v(x) = \frac{8I_0}{c} [f_0(x) - af_1(x) - bf_2(x)] - H_s(x), \quad (25)$$

$$f_0(x) = -ie^{ik_0x} \int_0^\infty \frac{\beta(1+i\beta^2)[D \sin \pi D + iZ(\cos \pi D - 1)]}{D(\beta^4 - 2i\beta^2 - Z^2)} e^{-k_0x\beta^2} d\beta,$$

$$f_1(x) = ie^{ik_0x} \int_0^\infty \frac{\beta[D(\cos \pi D + 1) - iZ \sin \pi D]}{(1+i\beta^2)(\beta^4 - 2i\beta^2 - Z^2)} e^{-k_0x\beta^2} d\beta,$$

$$f_2(x) = ie^{ik_0x} \int_0^\infty \frac{\beta D [D \sin \pi D + iZ(\cos \pi D + 1)]}{(1+i\beta^2)(\beta^4 - 2i\beta^2 - Z^2)} e^{-k_0x\beta^2} d\beta, \quad (26)$$

$$a D = (1-i) \beta \sqrt{1+i^2/2}.$$

Функции $f_0(x)$, $f_1(x)$ и $f_2(x)$ вычислялись на ЭВМ по формулам (26), после чего подбирались коэффициенты a и b так, чтобы объемное поле $H_v(x)$ было минимально в диапазоне от 13λ до 35λ . В результате получилось $a = 2.37 - 6.67i$ и $b = 44.5 + 30.2i$. Затем по формулам (22)–(25) были рассчитаны $H_s(x)$, $H_v(x)$ и $H_t(x)$. Результаты приведены на рис. 2. Видно, что в значительной части указанного выше интервала поверхностное поле более чем на порядок превосходит объемное, а полное поле, совпадая практически с поверхностным, спадает с расстоянием до источника как e^{-k_0x} . В аксиально-симметричном случае полное поле спадало бы на таких же расстояниях, как $e^{-k_0x}/\sqrt{\rho}$, что и было зафиксировано в экспериментах [3]. На больших расстояниях ($\geq 100 \lambda$) поле все равно с хорошей точностью выходит на степенную асимптотику, поэтому подобные эффекты наблюдать невозможно.

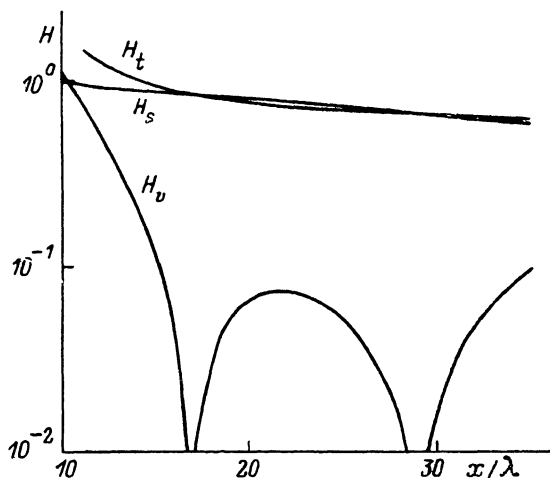


Рис. 2. Зависимость поверхностного H_s , объемного H_v и полного H_t полей от расстояния до антенны.

Заметим, что $|b| \gg |a| > 1$, тогда ток в антенне должен быть распределен практически как $\cos k_0z$, что соответствует распределению магнитного поля в антенне в условиях ее резонанса, если рассматривать антенну как открытый резонатор.

Таким образом, приведенные выше рассуждения и расчеты показывают, что в принципе возможно наблюдение бегущей волны Цепенка на небольших ($x < 3/k_0 |Z|^2$) расстояниях от источника и ее идентификация по характеру расходимости поля волны при удалении от источника.

Литература

- [1] Поверхностные поляритоны. Электромагнитные волны на поверхностях и границах раздела сред / Под ред. В. М. Аграновича и Д. Л. Милса. М.: Наука, 1985. 528 с.
- [2] Макаров Г. И., Новиков В. В. // Четыре лекции по теории распространения радиоволн. Л., 1972. С. 36–74.
- [3] Байбаков В. И., Кистович Ю. В. // Письма в ЖТФ. 1980. Т. 6. Вып. 19. С. 1172–1175.
- [4] Байбаков В. И., Кистович Ю. В. // ЖТФ. 1982. Т. 52. Вып. 5. С. 846–849.
- [5] Байбаков В. И., Кистович Ю. В. // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 6. С. 1177–1178.

Научно-производственное объединение
Всесоюзный научно-исследовательский
институт физико-технических
и радиотехнических измерений
Московская обл.

Поступило в Редакцию
5 апреля 1988 г.