

КАНАЛИРОВАНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЯДЕР В ИЗОГНУТОМ КРИСТАЛЛЕ

Н. А. Кудряшов, С. В. Петровский, М. Н. Стрижанов

На возможность управления траекториями быстрых заряженных частиц (БЗЧ) с помощью изогнутого кристалла (ИК) было указано Э. Н. Цыгановым [1]. О. И. Сумбаев [2] предложил механизм объемного захвата, экспериментально реализованный в [3-5].

Рассмотрим зарядовую и энергетическую зависимости параметров каналирования релятивистских ядер в прямом кристалле. Глубина потенциальной ямы канала V_0 растет с зарядом ядра Z_1 : $U_0 \sim Z_1$. Вводя «масштабный параметр» $w = pv/Z_1$, заметим, что критический угол каналирования убывает с ростом w : $\theta_L = \sqrt{2U_0/pv} \sim w^{-1/2}$. Убывает также средний квадрат угла многократного рассеяния (МР) ядер на единицу пути: в «аморфном» режиме $\Delta \theta_{am}^2/\Delta s \sim w^{-2}$. Длина деканалирования, наоборот, увеличивается с ростом w : $l_c \sim \theta_L^2/(\Delta \theta_{am}^2/\Delta s) \sim w$.

Нетрудно видеть, что подобная «масштабная инвариантность» имеет место при каналировании в ИК. Эффективный потенциал ИК с учетом центробежной части имеет вид [6] $U_{\text{eff}}(x) = U(x) - pvx/R = Z_1 [U_1 - wx/R]$, где $U_1(x)$ — межплоскостной потенциал прямого кристалла для протонов, $x = r - R$ — поперечная (радиальная) координата, R — средний радиус изгиба кристалла. Глубина потенциальной ямы (критическая поперечная энергия) имеет, следовательно, вид $\epsilon_c = Z_1 f(w)$, где $f(w)$ — функция «масштабного параметра» w . Отсюда следует, что критический угол каналирования для ИК $\theta_c \sim \sqrt{f(w)}/w$ и длина деканалирования $l_c \sim f(w)/w^2$ являются функциями параметра w .

При больших Z_1 и фиксированной энергии ядер вследствие роста многократного рассеяния меняется соотношение между торцевым и объемным захватами в пользу последнего. Для больших Z_1 ситуация усложняется тем, что длина деканалирования много меньше толщины кристалла, что делает необходимым применение динамической теории [7].

В настоящей работе в рамках динамической теории впервые рассчитана доля релятивистских ядер (с энергией 8.4 ГэВ), повернутых с помощью ИК при различных параметрах пучка (заряд ядер, угловые характеристики) и кристалла.

Функция распределения (ФР) для БЗЧ, движущихся в поле изогнутых плоскостей кристалла, удовлетворяет уравнению Больцмана

$$\frac{\partial f(t, p_x, x)}{\partial t} + v_x \frac{\partial f}{\partial x} + F_x \frac{\partial f}{\partial p_x} = I_{st}, \quad (1)$$

где t — время (глубина); p_x, v_x — локальные поперечные к плоскостям импульсы и скорость; $F_x = -\partial U_{\text{eff}}/\partial x$ — локальная поперечная сила, действующая на БЗЧ.

Разлагая интеграл столкновений по малым переданным импульсам, получим

$$I_{st} \approx \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial p_x^2} [vq^2(x) f(t, p_x, x)], \quad (2)$$

где $q^2(x) = 1/2 p^2 \Delta \theta^2(x)/\Delta s$, $\Delta \theta^2(x)/\Delta s = (\Delta \theta_{am}^2/\Delta s) [\rho_n(x) + (1/Z^2) \rho_e(x)]$; $\rho_n(x), \rho_e(x)$ — усредненные вдоль плоскостей ядерная и электронная плотности.

Рассмотрим отдельно каналированную и неканалированную фракции пучка. Для каналированных БЗЧ переходим в (1), (2) к переменным (t, ϵ_{\perp}, x) , т. е. $f(t, p_x, x) = f_1(t, \epsilon_{\perp}, x)$, где $\epsilon_{\perp} = p_x^2/2E + U_{\text{eff}}(x)$ — полная поперечная энергия. Рассматривая достаточно большие времена (глубины), считаем выполненными условия статистического равновесия [8]: ФР БЗЧ с данной поперечной энергией ϵ_{\perp} не зависит от x в классически доступной области $\epsilon_{\perp} > U_{\text{eff}}(x)$ (при $\epsilon_{\perp} < U_{\text{eff}}(x)$ имеем $f_1(\epsilon_{\perp}, t) = 0$). Получаем тогда

$$\frac{1}{v_x(x)} \frac{\partial f_1(t, \epsilon_{\perp})}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \epsilon_{\perp}} \left\{ v_x(x) q^2(x) \frac{\partial f_1(t, \epsilon_{\perp})}{\partial \epsilon_{\perp}} \right\}. \quad (3)$$

Переходя к ФР по поперечным энергиям и усредняя по поперечной координате, получим

$$\varphi_1(\epsilon_{\perp}, t) d\epsilon_{\perp} = \frac{1}{d} \int_{x_1}^{x_2} dx [f_1(t, \epsilon_{\perp}) dp_x] = \frac{T_1(\epsilon_{\perp})}{d} f_1(t, \epsilon_{\perp}) d\epsilon_{\perp}, \quad (4)$$

где $T_1(\epsilon_{\perp}) = \sqrt{E/2} \int_{x_1}^{x_2} dx \sqrt{\epsilon_{\perp} - U_{\text{eff}}(x)}$ — полупериод колебаний БЗЧ в канале, d — межплоскостное расстояние, x_1, x_2 — классические точки поворота, E — полная энергия БЗЧ.

Подставляя (4) в (3) и интегрируя по x , получаем уравнение Белошицкого—Кумахова [8] для каналированных частиц $\epsilon_{\perp} < \epsilon_c$ (ϵ_c — критическая поперечная энергия в ИК):

$$\frac{\partial \varphi_1(\epsilon_{\perp}, t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \epsilon_{\perp}} \left\{ D_1(\epsilon_{\perp}) \frac{\partial}{\partial \epsilon_{\perp}} \left[\frac{\varphi_1(\epsilon_{\perp}, t)}{T_1(\epsilon_{\perp})} \right] \right\}, \quad (5)$$

где $D_1(\epsilon_{\perp}) = \sqrt{2/E} p^2 v \int_{x_1}^{x_2} dx \sqrt{\epsilon_{\perp} - U_{\text{eff}}(x)} d\theta^2(x)/\Delta s$.

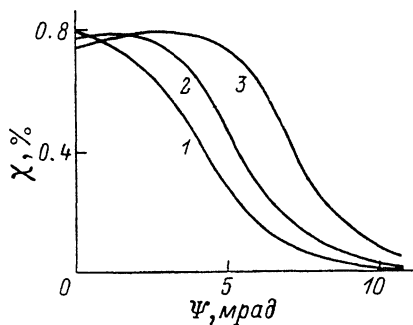


Рис. 1.

Начальное условие имеет вид

$$\varphi_1(\epsilon_{\perp}, t) = \frac{1}{d} \left(\frac{E}{2} \right)^{1/2} \int_{x_1}^{x_2} dx \frac{f_0(p_{0x} = \sqrt{2E(\epsilon_{\perp} - U_{\text{eff}}(x))})}{\sqrt{\epsilon_{\perp} - U_{\text{eff}}(x)}}, \quad (6)$$

где $f_0(p_{0x})$ — ФР БЗЧ до влета в кристалл.

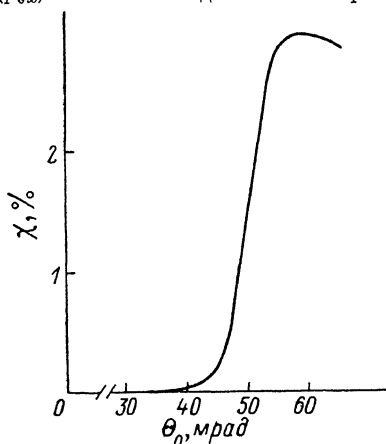


Рис. 2.

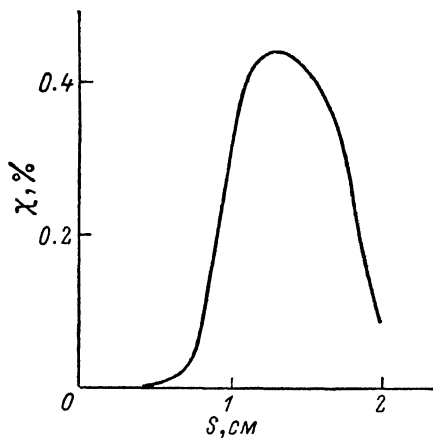


Рис. 3.

Для неканалированных БЗЧ переходим в (1) к переменным (t, p_{\perp}', x) , где $p_{\perp}' = \sqrt{2E\epsilon_{\perp}'}$, $\epsilon_{\perp}' = p_{\perp}'^2/2E + U(x)$ — «косая» поперечная энергия. Аналогично приведенному выше выводу получаем уравнение для ФР неканалированных БЗЧ $\epsilon_{\perp}' > U_0$ (U_0 — максимальное значение $U(x)$)

$$\frac{\partial f_2(p_{\perp}', t)}{\partial t} + \Delta U \frac{\partial}{\partial p_{\perp}'} \left[\frac{f_2}{v_{\perp}' T_2(\epsilon_{\perp}')} \right] = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial p_{\perp}'} \left[\frac{D_2(\epsilon_{\perp}')}{v_{\perp}'} \frac{\partial}{\partial p_{\perp}'} \left(\frac{f_2}{v_{\perp}' T_2} \right) \right], \quad (7)$$

где $v_{\perp}' = p_{\perp}'/E$, $T_2(\epsilon_{\perp}')$, $D_2(\epsilon_{\perp}')$ отличаются от $T_1(\epsilon_{\perp})$, $D_1(\epsilon_{\perp})$ заменой $\epsilon_{\perp} \rightarrow \epsilon_{\perp}'$, $U_{\text{eff}} \rightarrow U$ и интервала интегрирования $[x_1, x_2] \rightarrow [0, d]$. Аналогично (6) нетрудно записать начальное условие для уравнения (7).

Справка ФР каналированных и неканалированных БЗЧ зависит от соотношения параметров $\Delta U = pvd/R$ (понижение потенциала ИК на периоде) и $\Delta \varepsilon_{\perp} = \sqrt{2vT_1}(\varepsilon_e) D_1(\varepsilon_e)$ (изменение поперечной энергии вследствие многократного рассеяния за период колебаний). Как отмечалось выше, для больших Z_1 величина $\Delta \varepsilon_{\perp}$ сравнительно велика. Будем считать, что $\Delta \varepsilon_{\perp} \gg \Delta U$, тогда имеем $|\varepsilon_{\perp}' - \varepsilon_{\perp}| \lesssim \Delta U \ll \Delta \varepsilon_{\perp}$ т. е. $\varepsilon_{\perp} \approx \varepsilon_{\perp}'$. Таким образом, в случае многозарядных релятивистских ядер можно непосредственно спитть ФР и потоки каналированных и неканалированных частиц с учетом перенормировки $\varphi(\varepsilon_{\perp}, t) \sqrt{2\varepsilon_{\perp}/E} = f(p_{\perp}, t)$.

Уравнения (5), (7) с начальными условиями типа (6) решались конечно-разностным способом на ЭВМ. Шаг разностной сетки, определяющий величину погрешности расчета $\Delta \chi$, выбирался так, чтобы $\Delta \chi \ll \chi = \int_{\varepsilon_{\perp} \leq \varepsilon_0} \varphi_1(\varepsilon_{\perp}, t) d\varepsilon_{\perp}$, где χ — доля каналированных ядер.

На рис. 1 представлена доля каналированных ядер углерода C^{+6} в ИК кремния длиной $s = vt = 2$ см в зависимости от угла изгиба кристалла $\Psi = s/R$. Кинетическая энергия ядер $E_{\text{янк}} = 8.4$ ГэВ при нулевой угле влета пучка ядер и угловой расходимости $\Delta \theta_0 = 1$ (кривая 1), 3 (кривая 2), 5 мрад (кривая 3). Заметим, что «приобретенная ширина» пучка (вследствие многократного рассеяния) [2] примерно равна 4.5 мрад.

На рис. 2 показана зависимость от угла влета θ_0 доли ядер углерода с энергией $E_{\text{янк}} = 8.4$ ГэВ ($w = 2.2$ ГэВ/протон), повернутых на угол $\Psi = 65$ мрад с помощью ИК кремния длиной $s = 2$ см (изгибалась (111) плоскость, угловая расходимость пучка $\Delta \theta_0 = 1$ мрад). Существование пика на углах $\theta_0 \approx 60$ мрад является следствием объемного захвата ядер в каналы ИК вблизи конца кристалла (в данном случае $l_c \approx 2.2$ мм $\ll s$).

На рис. 3 приведена зависимость доли каналированных ядер циркония ($Z_1 = 40$) от глубины в ИК кремния (изгибалась (111) плоскость, радиус изгиба $R = 31$ см). Энергия ядер $E_{\text{янк}} = 8.4$ ГэВ, угловая ширина пучка $\Delta \theta_0 = 1$ мрад, угол влета $\theta_0 = 40$ мрад, величина «масштабного параметра» $w = 0.4$ ГэВ/протон.

Заметим в заключение, что мы не рассматривали процессы подхвата электронов релятивистскими ядрами, так как скорость ядер предполагалась достаточно большой [9].

Литература

- [1] *Tsyganov E. N.* Fermilab preprint. TM-684. Batavia, 1976.
- [2] *Сумбаев О. И.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 11. С. 2067—2077.
- [3] *Андреев В. А., Баублис В. В., Дамаскинский Е. А.* и др. // Письма в ЖЭТФ, 1982. Т. 36. Вып. 9. С. 340—343.
- [4] *Андреев В. А., Баублис В. В., Дамаскинский Е. А.* и др. // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39. Вып. 2. С. 58—61.
- [5] *Андреев В. А., Баублис В. В., Дамаскинский Е. А.* и др. // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 44. Вып. 2. С. 101—103.
- [6] *Каплин В. В., Воробьев С. А.* // Письма в ЖТФ. 1978. Т. 4. Вып. 4. С. 196—199.
- [7] *Кудряшов Н. А., Петровский С. В., Стриганов М. Н.* // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12. Вып. 24. С. 1515—1522.
- [8] *Куматов М. А.* Излучение каналированных частиц в кристаллах. М.: Энергоатомиздат, 1986. 161 с.
- [9] *Комаров Ф. Ф., Куматов М. А.* Энергетические потери и пробеги ионов в твердых телах. Минск, 1979. 317 с.

Московский инженерно-физический институт

Поступило в Редакцию
25 августа 1987 г.
В окончательной редакции
6 июня 1988 г.