

## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

01; 05; 06

Журнал технической физики, т. 59, в. 1, 1989

АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МСВ ТРАКТА  
В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. Ю. Коровкин

Метод геометрической оптики в последнее время нашел применение и для описания распространения магнитостатических волн (МСВ). Анализу подверглось влияние неоднородности внешнего подмагничивающего поля на распространение поверхностных МСВ [1, 2] и на формирование амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) устройств на МСВ [3, 4]. Однако исследуемые системы были достаточно сложны, так что окончательные результаты получены, как правило, численно.

В настоящей работе рассмотрена более простая структура (рис. 1), что позволило при некоторых упрощающих предположениях получить явное аналитическое выражение для АЧХ. Структура представляет собой ферромагнитную пластину, намагниченную нормально до насыщения неоднородным полем  $H(y)$ . На поверхности пластины нанесены возбуждающий электрод длиной  $a$  и параллельно ему на расстоянии  $L$  приемный. Электроды считаются бесконечно узкими, чтобы не учитывать ограничения возбуждаемого и принимаемого спектров волновых векторов.

Уравнение магнитостатики

$$\operatorname{div}(\ddot{\mu}\nabla\varphi) = 0 \quad (1)$$

(где  $\ddot{\mu}$  — тензор магнитной восприимчивости [5], а  $\varphi$  — магнитостатический потенциал), дополненное условиями непрерывности нормальной компоненты магнитной индукции и тангенциальной компоненты напряженности магнитного поля на границах ферромагнетика, полностью определяет волновой процесс в данной системе.

Согласно методу геометрической оптики, приближенное решение уравнения (1), удовлетворяющее граничным условиям, следует искать в виде плоской волны с медленно меняющейся амплитудой. В этом случае магнитостатический потенциал внутри ферромагнитной пластины будет иметь вид

$$\varphi = [C_1(x, y)e^{iqz} + C_2(x, y)e^{-iqz}]e^{i\Psi(x, y)}. \quad (2)$$

Вне пластины в верхней и нижней полуплоскостях соответственно

$$\varphi_+ = C_3(x, y)e^{-\beta z}e^{i\Psi(x, y)}, \quad \varphi_- = C_4(x, y)e^{\beta z}e^{i\Psi(x, y)}. \quad (3)$$

В случае однородного поля выражения (2), (3) переходят в решение, соответствующее прямой объемной магнитостатической волне.

Подстановка в соответствии с рекомендациями [6] (2), (3) в (1) и систему граничных условий приводит к дифференциальным уравнениям для определения амплитуд  $C_i(x, y)$  и эйконала  $\Psi(x, y)$ . Хотя переменный характер имеют как  $C_i$ , так и  $\Psi$ , определяющими для формирования АЧХ будут все же различия фаз лучей, попадающих на приемный электрод. Поэтому с целью упростить решение имеет смысл отвлечься от переменного характера амплитуд и рассматривать лишь уравнение эйконала (фазы). Уравнение эйконала

$$F \equiv (\Psi_x)^2 + (\Psi_y)^2 - \frac{g(y)}{t^2} = 0 \quad (4)$$

является основным для дальнейших вычислений. Здесь  $\Psi_x$  и  $\Psi_y$  — частные производные эйконала,  $t$  — толщина пластины, а  $g(y)$  — введенное обозначение

$$g(y) \equiv \begin{cases} \frac{1}{\mu} \left( \pi - \arctg \frac{2\sqrt{\mu}}{1-\mu} + \pi n \right)^2, & \text{если } \mu \leq 1, \\ \frac{1}{\mu} \left( \arctg \frac{2\sqrt{\mu}}{\mu-1} + \pi n \right)^2, & \text{если } \mu \geq 1, \end{cases} \quad (5)$$

где  $n$  — номер волноводной моды,  $\mu$  — диагональная компонента тензора магнитной восприимчивости, зависящей от  $y$  из-за неоднородности магнитного поля

$$\mu = \frac{\omega_H^2 + \omega_H \omega_M - \omega^2}{\omega^2 - \omega_H^2}, \quad (6)$$

$\omega_H = \gamma H$ ,  $\omega_M = 4\pi\gamma M_0$ ,  $M_0$  — намагниченность насыщения ферромагнитной пластины.

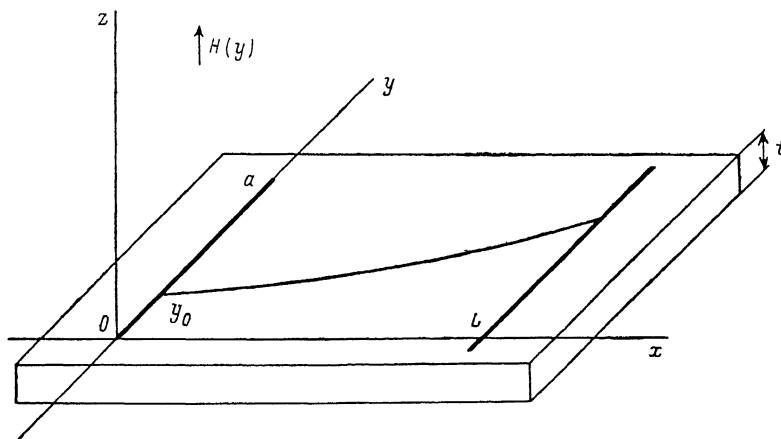


Рис. 1. Исследуемая структура.

Уравнение эйконала также может быть получено формально из дисперсионного уравнения для прямых объемных магнитостатических волн в однородной среде [6], если учесть, что в случае неоднородного магнитного поля можно (в силу плавной неоднородности) ввести локальный волновой вектор  $\mathbf{k} = \nabla \Psi$ . При этом достаточно выразить в явном виде квадрат модуля волнового вектора. Обоснование формального перехода дано в [2].

Уравнение (4) принадлежит к классу нелинейных уравнений в частных производных первого порядка и может быть сведено к системе обыкновенных дифференциальных уравнений [6]

$$\frac{dx}{ds} = \frac{\partial F}{\partial \Psi_x}, \quad \frac{dy}{ds} = \frac{\partial F}{\partial \Psi_y}, \quad \frac{d\Psi_x}{ds} = -\frac{\partial F}{\partial x}, \quad \frac{d\Psi_y}{ds} = -\frac{\partial F}{\partial y}, \quad (7)$$

где  $s$  является так называемой лучевой координатой. Принимая во внимание, что  $\Psi_x$  и  $\Psi_y$  имеют смысл компонент локального волнового вектора  $\mathbf{k} = \nabla \Psi$ , можно переписать систему (7) для конкретного вида уравнения (4) следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{ds} &= 2k_x, & \frac{dk_x}{ds} &= 0, \\ \frac{dy}{ds} &= 2k_y, & \frac{dk_y}{ds} &= \frac{1}{t^2} \frac{dg(y)}{dy}. \end{aligned} \quad (8)$$

Считая, что все лучи исходят из возбуждающего электрода по нормали к нему (данное предположение нарушается лишь в малой области на концах электрода), примем следующие граничные условия в точке  $(0, y_0)$ :

$$k_x = \frac{\sqrt{g(y_0)}}{t}, \quad k_y = 0. \quad (9)$$

Выражение для  $k_x(0, y_0)$  следует из уравнения (4).

Интегрирование системы (8) с учетом условий (9) позволяет найти вид траектории луча

$$x = \int_{y_0}^y \frac{dy}{\sqrt{\frac{g(y)}{g(y_0)} - 1}}, \quad (10)$$

а также эйконал

$$\Psi = \frac{\sqrt{g(y_0)}}{t} \left[ x + \int_{y_0}^y \sqrt{\frac{g(y)}{g(y_0)} - 1} dy \right]. \quad (11)$$

В связи с тем, что неоднородность магнитного поля предполагается слабой, т. е.  $H(y) = H_0 + H_1(y)$  и  $|H_0| \gg |H_1|$ , можно разложить функцию  $g(y)$  в ряд по степеням  $H_1$ , ограничиваясь первым неоднородным членом

$$g(y) = g_0 - aH_1(y), \quad (12)$$

где

$$g_0 = \begin{cases} \frac{1}{\mu_0} \left( \pi - \arctg \frac{2\sqrt{\mu_0}}{1-\mu_0} + \pi n \right)^2, & \text{если } \mu_0 \leq 1, \\ \frac{1}{\mu_0} \left( \arctg \frac{2\sqrt{\mu_0}}{\mu_0-1} + \pi n \right)^2, & \text{если } \mu_0 \geq 1, \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{\gamma}{\mu_0^2} \frac{\omega_M (\omega^2 + \omega_H^2)}{(\omega^2 - \omega_H^2)^2} \left( \sqrt{g_0 \mu_0} + \frac{2\sqrt{\mu_0}}{\mu_0 + 1} \right) \sqrt{g_0 \mu_0}.$$

Здесь  $\mu_0$  — диагональная компонента тензора магнитной восприимчивости при  $H = H_0$ .

Разложение неоднородной добавки к магнитному полю в окрестности  $y_0$

$$H_1(y) = H_1(y_0) - \left. \frac{dH_1(y)}{dy} \right|_{y_0} (y - y_0)$$

позволяет выполнять интегрирование в выражениях (10), (11) и исключить  $y$ . В результате можно получить эйконал в сечении  $x=L$

$$\Psi = \frac{L\sqrt{g_0}}{t} \left[ 1 - \frac{aH_1(y_0)}{2g_0} + \frac{1}{12} \left( \frac{\alpha L}{g_0} \left. \frac{dH_1}{dy} \right|_{y_0} \right)^2 \right]. \quad (13)$$

Для плавной функции  $H_1(y)$  (плавность является условием применимости метода геометрической оптики) справедливы следующие оценки:

$$\left| \frac{dH_1}{dy} \right| \sim \frac{|H_1|}{a}, \quad \frac{L}{a} \sim 1.$$

В силу этого последний член в квадратных скобках (13) квадратичен по малой добавке  $H_1$  и его можно опустить. Оставшийся линейный по  $H_1$  член и будет определять неоднородную часть эйконала

$$\Psi_1 = \frac{LaH_1(y_0)}{2t\sqrt{g_0}} \equiv \delta H_1(y_0). \quad (14)$$

Для упрощения вычислений можно ограничиться случаем длинного приемного электрода (длинного настолько, чтобы все исходящие лучи попадали на него). Тогда для расчета результирующего потенциала на приемном электроде достаточно проинтегрировать потенциал в сечении  $x=L$  по координате возбуждения луча  $y_0$ . В итоге искомая АЧХ будет иметь вид

$$A(\omega) = \left| \frac{1}{a} \int_0^a e^{i\Psi} dy_0 \right|. \quad (15)$$

Нормировочный делитель  $a$  выбран с тем, чтобы при переходе к случаю однородного магнитного поля  $A(\omega) = 1$ .

Оценка выражения (14) показывает, что неоднородная добавка к эйконалу

$$|\Psi_1| \sim \frac{L}{t} \frac{|H_1|}{H_0}.$$

Для толстой пластины или малого расстояния между электродами может оказаться, что  $|\Psi_1| \ll 1$ . Тогда будет оправдано разложение по степеням  $\Psi_1$  подынтегральной функции в выражении (15). Произведя затем замену, согласно (14), можно получить

$$A(\omega) = 1 - \delta^2 \left\{ \frac{1}{a} \int_0^a H_1^2(y_0) dy_0 - \frac{1}{a^2} \left[ \int_0^a H_1(y_0) dy_0 \right]^2 \right\}. \quad (16)$$

Вся зависимость от неоднородного поля сосредоточена в фигурных скобках этого выражения, а частотная зависимость — во множителе  $\delta^2$ . Отсюда следует, что в этом случае частота, на которой имеется минимум потерь в МСВ тракте, определяемая экстремумом  $\delta^2$ , не зависит от конкретного вида неоднородности магнитного поля.

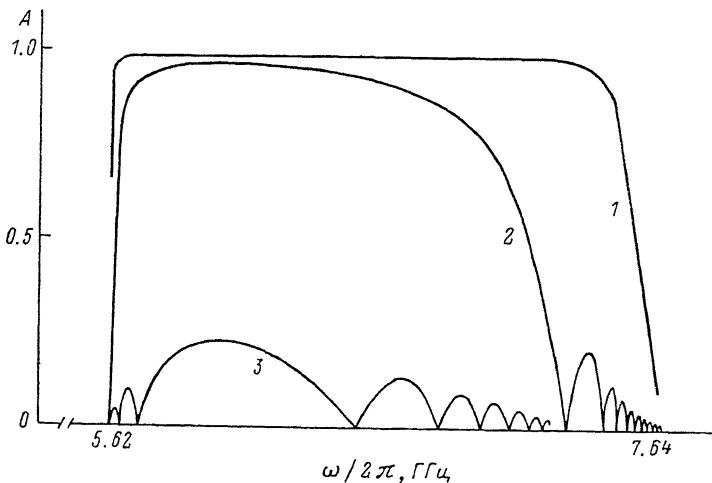


Рис. 2. АЧХ МСВ тракта для значений параметра  $p$ .

1 —  $10^{-5}$ , 2 —  $10^{-4}$ , 3 —  $10^{-3}$ .  $H_0=2000$  Э,  $4\pi M_0=1750$  Гс,  $L=0.5$  см,  $t=20$  мкм,  $n=1$ .

В ситуации, когда разложение (16) неправомерно, т. е. при  $|\Psi_1| \geq 1$ , необходимо пользоваться общим выражением (15). При этом даже слабая неоднородность поля может вызвать существенное изменение АЧХ. Для иллюстрации доведем расчет до конца, используя линейную зависимость магнитного поля  $H_1$  от  $y$ . Непосредственное интегрирование (15) дает

$$A(\omega) = \left| \frac{\sin \frac{1}{2} \delta [H_1(a) - H_1(0)]}{\frac{1}{2} \delta [H_1(a) - H_1(0)]} \right|. \quad (17)$$

На рис. 2 приведены АЧХ, вычисленные по (17), для различных значений величины  $p = H_1(a)/H_0 = -H_1(0)/H_0$ . Кривая 1 на рис. 2 достаточно точно описывается и выражением (16). Из графиков (рис. 2) видно, что неоднородный характер подмагничивающего поля приводит к дополнительным потерям в МСВ тракте, связанным с рассогласованием фаз лучей на приемном электроде. Возможно даже существование частот, на которых имеет место полное «запирание» МСВ тракта в результате фазовой компенсации всех принимаемых лучей.

Реальное распределение неоднородного поля, включающего поле размагничивания у краев пластины, может иметь существенно более сложный характер. Соответственно более сложный вид будет и у АЧХ МСВ тракта. Целенаправленное же использование неоднородности магнитного поля позволит создавать МСВ устройства с требуемыми полосовыми характеристиками, однако задача о синтезе АЧХ с помощью метода геометрической оптики еще нуждается в проработке.

#### Литература

- [1] Беспятых Ю. И., Зубков В. И., Тарасенко В. В. // ЖТФ. 1980. Т. 50. Вып. 1. С. 140—146.
- [2] Arai I., Ikegoue J. // J. Appl. Phys. 1980. Vol. 51. N 5. P. 2326—2331.
- [3] Коровкин В. Ю., Левин М. Д., Номоконов Д. В., Рубанович М. М. // Тез. докл. Всес. конф. «Устройства интегральной и функциональной СВЧ электроники». Киев, 1985. С. 10—11.

- [4] Levin M. D., Nomokonov D. V., Rubanovitch M. M. // Proc. of Intern. Symp. «Surface waves in solids and layered structures». Novosibirsk, 1986. Vol. 1. P. 317—320.  
 [5] Гуревич А. Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М.: Наука, 1973. 592 с.  
 [6] Крайцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. 304 с.

Поступило в Редакцию  
20 октября 1986 г.

В окончательной редакции  
24 марта 1988 г.

## СЕПАРАЦИЯ ИОНОВ ПО МАССАМ В ПОСТОЯННОМ МАГНИТНОМ И ВЧ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПЛОСКИХ КВАДРУПОЛЬНЫХ ПОЛЯХ

М. В. Калашников, Н. В. Коненков, В. И. Кратенко, Г. И. Шагимуратов

Представляет научный и практический интерес использование II и III областей стабильности [1-3] параметров  $a$ ,  $q$  уравнения Матье, описывающего траектории движения ионов в квадрупольном фильтре масс.

Полезность применения режима сепарации в указанных областях состоит в достижении высокой разрешающей способности при энергиях анализируемых ионов 0.1—1 кэВ [3]. Это

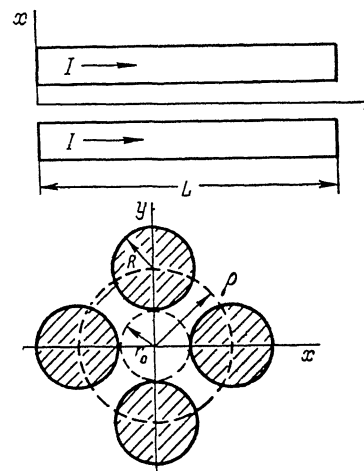
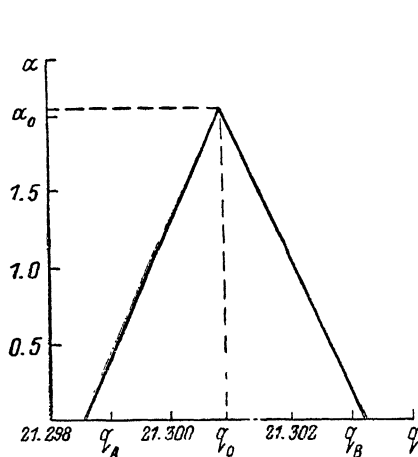


Рис. 1. III область стабильности параметров  $a$ ,  $q$  уравнения Матье ( $q_A=21.29863$ ,  $q_0=21.3009$ ,  $q_B=21.30317$ ,  $a_0=2.06 \cdot 10^{-3}$ ).

Рис. 2. Конфигурация электродов квадрупольного фильтра масс.

важно, например, при использовании искровых источников ионов для анализа поверхности твердых тел [4], а также для исследования молекулярно-ионных реакций в тандемной масс-спектрометрии [5].

Целью настоящей работы является анализ работы квадрупольного фильтра масс, в котором для получения режима сепарации ионов в III области стабильности (рис. 1) предлагается использовать постоянное магнитное поле.

Для создания плоского магнитного поля с составляющими вектора магнитной индукции  $B_x \propto y$  и  $B_y \propto x$  вблизи оси анализатора можно в качестве проводников с током использовать круглые электроды квадрупольного конденсатора (рис. 2). Для этого необходимо пропускать ток через  $x$ -электроды в направлении оси  $z$  и через  $y$ -электроды в противоположном направлении. Такая конфигурация линейных токов (рис. 2) в приближении бесконечно длинных проводников ( $r_0 \ll L$ ) создает плоское магнитное поле с индукцией  $B$