

Нелинейный геликон-фононный резонанс в висмуте

© В.Г. Скобов, А.С. Чернов*

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

* Московский инженерно-физический институт,
115409 Москва, Россия

E-mail: chernov@theor.mephi.ru

(Поступила в Редакцию 26 сентября 2006 г.)

Рассмотрено влияние нелинейности на геликон-фононный резонанс в висмуте. Показано, что в нелинейном режиме происходит расширение частотного диапазона, в котором возможен резонанс, и изменение формы резонансной кривой: нижняя граница этого диапазона понижается, а резонансный максимум затухания звуковой волны становится выше и уже.

PACS: 63.20.Kt, 72.15.Eb, 72.50.+b

1. В работе [1] было показано, что в висмуте возможно распространение геликонов. В геометрии, когда постоянное магнитное поле \mathbf{H} и нормаль к поверхности образца направлены вдоль биссекторной оси кристалла, максимальное смещение электронов за циклотронный период примерно в тридцать раз меньше максимального смещения дырок. В диапазоне длин волн, больших максимального смещения электронов, но меньших максимального смещения дырок, реализуется ситуация, в которой неоднородность волнового поля незначительна для электронов, но важна для дырок. Спектр геликонной волны, которая может распространяться в этом диапазоне, определяется локальной холловской проводимостью электронов, а затухание — бесстолкновительным поглощением дырками. Такие волны могут распространяться в висмуте в области коротких радиоволн в магнитных полях порядка нескольких десятков эрстед. Фазовая скорость геликона пропорциональна \sqrt{H} , и при некотором значении H она оказывается равной скорости звука в кристалле. При этом происходит резонансное взаимодействие геликонной и звуковой волн и их взаимная трансформация. Теория геликон-фононного резонанса в висмуте в линейном режиме была построена в работе [2]. В ней было показано, что резонанс характеризуется максимумом затухания звуковой волны. При этом высота и форма резонансного максимума определяются затуханием геликона. Чем меньше затухание геликона, тем выше и уже максимум затухания звуковой волны. Другими словами, резонанс проявляется сильнее при уменьшении затухания геликона. Последнее определяется в основном бесстолкновительным циклотронным поглощением волны дырками. Это поглощение можно уменьшить, если перейти к нелинейному режиму. В нелинейном режиме магнитное поле волны „захватывает“ дырки, ответственные за циклотронное поглощение, вследствие чего это поглощение подавляется. Поэтому геликон-фононный резонанс должен проявляться сильнее. Теории геликон-фононного резонанса в висмуте в нелинейном режиме и посвящена настоящая работа.

2. Согласно [2], спектр и затухание связанных геликонной и звуковой волн в линейном режиме в геометрии, когда магнитное поле \mathbf{H} и нормаль к поверхности образца направлены вдоль биссекторной оси кристалла, определяются дисперсионным уравнением (уравнение (31) из [2])

$$\left[k^2 - k_H^2 \left(1 + i \frac{\kappa}{k} \right) \right] \left(\frac{k^2 s^2}{\omega^2} - 1 \right) = \frac{4\pi}{\rho c^2} \left(ne \frac{M}{m_c} \right)^2, \quad (1)$$

где

$$k_H^2 = \frac{4\pi\omega ne}{cH}, \quad (2)$$

$$\kappa = \frac{3\pi}{4} \frac{eH}{pc}, \quad (3)$$

$$p = \sqrt{2m_1 \varepsilon_F}, \quad (4)$$

$$m_c = \sqrt{m_1 m_2}, \quad m_1 = 0.54m_0, \quad m_2 = 0.06m_0,$$

ω и \mathbf{k} — частота и вектор распространения волны, поле которой вращается по кругу в ту же сторону, что и электроны в постоянном магнитном поле \mathbf{H} ; c — скорость света; e — абсолютная величина заряда электрона; s — скорость поперечного звука в висмуте; n — концентрация дырок; m_c — циклотронная масса дырок; m_1 — их эффективная масса вдоль тригональной оси; m_2 — эффективная масса в базовой плоскости; m_0 — масса свободного электрона; ε_F — энергия Ферми дырок; M — константа размерности массы, характеризующая деформационное взаимодействие дырок с колебаниями решетки, которая имеет величину порядка 10^{-24} г. Уравнение (1) справедливо в диапазоне длин волн, значительно меньших максимального смещения дырок за циклотронный период pc/eH , но значительно больших максимального смещения электронов. В этом диапазоне спектр геликона определяется в основном локальной холловской проводимостью электронов (k_H — волновой вектор геликона с частотой ω), а его затухание (мнимое слагаемое в квадратных скобках) — бесстолкновительным циклотронным поглощением волны дырками. При этом величина κ , характеризующая это поглощение,

много меньше k , так что геликонная волна является слаботухающей. При выводе (1) также предполагалось, что циклотронная частота дырок $eH/m_c c$ много больше частоты волны и частоты столкновений носителей с рассеивателями. Выражение, стоящее в правой части (1), обусловлено деформационным взаимодействием дырок со звуковой волной. Поскольку связь геликонной и звуковой волн является слабой, уравнение для звуковой волны в окрестности резонанса можно получить, если в квадратных скобках в (1) произвести замену $k \rightarrow \omega/s$. Это уравнение легко привести к виду

$$k^2 = \frac{\omega^2}{s^2} + \frac{2\eta}{1 - \frac{H_0}{H} - i\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}, \quad (5)$$

где

$$\eta = \frac{2\pi}{\rho c^2} \left(ne \frac{M}{m_c} \right)^2, \quad (6)$$

$$\Omega^2 = 3\pi^2 \frac{ne^2 s^3}{\rho c^2}, \quad (7)$$

$$H_0 = \frac{4\pi nes^2}{\omega c}, \quad (8)$$

H_0 — значение магнитного поля, при котором имеет место геликон-фононный резонанс, соответствующий условию

$$k_H = \frac{\omega}{s}. \quad (9)$$

Из (5) следует, что затухание звуковой волны $k'' \equiv \text{Im } k$ определяется формулой

$$k'' = \frac{s\eta}{\omega} \left(\frac{\Omega}{\omega} \right)^2 \left[\left(1 - \frac{H_0}{H} \right)^2 + \left(\frac{\Omega}{\omega} \right)^4 \right]^{-1}. \quad (10)$$

Видно, что при $H = H_0$ величина k'' имеет резонансный максимум, который тем выше и уже, чем меньше отношение Ω/ω .

3. Формула (10) описывает геликон-фононный резонанс в линейном режиме. Переход к нелинейному режиму может существенно изменить резонанс. При достаточно большой амплитуде волны ее магнитное поле „захватывает“ носители, ответственные за бесстолкновительное поглощение [3]. В результате на их дрейфовое движение вдоль постоянного магнитного поля \mathbf{H} (ось z) накладываются осцилляции с частотой ω_0 , пропорциональной $\sqrt{\mathcal{H}}$, где \mathcal{H} — магнитное поле волны. Если частота ω_0 превосходит частоту столкновений носителей с рассеивателями ν , то бесстолкновительное поглощение подавляется: в выражении для поглощения появляется дополнительный малый множитель ν/ω_0 . Влияние нелинейности на циклотронное затухание геликона в висмуте было рассмотрено в [1]. Из результатов [1] следует, что частота колебаний дырок, ответственных за затухание геликона, дается выражением

$$\omega_0 = \left(\frac{\omega \nu}{s} \frac{e|\mathcal{H}|}{m_2 c} \right)^{1/2}, \quad (11)$$

где

$$\nu = \left(\frac{2\varepsilon_F}{m_c} \right)^{1/2}.$$

Уменьшение циклотронного поглощения в режиме сильной нелинейности

$$\omega_0 \gg \nu \quad (12)$$

означает, что величина κ , определяемая формулой (3), заменяется на величину

$$\kappa_n \equiv \kappa \left(\frac{\nu}{\omega_0} \right). \quad (13)$$

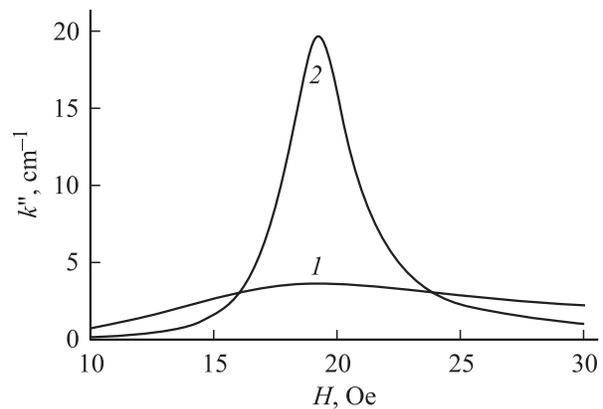
Производя эту замену в (1) и соответственно в (5), (7) и (10), находим, что затухание звуковой волны теперь описывается формулой

$$k_n'' = \frac{s\eta}{\omega} \left(\frac{\Omega}{\omega} \right)^2 \frac{\nu}{\omega_0} \left[\left(1 - \frac{H_0}{H} \right)^2 + \left(\frac{\Omega}{\omega} \right)^4 \left(\frac{\nu}{\omega_0} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (14)$$

Сравнение (14) с (10) показывает, что нелинейность существенно изменяет геликон-фононный резонанс. Во-первых, происходит расширение частотного диапазона, в котором существует резонанс: нижняя граница этого диапазона сдвигается в сторону более низких частот. Действительно, резонанс сильно проявляется, когда второе слагаемое в квадратных скобках в (10) или (14) мало по сравнению с единицей. В линейном режиме это имеет место при частотах выше Ω . В то же время в нелинейном режиме он будет заметным уже при частотах $\omega > \Omega \nu/\omega_0$. Таким образом, нижняя граница области существования резонанса уменьшается в ω_0/ν раз. Во-вторых, меняется величина затухания звуковой волны. Изменение происходит как вдали от резонанса, так и в его окрестности. Вдали от резонанса, в области, где

$$1 - \frac{H_0}{H} \gg \left(\frac{\Omega}{\omega} \right)^2 \frac{\nu}{\omega}, \quad (15)$$

затухание уменьшается в ω_0/ν раз. Резонансный же максимум становится выше и уже: его высота увеличивается, а ширина уменьшается в ω_0/ν раз. Эти



Графики зависимости затухания звуковой волны от поля H при частоте 5 MHz в линейном (1) и нелинейном (2) режимах.

выводы иллюстрируются кривыми $k''(H)$ на рисунке, которые представляют результат расчета для частоты $\omega/2\pi = 5$ MHz и значений

$$n = 3 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}, \quad p = 5 \cdot 10^{-21} \text{ g} \cdot \text{cm/s},$$

$$\varepsilon_F = 2 \cdot 10^{-14} \text{ erg}, \quad s = 10^5 \text{ cm/s}, \quad M = 10^{-24} \text{ g}.$$

Кривая 1 описывает затухание звуковой волны в линейном режиме $\mathcal{H} \rightarrow 0$, а кривая 2 — в нелинейном режиме при $\mathcal{H} = 0.2 \text{ Oe}$ и $v = 10^8 \text{ s}^{-1}$ (при этих значениях отношение $\omega_0/v \simeq 5$).

4. Формула (14) и кривая 2 на рисунке дают зависимость $k''(H)$ в режиме сильной нелинейности в случае, когда возбуждение образца производится внешним электромагнитным полем и амплитуда магнитного поля волны \mathcal{H} фиксирована. В случае же, когда образец возбуждается ультразвуком, фиксируется амплитуда смещения решетки u , а величина \mathcal{H} (и, следовательно, степень нелинейности) становятся зависящими от H , особенно в области резонанса. Чтобы установить эту зависимость, мы должны учесть, что магнитное поле волны \mathcal{H} связано с электрическим полем \mathcal{E} и смещением решетки u уравнениями Максвелла, в одно из которых входит сторонний ток, обусловленный деформационным взаимодействием дырок со звуковой волной. В линейном режиме эти уравнения имеют вид [1]

$$ck\mathcal{E} = \omega\mathcal{H}, \quad (16)$$

$$k\mathcal{H} = \frac{4\pi}{c} \left[\frac{nes}{H} \left(1 + i \frac{\kappa}{k} \right) \mathcal{E} + ne \frac{M}{m_c} \omega u \right]. \quad (17)$$

Слагаемое, соответствующее единице в круглых скобках, представляет локальный холловский ток электронов, слагаемое, содержащее κ , — бесстолкновительное циклотронное поглощение дырками, а последнее слагаемое в правой части (17) — деформационный ток. Если из (16), (17) исключить \mathcal{E} , то получается следующее соотношение между \mathcal{H} и u :

$$\frac{1}{k} \left[k^2 - k_H^2 \left(1 + i \frac{\kappa}{k} \right) \right] \mathcal{H} = \frac{4\pi}{c} ne \frac{M}{m_c} \omega u. \quad (18)$$

В режиме сильной нелинейности величина κ заменяется на κ_n (13), и вместо (18) получаем

$$\frac{1}{k} \left[k^2 - k_H^2 \left(1 + i \frac{\kappa}{k} \frac{v}{\omega_0} \right) \right] \mathcal{H} = \frac{4\pi}{c} ne \frac{M}{m_c} \omega u. \quad (19)$$

Это соотношение является нелинейным, поскольку ω_0 зависит от \mathcal{H} . Подставляя $k = \omega/s$ и (11) в (19) и используя (7) и (8), приходим к следующему уравнению:

$$\left[1 - \frac{H_0}{H} - i \left(\frac{\Omega}{\omega} \right)^2 v \left(\frac{s}{\omega v} \frac{m_2 c}{e |\mathcal{H}|} \right)^{1/2} \right] \mathcal{H} = \frac{4\pi}{c} nes \frac{M}{m_c} u. \quad (20)$$

Величина $|\mathcal{H}|$, определяемая (20), и, следовательно, частота колебаний „захваченных“ дырок ω_0 (11) возрастают при приближении к геликон-фононному резонансу

и при $H = H_0$ достигают максимума. Соответствующие значения магнитного поля волны и частоты ω_0 равны

$$\mathcal{H}_m \equiv |\mathcal{H}|_{\max} = \left(\frac{4M}{3\pi m_c} \right)^2 \frac{p^2 v}{m_2 v^2} \frac{\omega^5 u^2 c}{s^5 e}, \quad (21)$$

$$\omega_m \equiv \omega_{0\max} = \frac{4M}{3\pi m_c} \frac{\omega^3 p v}{m_2 s^3 v} u. \quad (22)$$

Если подставить в (22) численные значения параметров, то условие нелинейности (21) принимает вид

$$\omega u \gg a \left(\frac{v}{\omega} \right)^2, \quad a = 9 \cdot 10^{-5} \text{ cm/s}. \quad (23)$$

Заметим, что если неравенство (23) выполняется без большого запаса, то в области резонанса будет происходить существенное изменение нелинейности: вершина резонансного максимума будет соответствовать сильной нелинейности, а „крылья“ резонанса — слабой.

Список литературы

- [1] В.Г. Скобов, А.С. Чернов. ФТТ **45**, 1770 (2003).
- [2] В.Г. Скобов, А.С. Чернов. ФТТ **48**, 20 (2006).
- [3] Г.А. Вугальтер, В.Я. Демиковский. ЖЭТФ **43**, 739 (1976).