[5] *Chen S. U., Goodings J. M.* Chem. Phys., 1969, v. 50, N 10, p. 4335—4343.
[6] *Словецкий Д. И.* Механизмы химических реакций в неравновесной плазме. М.: Наука, 1980. 372 с.

Ленинградский государственный
университет им. А. А. Жданова

Поступило в Редакцию
11 августа 1987 г.
В окончательной редакции
1 апреля 1988 г.

УДК 533.6.011.76

Журнал технической физики, т. 58, в. 9, 1988

СИЛЬНАЯ УДАРНАЯ ВОЛНА В НЕСТАЦИОНАРНОЙ СРЕДЕ УБЫВАЮЩЕЙ ПЛОТНОСТИ

Е. А. Филистов, А. Д. Чернин

В этой работе дается одно точное частное решение, описывающее распространение сильного разрыва в совершенном газе, плотность которого зависит как от пространственной координаты, так и от времени. Решение является одномерным и может обладать плоской, цилиндрической или сферической симметрией. Движение газа за фронтом имеет характер «линейной волны», т. е. отвечает однородному расширению среды по закону

$$v_{20}(r,\ t)=\frac{r}{t},\quad \rho(t)=\frac{\alpha}{t^n},\quad p=A\rho^{\gamma}, \tag{1}$$

где $v_{20}(r,\ t)$ — эйлерова скорость в покоящейся системе отсчета, связанной с плоскостью, осью или центром симметрии движения; $\rho(t)$ — плотность; α — некоторая положительная константа; показатель $n=1$, 2, 3 соответственно для плоской, цилиндрической и сферической симметрии; p — давление; A — энтропийная константа; γ — показатель адиабаты; далее предполагается, что $\gamma>1$. Перед фронтом давление считается равным нулю. Тогда из стандартных условий на разрыве (см., например, [1]) легко находится скорость распространения фронта

$$v=C-\frac{1}{n}\left[1-\frac{1}{2}n(\gamma-1)\right]\left(\frac{2A}{\gamma-1}\alpha^{\gamma-1}\right)^{1/2}t^{-n\frac{\gamma-1}{2}}, \tag{2}$$

где $C>0$ — константа. Эта скорость возрастает со временем, если $1/2\cdot n(\gamma-1)<1$; в интересном случае $\gamma=5/3$ при $n=3$ скорость фронта постоянна и равна C. При выполнении указанного неравенства константа C имеет смысл асимптотического значения скорости фронта при $t\to\infty$.

Закон движения фронта имеет вид

$$R(t)=Ct-\frac{1}{n}\left(\frac{2A}{\gamma-1}\alpha^{\gamma-1}\right)^{1/2}t^{1-n\frac{\gamma-1}{2}}. \tag{3}$$

В области $0<r<R(t)$ содержится масса

$$M(t)=\alpha\beta\left[C-\frac{1}{n}\left(\frac{2A}{\gamma-1}\alpha^{\gamma-1}\right)^{1/2}t^{-n\frac{\gamma-1}{2}}\right]^n, \tag{4}$$

где $\beta=1,\ 2\pi,\ 4\pi/3$ соответственно для $n=1,\ 2,\ 3$. На основании (2)—(4) скорость v можно представить как функцию лагранжевой переменной m, имеющей смысл массы внутри области от 0 до r

$$v=(\alpha\beta)^{-1/n}\left[\left(1-n\frac{\gamma-1}{2}\right)m^{1/n}+n\frac{\gamma-1}{2}m_0^{1/n}\right],\quad m_0=\alpha\beta C^n. \tag{5}$$

Из (4) или (5) находим время пересечения фронта частицей с лагранжевой координатой m

$$t_s=\left[\left(\frac{2A}{\gamma-1}\right)^{1/2}\frac{\alpha^{\frac{1}{n}+\frac{\gamma-1}{2}}\beta^{1/n}}{n\left(m_0^{1/n}-m^{1/n}\right)}\right]^{\frac{2}{n(\gamma-1)}}. \tag{6}$$

Время t_s стремится к бесконечности при $m \to m_0$; m_0 — полная масса, способная оказаться за фронтом при $t \to \infty$. Время возникновения фронта

$$t_i = \left[\left(\frac{2A}{\gamma - 1} \right)^{1/2} a^{\frac{1}{n} + \frac{\gamma - 1}{2}} \beta^{1/n} \frac{1}{n} m_0^{-1/n} \right]^{\frac{2}{n(\gamma-1)}}, \tag{7}$$

так что решение имеет смысл в интервале времени $t_i < t < \infty$.

Пользуясь снова условиями на разрыве, восстанавливаем поле скорости во всей области перед фронтом

$$v_{10} = (a\beta)^{-1/n} [(n+1) m^{1/n} - n m_0^{1/n}]. \tag{8}$$

Скорость $v_{10} < 0$ (сжатие) при $m < m_1 = [n/(n+1)]^n m_0$; $v_{10} > 0$ (расширение) при $m > m_1$; $v_{10} = 0$ при $m = m_1$.

В соответствии с (8) расстояние до данной частицы перед фронтом дается соотношением

$$r_1 = (a\beta)^{-1/n} [(n+1) m^{1/n} - n m_0^{1/n}] (t - t_1(m)), \tag{9}$$

где

$$t_1(m) = \left[\left(\frac{2A}{\gamma - 1} \right)^{1/2} a^{\frac{1}{n} + \frac{\gamma - 1}{2}} \beta^{1/n} \right]^{\frac{2}{n(\gamma-1)}} \frac{[n(m_0^{1/n} - m^{1/n})]^{1 - \frac{2}{n(\gamma-1)}}}{n m_0^{1/n} - (n+1) m^{1/n}}. \tag{10}$$

Наконец, плотность в области перед фронтом

$$\rho_1 = \left(\beta n r^n \frac{\partial r}{\partial m} \right)^{-1} =$$

$$= a(\gamma - 1) m^{1 - \frac{1}{n}} \frac{[n(m_0^{1/n} - m^{1/n}) t_s - (n m_0^{1/n} - (n+1) m^{1/n}) t]^{1-n}}{[2 - n(\gamma - 1)] t_s + (n+1)(\gamma - 1) t}. \tag{11}$$

Как видно непосредственно из (11), а также и из соотношения

$$\rho_1(t_s) = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \rho_2(t),$$

плотность среды перед фронтом убывает с расстоянием от фронта. Последнее и создает возможность ускоряющегося со временем распространения ударной волны (см., например, [2]).

Построенное решение описывает неустановившееся течение (ср. [3]) и является неавтомодельным. При $m_0 = 0$ (и замене t на $|t|$) оно переходит в аналог (без гравитации) автомодельного решения Голубятникова [4].

Литература

[1] *Седов Л. И.* Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1972. 440 с.
[2] *Гуревич Л. Э., Румянцев А. А.* ЖЭТФ, 1970, т. 58, № 4, с. 1395—1399.
[3] *Станюкович К. П.* Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Наука, 1971. 854 с.
[4] *Голубятников А. Н.* ДАН СССР, 1976, т. 227, № 5, с. 1067—1070.

Ленинградский государственный
педагогический институт
им. А. И. Герцена

Поступило в Редакцию
1 сентября 1987 г.

УДК 534.222.2 *Журнал технической физики, т. 58, в. 9, 1988*

О ЛАЗЕРНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО УДАРА

А. С. Баланкин

При соударении твердых тел со сверхвысокими скоростями, когда плотность энергии во фронте ударной волны, формируемой в момент контакта, оказывается значительно выше удельной энергии испарения материалов сталкивающихся тел, процесс выделения кинетической энергии носит взрывной характер [1-4]. Пороговая скорость соударения $v_{кр}$, начиная