1988 ЖУРНАЛ ТЕХНИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ Том 58, в. 9
1988 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 58, № 9

УДК 537.226

ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОГО ЭФФЕКТА ПОККЕЛЬСА НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТОВЫХ ВОЛН В КРИСТАЛЛАХ

В. В. Брыксин, Л. И. Коровин, М. П. Петров

Развита теория распространения световых волн в неоднородных кристаллах. Неоднородность обусловлена малыми поправками к тензору диэлектрической проницаемости за счет линейного электрооптического эффекта. Впервые вычислена матрица Джонса для произвольной ориентации волнового вектора световой волны относительно кристаллографических осей. Установлена связь распределения неоднородного электрического поля, определяющего линейный электрооптический эффект, с параметрами, определяющими матрицу Джонса. В случае кубического негиротропного кристалла такими параметрами являются две скалярные функции: интеграл от потенциала неоднородного поля по координате по ходу луча и приложенная разность потенциалов между гранями кристаллической пластинки. В анизотропном кристалле наряду с этими параметрами появляются новые, связанные как с распределением потенциала, так и с оптическими характеристиками среды. В кубических гиротропных кристаллах параметры матрицы Джонса зависят от потенциала и от константы гиротропии. На основе развитой теории предсказаны новые модуляционные эффекты.

Применение электрооптических и фоторефрактивных кристаллов в системах оптической обработки информации привело к необходимости обобщения теории электрооптических явлений на случай неоднородного распределения электрического поля, воздействующего на кристалл. Обычно неоднородное распределение поля получается в результате освещения образца модулированным по сечению пучком света. Поглощение света вызывает перераспределение зарядов в образце за счет приложенного внешнего поля или диффузии носителей. Тем самым нарушается локальная электронейтральность, а последующая фиксация заряда на ловушках приводит к появлению практически стационарного распределения электрического поля (см., например, [1-3]).

Если ранее при анализе электрооптических эффектов достаточно было решить задачу об изменении показателей преломления для собственных световых мод в кристалле при воздействии на него однородного поля, то теперь требуется учесть координатную зависимость поля внутри кристалла. Подобная ситуация требует не только изменения методики расчета (например, метод оптической индикатрисы в традиционной форме здесь мало пригоден, так как направления главных осей эллипса индикатрисы, а в более общем случае и степень эллиптичности, меняются от точки к точке [4]), но и приводит к некоторым качественно новым эффектам [5]. В частности, в неоднородном кристалле теряет смысл понятие о независимых собственных модах в виде плоских световых волн [6, 7].

В общем случае задача состоит в определении компонент вектора световой волны на выходе из кристалла $\mathcal{E}^{out}(x, y)$ при заданной комплексной амплитуде поля на входе $\mathcal{E}^{in}$ и заданном распределении электрического поля $\mathbf{E}(x, y, z)$ внутри кристалла. Можно выделить два предельных случая: 1) тонкие кристаллы, когда дифракционными эффектами на толщине кристалла можно пренебречь; 2) толстые кристаллы, дифракционные эффекты в которых принципиально важны. В настоящей работе рассматривается только первый случай.

Для тонкого оптического элемента (тонкой пластинки) справедливо соотношение

$$\mathcal{E}^{out} = T(x, y)\,\mathcal{E}^{in}, \tag{1}$$

где $T(x, y)$ есть матрица 2×2, которую можно назвать обобщенным коэффициентом пропускания.

Целью данной работы является нахождение связи между компонентами матрицы T и распределением неоднородного поля в образце. В общем случае произвольной ориентации кристаллографических осей относительно направления распространения световой волны показано, что характеристики поля, определяющие T_{ik}, являются скалярными функциями координат x и y. Вид этих функций зависит от сингонии кристалла. Для кубического негиротропного кристалла T_{ik} зависит только от одной функции, а именно от интеграла от потенциала поля по координате по ходу луча. В кубическом гиротропном, а также в одноосном и двухосном кристаллах эти функции определяются не только распределением поля, но и оптическими параметрами вещества, а именно константой гиротропии и разностью показателей преломления соответственно.

1. Кристаллы кубической сингонии

Пусть бесконечная кристаллическая пластинка толщины d ориентирована перпендикулярно оси z базовой системы координат x, y, z. Плоскость $z=0$ является входной плоскостью для однородной световой волны, падающей нормально на пластинку и распространяющейся в образце по законам геометрической оптики вдоль положительного направления оси z. Отклонением траектории луча от прямой линии ниже пренебрегается.

Разделим диэлектрическую непроницаемость ε_{ik}^{-1} на два слагаемых

$$\varepsilon_{ik}^{-1}=\varepsilon_{0ik}^{-1}+\alpha_{ik}(x, y, z), \tag{2}$$

где ε_{0ik}^{-1} — диэлектрическая непроницаемость в отсутствие электрического поля

$$\alpha_{ik}(x, y, z)=r_{ikl}E_l(x, y, z) \tag{3}$$

— малая поправка, обусловленная линейным электрооптическим эффектом; r_{ikl} — тензор электрооптических коэффициентов третьего ранга; E_l — неоднородное поле в образце.

Рассмотрим сначала кристаллы кубической сингонии, когда тензор $\varepsilon_{0ik}^{-1}=$ $=n_0^{-2}\delta_{ik}$, где n_0 — показатель преломления. Найдем условия диагонализации двумерного тензора $\alpha_{\beta\gamma}$ ($\beta, \gamma=x, y$), который определяет показатели преломления двух волн, распространяющихся в кристалле вдоль оси z. Для этого повернем систему координат вокруг оси z на угол ψ. В результате получим, что тензор $\alpha_{\beta\gamma}$ в новой системе координат X, Y диагонализуется при угле ψ, удовлетворяющем условию

$$\operatorname{tg}2\psi=2\alpha_{xy}/(\alpha_{xx}-\alpha_{yy}). \tag{4}$$

Диагональные компоненты тензора $\alpha_{\beta\gamma}$ в новой системе координат равны

$$\alpha_{XX}=\alpha_{xx}\cos^2\psi+\alpha_{yy}\sin^2\psi+\alpha_{xy}\sin2\psi,\quad \alpha_{YY}=\alpha_{xx}\sin^2\psi+$$
$$+\alpha_{yy}\cos^2\psi-\alpha_{xy}\sin2\psi. \tag{5}$$

Следует отметить два важных обстоятельства. Во-первых, поскольку компоненты $\alpha_{\beta\gamma}$ зависят от координат, то угол поворота ψ меняется, вообще говоря, от точки к точке как в плоскости xy, так и по ходу луча вдоль z. Это означает, что невозможно диагонализовать тензор единым поворотом для любой точки кристалла [6]. Во-вторых, правая часть равенства (4) не является малой величиной, так как представляет собою отношение величин одного порядка малости. Угол ψ при этом может быть большим. Это является спецификой кубического кристалла.

В соответствии с (2) и (5) для показателей преломления $n_{1,2}$ получим, учитывая малость компонент тензора $\alpha_{\beta\gamma}$ по сравнению с n_0^{-2},

$$n_1=n_0(1-n_0^2\alpha_{XX}(x, y, z)/2, \quad n_2=n_0(1-n_0^2\alpha_{YY}(x, y, z)/2). \tag{6}$$

Волновые векторы двух распространяющихся волн равны

$$k_{1,2} = \omega n_{1,2}/c = k_0 \pm \varkappa/2, \tag{7}$$

где k_0 и $\varkappa$ являются функциями x, y, z

$$k_0 = (\omega n_0/c)\,[1 - (n_0^2/4)(\alpha_{XX} + \alpha_{YY})] = (\omega n_0/c)\,[1 - (n_0^2/4)(\alpha_{xx} + \alpha_{yy})], \tag{8}$$

$$\varkappa = R\,(\alpha_{YY} - \alpha_{XX}) = R\,[(\alpha_{yy} - \alpha_{xx})\cos 2\psi - 2\alpha_{xy}\sin 2\psi],\quad R = \omega n_0^3/2c. \tag{9}$$

Зависимость угла ψ от координаты z не позволяет описать распространение света традиционными методами. Здесь удобно воспользоваться формализмом дифференциальных матриц Джонса [8], который позволяет получить систему уравнений для комплексных амплитуд $\mathcal{E}_x$, $\mathcal{E}_y$, описывающую распространение световой волны в неоднородной среде. Для рассматриваемой ситуации подобная система уравнений была получена в [9]. В базовой системе координат она имеет вид

$$\begin{aligned} d\mathcal{E}_x/dz &= i\,[k_0 - (\varkappa/2)\cos 2\psi]\,\mathcal{E}_x - i\,(\varkappa/2)\sin 2\psi\,\mathcal{E}_y,\\ d\mathcal{E}_y/dz &= -i\,(\varkappa/2)\sin 2\psi\,\mathcal{E}_x + i\,[k_0 + (\varkappa/2)\cos 2\psi]\,\mathcal{E}_y. \end{aligned} \tag{10}$$

Решение системы (10) для тонкого образца, когда $\varkappa d \ll 1$, с точностью до фазового множителя $\exp\left(i\int\limits_0^d k_0(z)\,dz\right)$ имеет вид $(\mathcal{E}(d) = \mathcal{E}^{out})$

$$\mathcal{E}_x(d) = \mathcal{E}_x^{in} - (i/2)\int\limits_0^d dz\,\varkappa(z)\,[\mathcal{E}_x^{in}\cos 2\psi(z) + \mathcal{E}_y^{in}\sin 2\psi(z)],$$

$$\mathcal{E}_y(d) = \mathcal{E}_y^{in} - (i/2)\int\limits_0^d dz\,\varkappa(z)\,[\mathcal{E}_x^{in}\sin 2\psi(z) - \mathcal{E}_y^{in}\cos 2\psi(z)]. \tag{11}$$

Выражения (11) определяют двумерную матрицу $T(x, y)$ (матрицу Джонса)

$$T_{xx} = T_{yy}^{*} = 1 - (i/2)\int\limits_0^d dz\,\varkappa(z)\cos 2\psi(z),$$

$$T_{xy} = T_{yx} = -(i/2)\int\limits_0^d dz\,\varkappa(z)\sin 2\psi(z). \tag{12}$$

На первый взгляд может показаться, что T зависит от вектора поля $\mathbf{E}$ нелинейным образом, так как от поля зависит функция $\varkappa$, в которую входит зависящий от ориентации поля угол ψ. Кроме того, $\varkappa$ умножается на $\cos 2\psi$ и $\sin 2\psi$. Однако на самом деле нелинейности нет, так как угол ψ в выражениях (11) и (12) можно исключить. Действительно, если использовать условие (4), то функция x (9) может быть представлена в двух видах, а именно:

$$\varkappa = -2R\alpha_{xy}(\sin 2\psi + \cos 2\psi/\operatorname{tg} 2\psi) = -R\,(\alpha_{xx} - \alpha_{yy})(\cos 2\psi + \sin 2\psi\operatorname{tg} 2\psi).$$

Таким образом, в произведениях $\varkappa\cos 2\psi$ и $\varkappa\sin 2\psi$ угол ψ исключается и мы получаем

$$\varkappa\cos 2\psi = -(R/2)(\alpha_{xx} - \alpha_{yy}),\quad \varkappa\sin 2\psi = -R\alpha_{xy} \tag{13}$$

(компоненты $\alpha_{\beta\gamma}$ записаны в базовой системе координат и от угла ψ не зависят). Подставляя (13) в (12) и используя соотношение (3), приведем матрицу $T_{\beta\gamma}$ к компактному виду

$$T_{\beta\gamma} = \delta_{\beta\gamma} + iR\sum_m \lambda_{\beta\gamma,\,m}P_m. \tag{14}$$

Здесь и ниже греческие индексы пробегают два значения (x и y), а m — три (x, y и z). Тензор третьего ранга $\lambda_{\beta\gamma,m}$ связан с тензором r_{ikl} следующим образом:

$$\lambda_{xx,\,m} = -\lambda_{yy,\,m} = (r_{xx,\,m} - r_{yy,\,m})/2,\quad \lambda_{\beta\gamma,\,m} = r_{\beta\gamma,\,m}\ (\beta \neq \gamma). \tag{15}$$

В формуле (14) введены три величины P_m, которые определяются потенциалом $v(x, y, z)$ ($E = -\text{grad } v$)

$$P_x = -\partial V(x, y)/\partial x,\ P_y = -\partial V(x, y)/\partial y,\ P_z = -U, \tag{16}$$

где $V(x, y) = \int\limits_0^d v(x, y, z)\,dz$, а $U = v(x, y, d) - v(x, y, 0)$ есть разность потенциалов между гранями пластинки. Используя соотношение (1), получим связь между полем падающей и прошедшей волн

$$\mathscr{E}_\beta^{out} = \mathscr{E}_\beta^{in} + iR \sum_{\gamma, m} \lambda_{\beta\gamma, m} \mathscr{E}_\gamma^{in} P_m. \tag{17}$$

Из (17) следует вывод о том, что в кубическом кристалле вектор поля световой волны на выходе их образца связан с внутренним полем E через две скалярные характеристики $V(x, y)$ и $U(x, y)$, причем обе они определяются распределением потенциала. $U(x, y)$ определяет вклад продольного электрооптического эффекта (подобная ситуация имеет место в модуляторе ПРОМ [10]), а $V(x, y)$ — поперечного (модулятор ПРИЗ [1]).

Рассмотрим в качестве примера кристаллы классов $\bar{4}3^m$ и 23 (в частности, к классу 23 относятся широко исследуемые в настоящее время $Bi_{12}SiO_{20}$, $Bi_{12}GeO_{20}$ и $Bi_{12}TiO_{20}$). Электрооптический тензор здесь имеет одну независимую компоненту [11]. Остановимся подробнее на некоторых частных случаях ориентации плоскости пластинки относительно кристаллографических осей. Ось z, по предположению, всегда направлена по нормали к плоскости пластинки. Если система координат совпадает с осями 4-го порядка ($x \parallel \langle 100 \rangle$ и т. д.), то отличными от нуля компонентами тензора r_{ikl} будут $r_{xyz} = r_{yxz} = r_{xzy} = r_{zxy} = r_{yzx} = r_{zyx} = r$. Тогда, согласно (15), отличные от нуля компоненты $\lambda_{\beta\gamma, m}$ равны $\lambda_{xy, z} = \lambda_{yx, z} = r$. Из (17) следует, что в этом случае

$$\mathscr{E}_{x(y)}^{out} = \mathscr{E}_{x(y)}^{in} + iRrU\mathscr{E}_{y(x)}^{in}. \tag{18}$$

Подобная ситуация имеет место в модуляторе ПРОМ, в котором запись изображения обусловлена продольной составляющей поля. Модуляция разности потенциалов $U(x, y)$ осуществляется путем помещения диэлектрической прослойки между одним (или обоими) из электродов и образцом.

Рассмотрим далее два случая ориентации, которые используются в модуляторе ПРИЗ. В первом случае ось z направлена вдоль оси симметрии 3-го порядка $\langle 111 \rangle$. Если ось x направлена вдоль оси $\langle 1\bar{1}0 \rangle$, а y — вдоль направления $\langle 112 \rangle$, то отличные от нуля компоненты r_{ikl} равны [9]

$$r_{xx, z} = r_{yy, z} = -r/\sqrt{3}, \quad r_{xx, y} = -r_{yy, y} = r_{xy, x} = r_{yx, x} = \sqrt{2/3}\, r$$

т. е.

$$\lambda_{xx, y} = -\lambda_{yy, y} = \lambda_{xy, x} = \lambda_{yx, x} = \sqrt{2/3}\, r.$$

Выражения (17) принимают вид

$$\begin{aligned} \mathscr{E}_x^{out} &= \mathscr{E}_x^{in} + i\sqrt{2/3}\, Rr\,(P_y\mathscr{E}_x^{in} + P_x\mathscr{E}_y^{in}), \\ \mathscr{E}_y^{out} &= \mathscr{E}_y^{in} + i\sqrt{2/3}\, Rr\,(P_x\mathscr{E}_x^{in} - P_y\mathscr{E}_y^{in}). \end{aligned} \tag{19}$$

Во втором случае ось $z \parallel \langle 110 \rangle$, ось $x \parallel \langle 001 \rangle$, $y \parallel \langle 1\bar{1}0 \rangle$. Тогда

$$r_{yy, x} = r_{xy, y} = r_{yx, y} = -r, \quad \lambda_{xx, x} = -\lambda_{yy, x} = r/2,\ \lambda_{xy, y} = \lambda_{yx, y} = -r$$

и соответственно

$$\begin{aligned} \mathscr{E}_x^{out} &= \mathscr{E}_x^{in} + iRr\,[(P_x/2)\,\mathscr{E}_x^{in} - P_y\mathscr{E}_y^{in}], \\ \mathscr{E}_y^{out} &= \mathscr{E}_y^{in} - iRr\,[(P_x/2)\,\mathscr{E}_y^{in} + P_y\mathscr{E}_x^{in}]. \end{aligned} \tag{20}$$

При любых иных ориентациях оси z относительно кристаллографических осей вклад в $\mathscr{E}^{out}$ дают как поперечный, так и продольный эффекты Поккельса.

2. Одноосные и двухосные кристаллы

Для анизотропных кристаллов двумерный тензор $\varepsilon^{-1}_{\beta\gamma}$ (2) также может быть диагонализован поворотом на угол ψ вокруг оси z, но при этом тензоры $\varepsilon^{-1}_{0\beta\gamma}$ и $\alpha_{\beta\gamma}$ содержат недиагональные компоненты. Поэтому условие диагонализации (4) запишем для компонент полного тензора $\varepsilon^{-1}_{\beta\gamma}$

$$\operatorname{tg} 2\psi = 2\varepsilon^{-1}_{xy}/(\varepsilon^{-1}_{xx} - \varepsilon^{-1}_{yy}). \tag{21}$$

Диагональные компоненты в новых осях X и Y по аналогии с (5) имеют вид

$$\begin{aligned} \varepsilon^{-1}_{XX} &= (\varepsilon^{-1}_{0xx} + \alpha_{xx}) \cos^2\psi + (\varepsilon^{-1}_{0yy} + \alpha_{yy}) \sin^2\psi + (\varepsilon^{-1}_{0xy} + \alpha_{xy}) \sin 2\psi = 0, \\ \varepsilon^{-1}_{YY} &= (\varepsilon^{-1}_{0xx} + \alpha_{xx}) \sin^2\psi + (\varepsilon^{-1}_{0yy} + \alpha_{yy}) \cos^2\psi - (\varepsilon^{-1}_{0xy} + \alpha_{xy}) \sin 2\psi = 0. \end{aligned} \tag{22}$$

Представим угол поворота ψ в виде суммы $\psi=\psi_0+\delta$, где ψ_0 — угол поворота, диагонализующий тензор $\varepsilon^{-1}_{0\beta\gamma}$, а угол $\delta=\delta(x, y, z)$ — дополнительный угол поворота, диагонализующий полный тензор $\varepsilon^{-1}_{\beta\gamma}$. Поскольку тензор $\alpha_{\beta\gamma}$ является малой поправкой к $\varepsilon^{-1}_{0\beta\gamma}$, то и угол $\delta \ll 1$. В этом состоит отличие от кубического кристалла, в котором соответствующий угол, а также его изменение с координатой z не являются малыми. Учитывая малость δ и $\alpha_{\beta\gamma}$, получим из (21), что

$$\operatorname{tg} 2\psi_0 \simeq \frac{2\varepsilon^{-1}_{0xy}}{\varepsilon^{-1}_{0xy} - \varepsilon^{-1}_{0yy}}, \quad \delta \simeq \frac{\cos^2 2\psi_0 \varepsilon^{-1}_{0xy}}{\varepsilon^{-1}_{0xx} - \varepsilon^{-1}_{0yy}} \left(\frac{\alpha_{xy}}{\varepsilon^{-1}_{0xy}} - \frac{\alpha_{xx} - \alpha_{yy}}{\varepsilon^{-1}_{0xx} - \varepsilon^{-1}_{0yy}} \right).$$

В кубических кристаллах ориентация осей x и y базовой системы координат относительно кристаллографических осей была произвольной, так как тензор $\varepsilon^{-1}_{0\beta\gamma}$ сводился к константе n_0^{-2}. В анизотропных кристаллах от ориентации осей x и y зависит конкретный вид тензора $\varepsilon^{-1}_{0\beta\gamma}$. Удобно выбрать направления осей так, чтобы $\varepsilon^{-1}_{0\beta\gamma}$ был диагонален, т. е. $\varepsilon^{-1}_{0xx} = n_{01}^{-2}$, $\varepsilon^{-1}_{0yy} = n_{02}^{-2}$ и $\varepsilon^{-1}_{0xy} = 0$. Тогда угол $\psi_0 = 0$ и

$$\delta = \alpha_{xy}/(\varepsilon^{-1}_{0xx} - \varepsilon^{-1}_{0yy}). \tag{23}$$

Разлагая правые части в (22) по δ и $\alpha_{\beta\gamma}$ и полагая там $\psi_0 = 0$, получим

$$\varepsilon^{-1}_{XX} = n_{01}^{-2} + \alpha_{xx}, \quad \varepsilon^{-1}_{YY} = n_{02}^{-2} + \alpha_{yy}. \tag{24}$$

Величины k_0 и $\varkappa$, введенные в (7), теперь равны

$$k_0 = \frac{\omega}{2c} \left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon^{-1}_{XX}}} + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^{-1}_{YY}}} \right) \simeq \frac{\omega}{2c} \left[n_{01} + n_{02} - \frac{1}{2} (n_{01}^3 \alpha_{xx} + n_{02}^3 \alpha_{yy}) \right], \tag{25}$$

$$\begin{aligned} \varkappa &= \frac{\omega}{c} \left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon^{-1}_{XX}}} - \frac{1}{\sqrt{\varepsilon^{-1}_{YY}}} \right) = \varkappa_0 + \varkappa_1, \quad \varkappa_1 \ll \varkappa_0, \\ \varkappa_0 &= (\omega/c)(n_{01} - n_{02}), \quad \varkappa_1 = (\omega/2c)(n_{02}^3 \alpha_{yy} - n_{01}^3 \alpha_{xx}). \end{aligned} \tag{26}$$

Распространение световой волны описывается уравнениями (10), которые справедливы для любой симметрии. Полагая в (10) $\psi = \delta$, $\varkappa = \varkappa_0 + \varkappa_1$ и оставляя линейные по $\varkappa_1$ и δ члены, получим (члены $\sim k_0$ убираются в общую фазу)

$$\begin{aligned} d\mathscr{E}_x/dz &= -(i\varkappa_0/2)\, \mathscr{E}_x - (i/2)(\varkappa_1 \mathscr{E}_x + 2\delta\varkappa_0 \mathscr{E}_y), \\ d\mathscr{E}_y/dz &= -(i\varkappa_0/2)\, \mathscr{E}_y - (i/2)(-\varkappa_1 \mathscr{E}_y + 2\delta\varkappa_0 \mathscr{E}_x). \end{aligned} \tag{27}$$

С точностью до первой итерации решение системы (27) имеет вид

$$\begin{aligned} \mathscr{E}_x(d) &= e^{-i\varkappa_0 d/2} \left\{ \mathscr{E}_x^{in} - \frac{i}{2} \int_0^d dz \left[\varkappa_1(z)\, \mathscr{E}_x^{in} + 2\delta(z)\, \varkappa_0 e^{-i\varkappa_0 z} \mathscr{E}_y^{in} \right] \right\}, \\ \mathscr{E}_y(d) &= e^{i\varkappa_0 d/2} \left\{ \mathscr{E}_y^{in} + \frac{i}{2} \int_0^d dz \left[\varkappa_1(z)\, \mathscr{E}_y^{in} - 2\delta(z)\, \varkappa_0 e^{i\varkappa_0 z} \mathscr{E}_x^{in} \right] \right\}. \end{aligned} \tag{28}$$

Как и в случае кубического кристалла, угол $\delta(z)$ исключается из (28) при помощи соотношения (23). Используя (23) и (26), получим из выражений (28) матрицу Джонса для анизотропного кристалла при произвольной ориентации кристаллографических осей относительно волнового вектора световой волны

$$T_{xx} = T_{yy}^* = e^{-i\varkappa_0 d/2} \left\{ 1 - \frac{i\omega}{4c} \int\limits_0^d dz \left[n_{02}^3 \alpha_{yy}(z) - n_{01}^3 \alpha_{xx}(z) \right] \right\}, \tag{29}$$

$$T_{xy} = -T_{yx}^* = \frac{i\omega}{c} \frac{n_{01}^2 n_{02}^2}{n_{01} + n_{02}} e^{-i\varkappa_0 d/2} \int\limits_0^d dz \alpha_{xy}(z) e^{i\varkappa_0 z}. \tag{30}$$

При $n_{01} \to n_{02}$ (29) и (30) переходят в формулы (14) для кубического кристалла. Заметим, что для одноосных кристаллов, если ось z направлена вдоль оптической оси (т. е. свет распространяется вдоль оптической оси), справедливы формулы, полученные в предыдущем разделе.

Важной особенностью анизотропных кристаллов является наличие множителя $\exp(\pm i\varkappa_0 z)$ под знаком интеграла в недиагональных компонентах $T_{\beta\gamma}$. Поэтому связь вектора $\mathcal{E}^{out}$ с характеристиками поля в образце в общем случае не имеет простого вида (17), так как наряду с параметрами P_m здесь появляются три новые комплексные функции

$$Q_m = -\int\limits_0^d dz \exp(i\varkappa_0 z)\, \partial v(x,\ y,\ z)/\partial q_m,$$

где $q_m = x,\ y,\ z$. Однако следует учесть, что для видимого света $\varkappa_0 d \gg 1$. Поэтому осциллирующий множитель резко уменьшает значение интеграла. Это приводит к ослаблению вклада $\mathcal{E}_x^{in}$ в $\mathcal{E}_y^{out}$, и наоборот.

3. Кубические гиротропные кристаллы

Наиболее интересные в практическом отношении кристаллы $Bi_{12}SiO_{20}$, $Bi_{12}GeO_{20}$ и $Bi_{12}TiO_{20}$ обладают естественной оптической активностью. Поэтому представляет интерес обобщить результаты раздела 1 на случай гиротропных кубических кристаллов. Уравнения (10) с учетом гиротропии принимают вид [4]

$$\begin{aligned} d\mathcal{E}_x/dz &= i\left[k_0 - (\varkappa/2)\cos 2\psi\right]\mathcal{E}_x - i(\varkappa/2)\sin 2\psi\mathcal{E}_y + g\mathcal{E}_y, \\ d\mathcal{E}_y/dz &= i\left[k_0 + (\varkappa/2)\cos 2\psi\right]\mathcal{E}_y - i(\varkappa/2)\sin 2\psi\mathcal{E}_x - g\mathcal{E}_x, \end{aligned} \tag{31}$$

$g = RG$, где G — компонента псевдотензора гирации. Решение уравнений (31) удобно искать в форме циркулярно-поляризованных волн $\mathcal{E}_\pm = (\mathcal{E}_x \pm i\mathcal{E}_y)/\sqrt{2}$. С точностью до общей фазы при $\varkappa d \ll 1$ имеем

$$\mathcal{E}_\pm^{out} = e^{\mp igd} \left\{ \mathcal{E}_\pm^{in} - \frac{i}{2} \mathcal{E}_\mp^{in} \int\limits_0^d dz \varkappa(z) e^{\pm 2i(gz + \psi(z))} \right\}. \tag{32}$$

Угол $\psi(z)$ исключается с помощью соотношений (13). В результате получим

$$\mathcal{E}_\pm^{out} = e^{\mp igd} \left\{ \mathcal{E}_\pm^{in} + \frac{iR}{2} \mathcal{E}_\mp^{in} \int\limits_0^d dz \left(\alpha_{xx} - \alpha_{yy} \pm i\alpha_{xy}\right) e^{\pm 2igz} \right\}. \tag{33}$$

В соответствии с (1) компоненты матрицы T имеют вид

$$\begin{aligned} T_{++} &= T_{--}^* = \exp(-igd), \\ T_{+-} &= -T_{-+}^* = -iRe^{-igd} \sum_m \left(\lambda_{xx,\,m} + i\lambda_{xy,\,m}\right) P_m'. \end{aligned} \tag{34}$$

Здесь введены три комплексные функции

$$P'_m = -\int_0^d dz \exp(2igz)\,\partial v(x,\ y,\ z)/\partial q_m\,(q_m = x,\ y,\ z), \tag{35}$$

которые являются обобщением функций (16) и переходят в них, если $g=0$. Величины $\lambda_{\beta\gamma,m}$ определены в (15). Ввиду комплексности P'_m соотношение (33) не сводится к типу (17), а введенные в (35) характеристики P'_m, описывающие модуляцию среды, зависят не только от распределения поля, но и от оптических свойств материала (от величины g). Конкретные случаи ориентации оси z вдоль осей $\langle 100\rangle$, $\langle 111\rangle$, $\langle 110\rangle$ могут быть легко рассмотрены с помощью формул (34) и значений $\lambda_{\beta\gamma,m}$, полученных в разделе 1.

4. Обсуждение результатов

Проведенный анализ показал, что для кубического негиротропного кристалла матрица Джонса $T_{\beta\gamma}$, определяющая амплитуду и фазу световой волны на выходе $\mathcal{E}^{out}$ при произвольной ориентации волнового вектора, представляет собою свертку тензора третьего ранга $\lambda_{\beta\gamma m}$ с трехмерным «вектором» $\mathbf{P}$ (P_z есть скалярная функция x и y, а P_x и P_y при повороте вокруг оси z преобразуются, как двумерный вектор). Тензор $\lambda_{\beta\gamma,m}$ представляет собою линейную комбинацию компонент электрооптического тензора. Величина $\mathbf{P}$ зависит только от потенциала поля (формула (16)), P_m здесь — вещественные функции координат $x,\ y$.

В кубическом гиротропном и анизотропном кристаллах формулы типа (14) и (17) не имеют места, так как возрастает число функций, характеризующих распределение поля. В кубических гиротропных кристаллах $\mathbf{P}$ переходит в $\mathbf{P}'$ и становится комплексным и зависящим не только от потенциала v, но и от константы гиротропии g (см. (35)). В соответствии с (34) при этом матрица T пропорциональна как P'_m, так и P'^*_m. В анизотропных кристаллах $T_{\beta\gamma}$ характеризуется величинами P_m, входящими в диагональные компоненты, а также новыми комплексными функциями Q_m, которые появляются в недиагональных компонентах T_{xy}. Появление функций P'_m и Q_m в выражениях для $T_{\beta\gamma}$ приводит к новым эффектам. В частности, из (35) видно, что для $m=z$ P'_z в гиротропном кристалле не сводится к разности потенциалов. Разность потенциалов U может зависеть от x и y только в том случае, если хотя бы между одной гранью пластинки и электродом поместить диэлектрическую прослойку, как это делается в модуляторе ПРОМ. Множитель $\exp(2igz)$ под знаком интеграла в P'_z в (35) приводит к модуляции даже в том случае, если диэлектрическая прослойка отсутствует и разность потенциалов U не зависит от x и y. Подобные эффекты могут иметь место и в анизотропных кристаллах.

Как упоминалось выше, осциллирующий множитель $\exp(\pm i\varkappa z)$, входящий под знак интеграла в Q_m, уменьшает недиагональные компоненты $T_{\beta\gamma}$. Пусть, например, $v(x,\ y,\ z) = v_0(x,\ y)\exp(-\gamma z)$. Тогда

$$Q_x = (\partial v_0/\partial x)\,[\exp(i(\varkappa_0 - \gamma)\,d) - 1]\,(i\varkappa_0 - \gamma)^{-1}.$$

Так как для видимого света $\varkappa_0 \simeq 10^3$ см$^{-1}$ (для $n_{01} - n_{02} = 0.1$, $\lambda = 1$ мкм), а $\gamma \ll \varkappa_0$ (γ определяет затухание поля $\mathbf{E}$ вдоль оси z и по порядку величины равно коэффициенту поглощения записывающего модулированного света, который создает распределение неоднородного поля [12]), то $Q_x \simeq (\gamma/\varkappa_0)\,\partial v/\partial x$. Таким образом, T_{xy} и T_{yx} по сравнению с электрооптическими поправками к диагональным компонентам ослаблены примерно в $\varkappa_0/\gamma$ раз. Тогда с большой точностью можно считать, что матрица T диагональна и пропорциональна «вектору» $\mathbf{P}$.

Естественная оптическая активность, как это видно из (34) и (35), уменьшает электрооптические поправки к $T_{\beta\gamma}$. В отличие от анизотропного кристалла здесь уменьшаются как диагональные, так и недиагональные части. Таким образом, гиротропия уменьшает модуляционные эффекты, обусловленные эффектом Поккельса. В упомянутых выше кристаллах BSO и BGO удельное вращение составляет 22 град/мм на длине волны $\lambda=633$ нм [1]. Для толщины образца $d=1$ мм $gd=0.061$. Таким образом, в этих кристаллах влияние гиротропии на величину электрооптических поправок сказывается слабо и в $T_{\beta\gamma}$ входят только величины P_m, определенные в (16).

Рассмотрим в заключение на примере кубического негиротропного кристалла дифракционную эффективность

$$\eta = |\mathcal{E}^{out}(\nu, \xi)|^2/|\mathcal{E}^{in}|^2, \tag{36}$$

где $\mathcal{E}^{out}(\nu, \xi)$ — компонента двумерного преобразования Фурье по x и y от $\mathcal{E}^{out}(x, y)$. Если падающий свет поляризован линейно под углом α к оси x, а на выходе стоит скрещенный анализатор, то в соответствии с (17) и (15)

$$\mathcal{E}^{out}(\nu, \xi) = i\mathcal{E}^{in}R\sum_m (\lambda_{xy,m}\cos 2\alpha - \lambda_{xx,m}\sin 2\alpha)\,P_m(\nu, \xi) \tag{37}$$

и, согласно (36),

$$\eta = R^2\left\{\sum_m (\lambda_{xy,m}\cos 2\alpha - \lambda_{xx,m}\sin 2\alpha)\,P_m(\nu, \xi)\right\}^2. \tag{38}$$

Для пространственных частот, больших по сравнению с характерными обратными длинами изменения потенциала в направлении оси z, $\nu(\nu, \xi) \sim (\nu^2+\xi^2)^{-1}$. Дифракционная эффективность может быть представлена в форме

$$\eta \sim (\nu^2+\xi^2)^{-2}(A\nu + B\xi + C)^2. \tag{39}$$

Если $C=0$ (ориентация, соответствующая модулятору ПРИЗ), то $\eta \sim (\nu^2+\xi^2)^{-1}$; если $A=B=0$ (модулятор ПРОМ), то $\eta \sim (\nu^2+\xi^2)^{-2}$. При произвольной ориентации в η дают вклад все три слагаемые. Коэффициенты A, B, C являются функциями углов поворота системы координат, одна из осей которой направлена вдоль волнового вектора световой волны, относительно осей кристалла и могут быть легко получены из приведенных выше выражений для матрицы Джонса $T_{\beta\gamma}$.

Литература

[1] *Петров М. П., Степанов С. И., Хоменко А. В.* Фоточувствительные электрооптические среды в голографии и оптической обработке информации. Л.: Наука, 1983.
[2] *Брыксин В. В., Коровин Л. И., Петров М. П., Хоменко А. В.* ФТТ, 1982, т. 24, № 1, с. 149—156.
[3] *Брыксин В. В., Коровин Л. И.* ФТТ, 1983, т. 25, № 1, с. 55—61.
[4] *Брыксин В. В., Коровин Л. И., Петров М. П., Хоменко А. В.* ЖТФ, 1987, т. 57, № 10, с. 1918—1924.
[5] *Apostolidis H., Mallick S., Rouede D.* Opt. Comm., 1985, v. 56, N 2, p. 73—78.
[6] *Ассам Р., Башара М.* Эллипсометрия и поляризованный свет. М.: Мир, 1981.
[7] *Elachi C.* IEEE, 1976, v. 64, N 12, p. 1666—1698.
[8] *Jones R. C.* J. Opt. Soc. Am., 1956, v. 46, N 2, p. 126—131.
[9] *Брыксин В. В., Коровин Л. И.* ЖТФ, 1985, т. 55, № 12, с. 2289—2296.
[10] *Feinleib J., Oliver D. S.* Appl. Opt., 1972, v. 11, N 12, p. 2752—2759.
[11] *Сиротин Ю. И., Шаскольская М. П.* Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1979.
[12] *Брыксин В. В., Коровин Л. И.* ФТТ, 1984, т. 26, № 12, с. 3651—3657.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
20 июля 1987 г.