

УДК 538.561

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПУЧКА СИНХРОТРОНА В ПОЛЕ КОРОТКИХ МАГНИТОВ

Н. В. Смоляков

Рассмотрено дипольное электромагнитное излучение пучка синхротрона в резко неоднородном по азимуту магнитном поле. На основе аналитического расчета магнитного поля плоских коротких магнетиков прямоугольной формы получены и проанализированы спектрально-угловые характеристики излучения. Показано, что спектральная плотность излучения экспоненциально растет с уменьшением зазора между магнитными полюсами. Рассмотрена возможность применения такой системы для диагностики пучка в УНЦ.

Для измерения профиля пучка в протонном синхротроне можно использовать электромагнитное излучение пучка, генерируемое в краевых полях дипольных магнитов ускорителя [1]. Однако оно обладает недостаточной мощностью для диагностики пучка с относительно низкой интенсивностью. В частности, с такой проблемой столкнулись в ЦЕРНе при измерении профиля антипротонного пучка [2, 3]. Для усиления мощности электромагнитного излучения можно использовать ондулятор [2-4]. Мощность краевого излучения можно также повысить с помощью шторок [5]. Они представляют собой два плоских тонких полюса магнита, введенных в вакуумную камеру синхротрона и создающих короткий всплеск магнитного поля (рис. 1). Однако до сих пор не проведен анализ зависимости характеристик излучения на шторках от их геометрии, что затрудняет выбор оптимальной конструкции такой системы.

Теоретический анализ спектрально-угловых характеристик электромагнитного излучения в неоднородных непериодических магнитных полях проводился в работах [6-12]. В дипольном приближении (которое в случае протонных пучков практически всегда применимо) задача сводится к нахождению преобразования Фурье для поперечной к оси пучка компоненты магнитного поля. При этом функция, аппроксимирующая неоднородное магнитное поле, выбиралась произвольно, исходя только из качественного согласия с реальной формой поля. Это исключало возможность непосредственного анализа влияния геометрии намагничивающей системы на характеристики излучения. С другой стороны, результаты расчетов коротковолновой части спектра излучения сильно зависят от вида выбранной аппроксимирующей функции [7, 12], что указывает на необходимость более точного учета формы магнитного поля. Заметим, что эти трудности не имеют места при расчете ондуляторного излучения, где особенности спектральных характеристик определяются прежде всего сильными интерференционными эффектами.

В данной работе в дипольном приближении получены и проанализированы спектрально-угловые характеристики электромагнитного излучения ультрарелятивистского пучка заряженных частиц в магнитном поле прямоугольных шторок. Магнитное поле рассчитывалось в приближении бесконечно большой магнитной проницаемости ферромагнетика, а также для шторок, представляющих собой однородно-намагниченные постоянные магниты (например, на основе редкоземельных материалов [13, 14]). Пучок предполагался бесконечно тонким, проходящим через центр зазора между полюсами магнитной системы. Показано,

что уменьшение зазора между полюсами приводит к экспоненциальному росту спектральной плотности излучения. Рассмотрена возможность диагностики протонного пучка в УНК.

1. Электромагнитное излучение в дипольном приближении

Рассмотрим характеристики электромагнитного излучения ультрарелятивистской частицы с приведенной энергией $\gamma \gg 1$, движущейся в магнитном поле $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ по траектории $\mathbf{r}(t)$. Спектральное распределение энергии, генерируемой частицей в элемент телесного угла $d\Omega$ в направлении \mathbf{n} в интервале частот $d\omega$, равно [15]

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2 c} \left| \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\frac{\omega}{c}(ct - \mathbf{n}\mathbf{r}(t))} \frac{[\mathbf{n} \cdot ((\mathbf{n} - \beta(t)) \dot{\beta}(t))] }{(1 - \mathbf{n} \cdot \beta(t))^2} dt \right|^2, \quad (1)$$

$$\dot{\beta}(t) = \frac{e}{mc\gamma} [\beta(t) \mathbf{H}(\mathbf{r}(t))], \quad (2)$$

где e , m — заряд и масса частицы; $\beta(t)$ — приведенная скорость; c — скорость света.

Если угол отклонения пучка в магнитном поле мал по сравнению с величиной $1/\gamma$, изменением $\beta(t)$ можно пренебречь (дипольное приближение) [15]. Для частицы, движущейся в магнитном поле

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = (H_x(x, y), H_y(x, y), 0)$$

вдоль оси x , получим при $\theta < 1$

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega d\Omega} = \frac{e^4 \gamma^2}{\pi^2 m^2 c^5} \frac{(1 + \gamma^2 \theta^2)^2 - 4\gamma^2 \theta^2 \cos^2 \varphi}{(1 + \gamma^2 \theta^2)^4} \left| \tilde{H} \left(\frac{\pi}{\lambda \gamma^2} (1 + \gamma^2 \theta^2) \right) \right|^2, \quad (3)$$

где $\lambda = 2\pi c/\omega$; θ — угол между \mathbf{n} и $\beta = \{\beta, 0, 0\}$; φ — угол между направлением β и проекцией вектора \mathbf{n} на плоскость yz ;

$$\mathbf{n} = \{\cos \theta, \sin \theta \sin \varphi, \sin \theta \cos \varphi\},$$

$$\tilde{H}(p) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ipx} H_y(x, y=0) dx. \quad (4)$$

Проинтегрировав (3) по всем частотам и углам, получим величину полной энергии, излучаемой частицей

$$\varepsilon = \frac{2e^4 \gamma^2}{3\pi m^2 c^4} \int_0^{\infty} |\tilde{H}(p)|^2 dp. \quad (5)$$

Число фотонов $dN = d\varepsilon/\hbar\omega$, излученных частицей в полный телесный угол в относительном интервале длин волн $d\lambda/\lambda$, равно

$$dN = \frac{d\lambda}{\lambda} \frac{ae^2}{\pi m^2 c^4} \int_1^{\infty} \frac{t^2 - 2t + 2}{t^4} \left| \tilde{H} \left(\frac{\pi t}{\lambda \gamma^2} \right) \right|^2 dt, \quad (6)$$

$$\alpha = e^2/\hbar c \simeq 1/137.$$

Видно, что число фотонов (6), излученных в полный телесный угол, не меняется при замене $\lambda \rightarrow m^2 \lambda$, $d\lambda \rightarrow m^2 d\lambda$, $\gamma \rightarrow \gamma/m$, где m — любое число (свойство универсальности спектра).

Магнитное поле, создаваемое магнетиком с плотностью магнитного момента $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ и обмотками с плотностью тока $\mathbf{j}(\mathbf{r})$, равно [15]

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \int d^3 r' \frac{3\mathbf{R}(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{R} - \mathbf{M}(\mathbf{r}') R^2}{R^5} + \frac{1}{c} \int d^3 r' \frac{[\mathbf{j}(\mathbf{r}') \mathbf{R}]}{R^3}, \quad (7)$$

где $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$, $R = |\mathbf{R}|$.

Пусть магнитная система бесконечна и однородна вдоль оси z

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \{0, 0, j(x, y)\}, \quad \mathbf{M}(\mathbf{r}) = \{M_x(x, y), M_y(x, y), 0\}.$$

Тогда из (4), (7) получим

$$\tilde{H}(p) = \tilde{H}_j(p) + \tilde{H}_M(p), \quad (8)$$

где \tilde{H}_j , \tilde{H}_M соответствуют вкладу обмоток и магнетиков

$$\tilde{H}_j(p > 0) = \frac{2\pi i}{c} \int_{\Sigma_1} e^{i\rho x - p|y|} |j(x, y)| dx dy, \quad (9)$$

$$\tilde{H}_M(p > 0) = 2\pi p \int_{\Sigma_2} e^{i\rho x - p|y|} |M_y(x, y) - iM_x(x, y) \operatorname{sign} y| dx dy, \quad (10)$$

Σ_1, Σ_2 — соответственно сечения токов и магнетиков плоскостью (x, y) (рис. 1). Из (9), (10) видно, что наибольший вклад в формирование излучения дают ближайшие к пучку слои тока и магнетика.

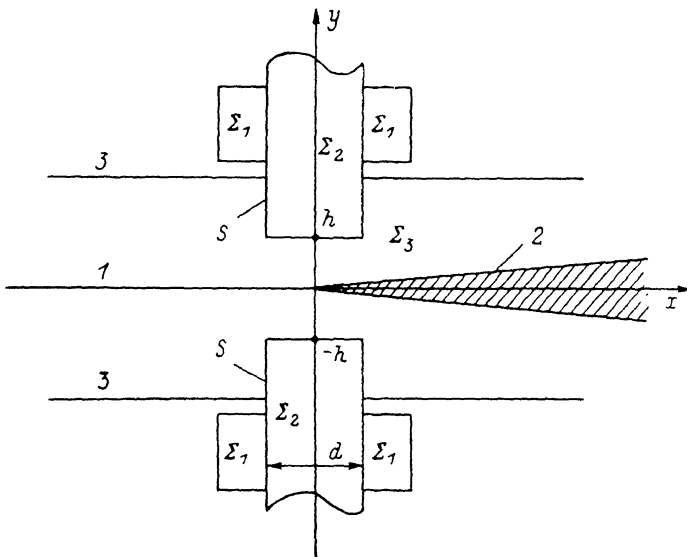


Рис. 1. Формирование электромагнитного излучения в поле шторок.

1 — пучок частиц, 2 — пучок фотонов, 3 — стенки вакуумной камеры.

В случае постоянной магнитной проницаемости магнетика μ выражение (10) можно записать через поверхностный интеграл

$$\tilde{H}_M(p) = -\frac{\mu - 1}{2\mu} \int_S e^{i\rho x - p|y|} |B_n(x, y) \operatorname{sign} y| ds, \quad (11)$$

где B_n — нормальная к магнетнику компонента вектора индукции магнитного поля; S — граница сечения магнетика Σ_2 ; $x, y \in S$.

Отметим, что геометрия магнитной системы (кроме однородности вдоль оси z) пока не фиксирована.

Из (3), (6), (8)–(11) следует, что при фиксированных параметрах пучка синхротрона есть следующие пути увеличения спектральной плотности излучения.

1) Увеличение плотности магнитного момента M и тока j : мощность излучения пропорциональна квадрату M, j .

2) Увеличение длины магнитной системы с периодическим повторением M, j вдоль оси x с периодом $2\lambda\gamma^2$ (ондулятор). При этом мощность излучения в полный телесный угол растет пропорционально числу периодов ондулятора [4].

3) Уменьшение зазора между полюсами магнитов. При этом спектральная плотность излучения растет экспоненциально: если полюса с обмотками приблизить к пучку на Δh , то спектрально-угловая плотность излучения увеличится в

$$\exp\left(\frac{2\pi\Delta h}{\lambda\gamma^2}(1 + \gamma^2\theta^2)\right)$$

раз. В случае плоского ондулятора с большим числом периодов такому увеличению мощности излучения при уменьшении зазора между полюсами соответствует экспоненциальный рост амплитуды магнитного поля ондулятора [16].

Если продольный размер сгустка пучка ускорителя больше длины волны наблюдаемых фотонов λ , излучение некогерентно [17]. При этом спектральные характеристики излучения, генерируемого пучком ускорителя в единицу времени, получаются умножением (3), (5), (6) на множитель I/e , где I — ток пучка, e — заряд частицы.

2. Однородно-намагниченные шторки

Пусть шторки прямоугольной формы представляют собой постоянные магниты из высококоэрцитивных сплавов (например, на основе редкоземельных элементов или бариевых ферритов). При расчете топографии поля таких систем вектор остаточной индукции $B_r = 4\pi M$ можно считать постоянным [16, 18]. Пусть d — толщина бесконечных вдоль оси z шторок, $2h$ — зазор между полюсами, $B_r = \{0, B_r, 0\}$ (рис. 1). Область Σ_2 в (10): $-d/2 \leq x \leq d/2, h \leq |y| < \infty$. Из (2), (7) следует, что полный угол, на который отклоняется пучок такими шторками, равен κ/γ , где $\kappa = eB_r d/mc^2$. Численное значение: для протонов $\kappa \simeq 3.19 \times 10^{-4} B_r$ (кГс) d (см), для электронов $\kappa \simeq 0.586 B_r$ (кГс) d (см). При $\kappa \ll 1$ излучение является дипольным. Спектрально-угловое распределение числа фотонов, излученных одной частицей, равно

$$\frac{dN}{(d\lambda/\lambda) d\Omega} = \frac{16\alpha}{\pi^2} \gamma^2 \left(\frac{eB_r h}{mc^2}\right)^2 \frac{(1 + \gamma^2\theta^2)^2 - 4\gamma^2\theta^2 \cos^2 \varphi}{(1 + \gamma^2\theta^2)^4} \frac{e^{-u}}{u^2} \sin^2 v, \quad (12)$$

где

$$u = \frac{2\pi h}{\lambda\gamma^2} (1 + \gamma^2\theta^2), \quad v = \frac{\pi d}{2\lambda\gamma^2} (1 + \gamma^2\theta^2).$$

Интегрируя (12) по углам, представим спектральную плотность излучения в полный телесный угол в виде

$$dN = \frac{d\lambda}{\lambda} \frac{16\alpha}{\pi} \left(\frac{eB_r h}{mc^2}\right)^2 \frac{e^{-u_0}}{u_0^2 (u_0 + 6)} C_1(v_0, \delta),$$

$$C_1(v_0, \delta) = \left(\frac{2v_0}{\delta} + 6\right) \int_1^\infty \frac{t^2 - 2t + 2}{t^6} \exp\left(\frac{2v_0}{\delta}(1-t)\right) \sin^2(v_0 t) dt, \quad (13)$$

где

$$u_0 = 2\pi h/\lambda\gamma^2, \quad v_0 = \pi d/2\lambda\gamma^2, \quad \delta = d/2h.$$

Графики зависимости $C_1(v_0, \delta)$ от значения v_0 (при фиксированных $\delta = 0.1, 1, 2$) приведены на рис. 2, откуда видно, что функция C_1 максимальна ($C_1(v_0, \delta) \simeq 1$) при $d \simeq \lambda\gamma^2(2m-1)$ и имеет минимумы при $d \simeq 2\lambda\gamma^2 m, m=1, 2, 3, \dots$. Положение локальных экстремумов определяется прежде всего значением параметра $v_0 = \pi d/2\lambda\gamma^2$ и незначительно меняется с изменением δ (при фиксированном v_0).

Как следует из (12), в спектрально-угловом распределении интенсивности излучения на заданной длине волны будет наблюдаться последовательность светлых и темных колец — максимумов и минимумов — с некоторой модуляцией интенсивности излучения по азимутальному углу φ . Интенсивность излучения резко падает с увеличением угла θ . При выполнении условия $d = \lambda\gamma^2 \times (2m-1), m=1, 2, 3, \dots$ максимум спектрально-угловой плотности излучения расположен под углом $\theta=0$. В этом случае практически все излучение сосредото-

точно в интервале углов $\Delta\theta$ вдоль направления движения пучка, где $\Delta\theta$ равно наименьшей из двух величин: $1/\gamma$, $\sqrt{\lambda/2\pi\hbar}$. При $d=2\lambda\gamma^2 m$ мощность излучения на нулевой угол равна нулю. Происходит также относительное снижение спектральной плотности излучения с длиной волны λ в полный телесный угол (рис. 2). Поэтому для излучения фотонов с длиной волны λ оптимальная толщина щорок равна $d=\lambda\gamma^2$, при этом $C_1(\pi/2, \delta)\simeq 1$.

Полная энергия, излучаемая частицей, равна

$$\epsilon = \frac{2a}{3\pi} x^2 \gamma^2 \frac{\hbar c}{d} \left(2 \operatorname{arctg} \delta - \frac{1}{\delta} \ln(1 + \delta^2) \right). \quad (14)$$

Поясним происхождение осцилляций в (12), (13). Равномерно намагниченные прямоугольные щороки создают на оси x магнитное поле

$$H_y(x, y=0) = \frac{B_r}{\pi} \left(\operatorname{arctg} \left(\frac{x}{h} + \delta \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{x}{h} - \delta \right) \right) \quad (15)$$

с амплитудой магнитного поля

$$H_y(0, 0) = \frac{2B_r}{\pi} \operatorname{arctg} \delta.$$

Поле (15) представляет собой алгебраическую сумму двух краевых полей, разнесенных друг от друга на расстояние d . Интерференция излучения, сформиро-

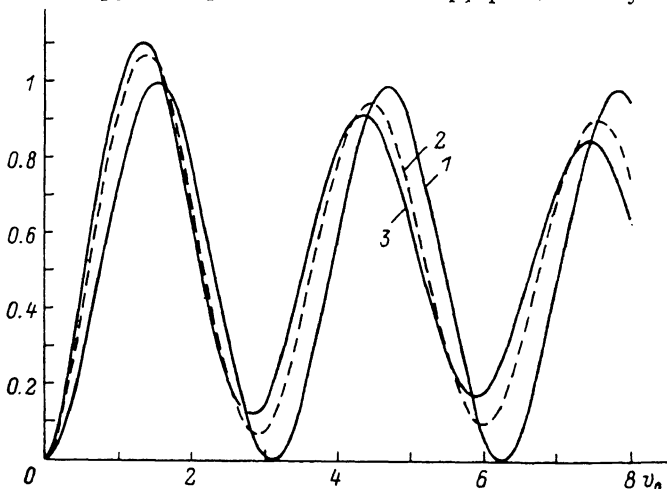


Рис. 2. Графики зависимости C_1 от v_0 при $\delta=0.1$ (1), 1 (2), 2 (3).

ванного на каждом из этих краевых полей, приводит к осцилляциям в спектральной плотности излучения [11].

Рассмотрим случай тонких щорок $\delta \ll 1$. Магнитное поле на оси x имеет вид

$$H_y(x, y=0) = \frac{2B_r\delta}{\pi} \frac{h^2}{h^2 + x^2}. \quad (16)$$

Спектрально-угловая плотность излучения равна

$$\frac{dN}{(d\lambda/\lambda) d\Omega} = \frac{\alpha x^2 \gamma^2}{\pi^2} \frac{(1 + \gamma^2 \theta^2)^2 - 4\gamma^2 \theta^2 \cos^2 \varphi}{(1 + \gamma^2 \theta^2)^4} e^{-u}. \quad (17)$$

Спектральная плотность излучения в полный телесный угол равна

$$dN = \frac{d\lambda}{\lambda} \frac{\alpha x^2}{\pi} \frac{e^{-u_0}}{u_0 + 4} C_0(u_0), \quad (18)$$

где $C_0(u) = e^u (u + 4) (E_2(u) - 2E_3(u) + 2E_4(u))$ — монотонно убывающая функция ~ 1 ; $C_0(0) = 8/3$, $C_0(\infty) = 1$; $E_n(u)$ — интегральная показательная функция [13].

3. Прямоугольные шторки с $\mu = \infty$

Рассмотрим плоское магнитное поле, создаваемое шторками прямоугольной формы (толщина d , зазор $2h$) с бесконечно большой магнитной проницаемостью ферромагнетика. Вкладом обмоток в формирование излучения пренебрежем (область $\Sigma_1=0$). Вне магнетика (область Σ_3) магнитное поле потенциально

$$\mathbf{H}(x, y) = -\text{grad} \psi(x, y), \quad (19)$$

где $\psi(x, y)$ — гармоническая функция, равная ψ_0 на нижнем полюсе шторок и $-\psi_0$ на верхнем. Функцию $\psi(x, y)$ можно рассматривать как мнимую часть аналитической в Σ_3 функции $f(\xi)$ комплексного аргумента $\xi = x + iy$, удовлетворяющую условиям: $\text{Im} f(\xi) = 0$ при $y = 0$, $\text{Im} f(\xi) = -\psi_0$ на верхнем полюсе шторок (рис. 1).

Используя принцип симметрии Римана—Шварца, произведем конформное отображение полосы комплексной плоскости η : $-1 \leq \text{Im} \eta \leq 1$ в область Σ_3 с помощью интеграла Кристоффеля—Шварца

$$\xi(\eta) = \frac{h}{E'} \int_{-k}^q \sqrt{t^2 - k^2} (t^2 - 1)^{-3/2} dt + \frac{d}{2} + ih, \quad (20)$$

$$q = -\text{cth}(\pi\eta/2),$$

где $0 \leq k < 1$ находится из равенства

$$\delta = \frac{d}{2h} = \frac{K(k) - E(k)}{E(\sqrt{1-k^2})}, \quad (21)$$

$$K(k), E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}^{\mp 1} d\varphi$$

— полные нормальные эллиптические интегралы первого и второго рода [19], $E' = E(\sqrt{1-k^2})$. При отображении (20) действительная ось η переходит в действительную ось ξ , прямая $\text{Im} \eta = 1$ в границу верхнего полюса шторок. Поэтому для $f(\xi)$ должно выполняться равенство

$$f(\xi(\eta)) = -\psi_0 \eta. \quad (22)$$

Формулы (19)—(22) позволяют найти распределение магнитного поля $\mathbf{H}(x, y)$. Используя (11), получим спектрально-угловую плотность излучения

$$\frac{dN}{(a\lambda/\lambda) d\Omega} = G\alpha\gamma^2 \left(\frac{eH_0 h}{mc^2} \right)^2 \frac{(1 + \gamma^2\theta^2)^2 - 4\gamma^2\theta^2 \cos^2 \varphi}{(1 + \gamma^2\theta^2)^4} u^{-1/2} e^{-u} \Phi^2(v, k), \quad (23)$$

$$u = \frac{2\pi h}{\lambda\gamma^2} (1 + \gamma^2\theta^2), \quad v = \frac{\pi d}{2\lambda\gamma^2} (1 + \gamma^2\theta^2),$$

$$G = \frac{8}{\pi^2} 6^{1/2} \Gamma^2\left(\frac{2}{3}\right) (kE')^{-2/3}$$

монотонно убывает с ростом k : $G \simeq 4.53$ при $k=0.4$ ($\delta \simeq 0.1165$), $G \simeq 2$ при $k=1$ ($\delta \rightarrow \infty$), H_0 — амплитуда магнитного поля на оси x , связанная со значением потенциала на полюсах ϕ_0 соотношением

$$H_0 = H_y(0, 0) = \frac{2\psi_0}{\pi h} E(\sqrt{1-k^2}). \quad (24)$$

Функция $\Phi(v, k)$ и ее приближенная аппроксимация даны в Приложении. Графики зависимости $\Phi(v, k)$ от v (при фиксированных $k=0.4$ ($\delta \simeq 0.1165$) и $k=0.9999$ ($\delta \simeq 2.957$)) приведены на рис. 3. Видно, что в широком диапазоне изменений δ значение $\Phi(v, k)$ определяется прежде всего величиной параметра v и слабо зависит от k . Сравнивая (23) с (12), видно, что спектрально-

угловые характеристики излучения на прямоугольных шторках с $\mu = \infty$ близки к соответствующим характеристикам излучения на прямоугольных однородно-намагниченных шторках. $\Phi(v, k)$ имеет максимум при $v \simeq 1$, поэтому для излучения фотонов с длиной волны λ оптимальная толщина шторок равна $d \simeq 2/\pi \cdot \lambda \gamma^2$.

В случае бесконечно тонких шторок ($\delta \rightarrow 0, k \rightarrow 0$) магнитное поле на оси x равно

$$H_y(x, y=0) = \frac{H_0 h}{\sqrt{x^2 + h^2}}. \quad (25)$$

При этом спектрально-угловая плотность излучения имеет вид

$$\frac{dN}{(d\lambda/\lambda) d\Omega} = \frac{4\alpha}{\pi^2} \gamma^2 \left(\frac{eH_0 h}{mc^2} \right)^2 \times \frac{(1 + \gamma^2 \theta^2)^2 - 4\gamma^2 \theta^2 \cos^2 \varphi}{(1 - \gamma^2 \theta^2)^4} K_0^2 \left(\frac{u}{2} \right), \quad (26)$$

где $K_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя.

Из (16), (25) видно, что с ростом x магнитное поле однородно-намагниченных шторок спадает быстрее, чем поле шторок с $\mu = \infty$. Соответственно спектрально-угловая плотность излучения (17) при $\lambda \rightarrow 0$ убывает медленнее, чем (26) ($K_0(x \rightarrow \infty) \simeq \sqrt{\pi/2x} e^{-x}$).

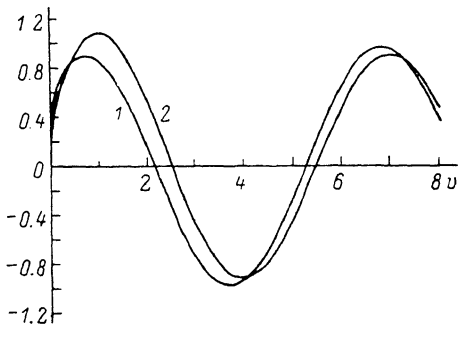


Рис. 3. Графики функции $\Phi(v, k)$ при $k=0.4$ (1), 0.9999 (2).

4. Диагностика пучка синхротрона

Найдем значение пороговой энергии γ_0 , начиная с которой можно проводить диагностику пучка УНК с током 1.4 А с помощью прямоугольных шторок из редкоземельных материалов. В таких магнитах остаточная индукция достигает величины $B_r = 10$ кГс [14]. Минимальный размер апертуры вакуумной камеры первой ступени УНК равен 43 мм, поэтому примем зазор между полюсами шторок 40 мм ($h=2$ см). При оптимальной толщине шторок $d = \lambda \gamma_0^2$ функция $C_1(\pi/2, \delta) \simeq 1$. Как следует из результатов работы [1], пороговая чувствительность приемной аппаратуры, используемой в ЦЕРНе, составляет $\sim 5 \times 10^4$ фотонов/с с $\lambda = 5000 \text{ \AA}$, $d\lambda/\lambda = 0.1$. Для аппаратуры с подобными параметрами из (13) найдем пороговое значение энергии пучка $\gamma_0 \simeq 160$, при этом оптимальная толщина шторок $d = \lambda \gamma_0^2 = 1.28$ см.

Из (12) следует, что при толщине шторок $d = \lambda \gamma_0^2$ и при энергии пучка $\gamma \geq \gamma_0$ практически все излучение с длиной волны λ сосредоточено в интервале углов $\Delta\theta$ вдоль направления движения пучка, где $\Delta\theta$ — минимальная из двух величин: $1/\gamma$, $\sqrt{\lambda/2\pi h}$, а максимум спектрально-угловой плотности излучения расположен под углом $\theta=0$. Такое пространственное распределение излучения не меняется с изменением энергии пучка γ , $\gamma \geq \gamma_0$ (увеличение γ приводит только к росту спектральной плотности излучения). В этом электромагнитное излучение на шторках отличается от ондуляторного излучения, где фотоны с длиной волны λ в основном генерируются под углом θ к направлению движения частицы: $1(1 + \gamma^2 \theta^2) = 2\lambda \gamma^2$, l — длина периода ондулятора [4].

Отметим, что спектральная плотность излучения при $d = \lambda \gamma_0^2$ слабо меняется при относительно небольших изменениях d . Так, уменьшение толщины шторок от $d = \lambda \gamma_0^2$ до $d = 2/\pi \cdot \lambda \gamma_0^2$ (оптимальная толщина шторок с $\mu = \infty$) приведет к уменьшению спектрально-угловой плотности излучения (с длиной волны λ) на нулевой угол на $\sim 30\%$. Уменьшение зазора между полюсами шторок в 2 раза приведет к снижению пороговой энергии γ_0 в $\sqrt{2}$ раз.

На рис. 4 приведены графики зависимости числа фотонов dN/dt с длиной волны $\lambda = 5000 \text{ \AA}$, излученных пучком УНК на прямоугольных шторках в полный телесный угол за 1 с в интервале длин волн $d\lambda/\lambda = 0.1$, от энергии пучка γ .

Толщина шторок $d=1$ см, зазор между полюсами $2h=4$ см. Для однородно-намагниченных шторок (кривая 1) остаточная индукция $B_r=10$ кГс. При этом амплитуда магнитного поля на оси x равна $H_y(0, 0) \simeq 1.56$ кГс. Поэтому для шторок с $\mu=\infty$ (кривая 2) амплитуда магнитного поля на оси x взята $H_0=1.56$ кГс. Там же приведены соответствующая мощность краевого излучения на спаде магнитного поля диполя второй ступени УНЧ [10] (кривая 3) и мощность синхротронного излучения в УНЧ (радиус орбиты пучка в диполе 2003.6 м, горизонтальный угол наблюдения излучения 5 мрад) (кривая 4).

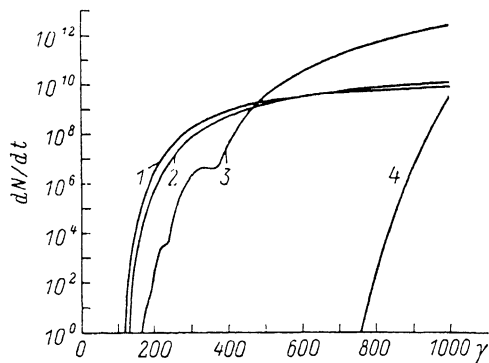


Рис. 4. Число фотонов, излученных пучком УНЧ.

краев шторок, при этом разрешающая способность равна $\sqrt{d\lambda}$ [11]. Аналогично разрешающая способность ондуляторного излучения равна $\sqrt{\lambda L}$, где L — длина ондулятора. При $L \simeq 1$ м, $h=2$ см, $d=1$ см разрешающая способность ондуляторного излучения примерно в 3 раза хуже, чем в случае излучения на шторках. С другой стороны, ондулятор с числом периодов M по существу представляет собой магнитную систему, состоящую из последовательно расположенных (с периодом l) $2M$ магнитных шторок. Поэтому спектральная плотность ондуляторного излучения в полный телесный угол (с длиной волны $\lambda=L/2\gamma^2$) примерно в $2M$ раз больше соответствующей плотности излучения на шторках.

В заключение автор выражает искреннюю благодарность В. И. Балбекову и Г. Г. Гурову за плодотворные обсуждения работы и замечания.

Приложение

Спектральная функция $\Phi(v, k)$ (см. (23)) равна

$$\Phi(v, k) = \left(\frac{16}{3}\right)^{1/6} \frac{k^{1/2} y^{2/3}}{\Gamma(2/3)} (I_1 \cos v + I_2),$$

$$I_1 = \int_0^{\infty} \frac{\tau d\tau}{1+\tau^2} \exp\left(-y \int_0^{\tau} \sqrt{4k+t^2(1+k)^2(1+t^2)^{-3/2}} t^2 dt\right),$$

$$I_2 = \int_0^y \frac{\tau d\tau}{1+\tau^2} \cos\left(v - y \int_0^{\tau} \sqrt{4k-t^2(1-k)^2(1+t^2)^{-3/2}} t^2 dt\right),$$

$$y = v/2 (K(k) - E(k)), \quad v = \sqrt{2k'(1-k)}.$$

Асимптотическое разложение для $\Phi(v, k)$ при $y \gg 1$ имеет вид

$$\Phi_{ac}(v, k) = \cos\left(v - \frac{\pi}{6}\right) - g v^{-2/3} \cos\left(v + \frac{\pi}{6}\right),$$

где

$$g = \frac{3^{2/3} \Gamma(4/3)}{10 \Gamma(2/3)} \left(\frac{K(k) - E(k)}{k^2}\right)^{2/3} (1+k^2).$$

Численный анализ показывает, что при $\pi h \sqrt{k/\lambda_1^2} \geq 1$ равенство $\Phi(r, k) \simeq \Phi_{20}(v, k)$ выполняется с хорошей точностью.

Литература

- [1] *Bossart R., Bosser J., Burnod L. et al.* Nucl. Instr. Meth., 1981, v. 184, N 2—3. p. 349—357.
- [2] *Bosser J., Burnod L., Coisson R. et al.* IEEE Trans. Nucl. Sci., 1983, v. NS-30, N 4, p. 2164—2166.
- [3] *Méot F.* Preprint CERN/SPS/81-21 (ABM). Geneve, 1981. 80 p.
- [4] *Алферов Д. Ф., Башмаков Ю. А., Бессонов Е. Г.* Тр. ФИАН СССР, 1975, т. 80, с. 100—124.
- [5] *Scandale W.* Preprint CERN/SPS/DI(MST)/80-8. Geneve, 1980. 4 p.
- [6] *Coisson R.* Opt. Commun., 1977, v. 22, N 2, p. 135—137.
- [7] *Coisson R.* Phys. Rev. A, 1979, v. 20, N 2, p. 524—528.
- [8] *Михалев В. Л., Рзаев Р. А.* Препринт ИФВЭ 80-174. Серпухов, 1980. 16 с.
- [9] *Бессонов Е. Г.* ЖТФ, 1983, т. 53, № 7, с. 1368—1371.
- [10] *Смоляков Н. В.* ЖТФ, 1986, т. 56, № 7, с. 1262—1268.
- [11] *Смоляков Н. В.* ЖТФ, 1985, т. 55, № 3, с. 488—496.
- [12] *Vagrov V. G., Nikitin M. M., Ternov I. M. et al.* Nucl. Instr. Meth., 1983, v. 208, N 1—3, p. 167—169.
- [13] *Дерягин А. В.* УФН, 1976, т. 120, № 3, с. 393—437.
- [14] *Материалы в приборостроении и автоматике. Справочник / Под ред. Пятин Ю. М.* 2-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1982. 528 с.
- [15] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. 6-е изд., испр. и доп. М.: Наука, 1973. 504 с.
- [16] *Halbach K.* Nucl. Instr. Meth., 1981, v. 187, N 1, p. 109—117.
- [17] *Алферов Д. Ф., Башмаков Ю. А., Бессонов Е. Г.* ЖТФ, 1978, т. 48, № 8, с. 1592—1606.
- [18] *Курбатов П. А., Ариччи С. А.* Численный расчет электромагнитных полей. М.: Энергоатомиздат, 1984. 168 с.
- [19] *Справочник по специальным функциям / Под ред. Абрамовица М. и Стиган И. М.* Наука, 1979. 832 с.

Поступило в Редакцию
30 октября 1986 г.
В окончательной редакции
17 марта 1987 г.