

Оптическая ширина запрещенной зоны GaAs в мегагауссных магнитных полях

© В.Я. Алешкин, Н.В. Закревский

Институт физики микроструктур Российской академии наук,
603950 Нижний Новгород, Россия

E-mail: aleshkin@ipm.sci-nnov.ru

(Поступила в Редакцию 31 июля 2006 г.)

Рассчитана ширина запрещенной зоны GaAs в магнитных полях до 10 MG в рамках пятизонной kr -модели. Найдены правила отбора для межзонных переходов электронов в сильных магнитных полях и вычислены зависимости вероятностей межзонных переходов от магнитного поля. Проведено сопоставление результатов расчетов электронных спектров в рамках пятизонной модели, модели Кейна и в приближении сильной связи. Показано, что проведенные расчеты согласуются с экспериментальными результатами при учете влияния „хвостов“ плотности состояний и экситонных эффектов на поглощение света.

Работа выполнена при поддержке МНТЦ (грант № 2293).

PACS: 78.20.Ls, 78.66.Fd

1. Введение

Исследования полупроводников в магнитных полях позволяют определять параметры электронной зонной структуры. Как правило, в таких экспериментах удается определить эффективные массы электрона в зоне проводимости, параметры Латтинджера для валентной зоны и величины g -фактора для электронов и дырок. Все эти величины являются функциями энергии электрона. В слабых магнитных полях можно измерить значения этих функций, соответствующие краям зон, поскольку циклотронная энергия много меньше ширины зон. В последние десять-пятнадцать лет предпринимались попытки исследовать свойства полупроводников в магнитных полях мегагауссной величины. Это позволяет измерять параметры электронного и дырочного спектра как функции электронной энергии. Обычно в мегагауссных полях измеряется либо зависимость коэффициента прохождения света на фиксированной длине волны от величины магнитного поля [1], либо циклотронное поглощение электронами или дырками (циклотронный резонанс) [2]. Однако экспериментальные работы в этой области еще малочисленны, и пока даже зависимость оптической ширины запрещенной зоны от магнитного поля в прямозонных полупроводниках A_3B_5 является мало исследованной в мегагауссных магнитных полях.

Настоящая работа посвящена теоретическому описанию электронного и дырочного спектров в GaAs в магнитных полях до нескольких мегагаусс. Отметим, что в поле величиной 1 MG магнитная длина $\bar{\lambda} = \sqrt{c\hbar/eH}$ составляет около 2.6 nm, что почти в 4 раза превосходит постоянную решетки GaAs (0.565 nm). Это обстоятельство позволяет проводить описание движения электрона в полупроводнике, находящемся в магнитном поле, в приближении огибающей волновой функции до полей в несколько мегагаусс. Однако для корректного описания движения электрона необходимо учитывать несколько

зон, что обусловлено большой величиной циклотронной энергии электрона в мегагауссных полях.

2. Модель 14×14

Рассмотрим кристалл GaAs, помещенный в магнитное поле, направленное вдоль кристаллографической оси [001]. Поскольку циклотронная энергия электрона в мегагауссных магнитных полях составляет доли электрон-вольта, для корректного описания движения электрона необходимо принять во внимание взаимодействие состояний зоны проводимости как с вышележащими зонами, так и с валентными зонами. В работе [3] для описания анизотропии g -фактора в зоне проводимости GaAs была предложена пятизонная модель. Такая же модель использовалась в работах [4,5]. Мы будем использовать ее для описания электронного спектра в зоне проводимости и валентной зоне в мегагауссных магнитных полях. В этой модели разложение волновой функции ведется по состояниям двух валентных зон Γ_{8v} (зона тяжелых и легких дырок), Γ_{7v} (зона спин-отщепленных дырок), состояниям зоны проводимости Γ_{6c} и состояниям вышележащих зон Γ_{7c} и Γ_{8c} (рис. 1). С учетом спина электрона гамильтониан в этой модели является матрицей 14×14 .

Значения энергии электронов и дырок являются собственными значениями уравнения Шредингера

$$\hat{H}\psi = E\psi. \quad (1)$$

Матрица гамильтониана состоит из блоков, описывающих отдельно каждую из пяти зон и их взаимодействие [3]:

$$H = \begin{pmatrix} H_{8c8c} & H_{8c7c} & H_{8c6c} & H_{8c8v} & H_{8c7v} \\ H_{7c8c} & H_{7c7c} & H_{7c6c} & H_{7c8v} & H_{7c7v} \\ H_{6c8c} & H_{6c7c} & H_{6c6c} & H_{6c8v} & H_{6c7v} \\ H_{8v8c} & H_{8v7c} & H_{8v6c} & H_{8v8v} & H_{8v7v} \\ H_{7v8c} & H_{7v7c} & H_{7v6c} & H_{7v8v} & H_{7v7v} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Выражения для блоков гамильтониана (2), а также базисные волновые функции, описывающие учитываемые в модели зоны, приведены в Приложении.

В определении гамильтониана использованы следующие константы зонной структуры:

$$E_0 = E(\Gamma_{6c}) - E(\Gamma_{8v}), \quad E'_0 = E(\Gamma_{7c}) - E(\Gamma_{8v}),$$

$$\Delta_0 = E(\Gamma_{8v}) - E(\Gamma_{7v}), \quad \Delta'_0 = E(\Gamma_{8c}) - E(\Gamma_{7c}).$$

Параметр Δ^- обусловлен спин-орбитальным взаимодействием между состояниями $\Gamma_{8v} + \Gamma_{7v}$ и $\Gamma_{8c} + \Gamma_{7c}$; m_0P/\hbar , m_0Q/\hbar , m_0P'/\hbar — матричные элементы оператора импульса между состояниями Γ_{6c} и $\Gamma_{8v} + \Gamma_{7v}$; $\Gamma_{8v} + \Gamma_{7v}$ и $\Gamma_{8c} + \Gamma_{7c}$; Γ_{6c} и $\Gamma_{8c} + \Gamma_{7c}$ соответственно,

$$\begin{aligned} P &= \frac{\hbar}{m_0} \langle S(\Gamma_{6c}) | p_x | X_v \rangle = \frac{\hbar}{m_0} \langle S(\Gamma_{6c}) | p_y | Y_v \rangle \\ &= \frac{\hbar}{m_0} \langle S(\Gamma_{6c}) | p_z | Z_v \rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P' &= \frac{\hbar}{m_0} \langle S(\Gamma_{6c}) | p_x | X_c \rangle = \frac{\hbar}{m_0} \langle S(\Gamma_{6c}) | p_y | Y_c \rangle \\ &= \frac{\hbar}{m_0} \langle S(\Gamma_{6c}) | p_z | Z_c \rangle, \end{aligned}$$

$$Q = \frac{\hbar}{m_0} \langle X_v | p_y | Z_c \rangle = \frac{\hbar}{m_0} \langle Y_v | p_z | X_c \rangle = \frac{\hbar}{m_0} \langle Z_v | p_x | Y_c \rangle,$$

где X_c , Y_c , Z_c составляют базисные функции зон Γ_{8c} и Γ_{7c} ; X_v , Y_v , Z_v — базисные функции зон Γ_{8v} и Γ_{7v} (см. таблицу).

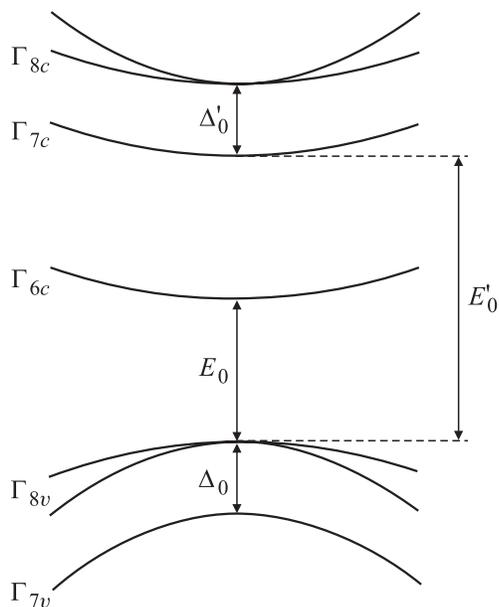


Рис. 1. Расположение электронных зон, принимаемых в рассмотрение в пятизонной модели, для GaAs.

Базисные волновые функции (α и β — спиновые части волновых функций, соответствующие z -проекции спина $+1/2$ и $-1/2$)

Γ_{8c}	$\frac{1}{\sqrt{2}} (X_c + iY_c)\alpha$ $\frac{1}{\sqrt{6}} [(X_c + iY_c)\beta - 2Z_c\alpha]$ $-\frac{1}{\sqrt{6}} [(X_c - iY_c)\alpha + 2Z_c\beta]$ $-\frac{1}{\sqrt{2}} (X_c - iY_c)\beta$
Γ_{7c}	$\frac{1}{\sqrt{3}} [(X_c + iY_c)\beta + Z_c\alpha]$ $-\frac{1}{\sqrt{3}} [-(X_c - iY_c)\alpha + Z_c\beta]$
Γ_{6c}	$S\alpha$ $S\beta$
Γ_{8v}	$\frac{1}{\sqrt{2}} (X_v + iY_v)\alpha$ $\frac{1}{\sqrt{6}} [(X_v + iY_v)\beta - 2Z_v\alpha]$ $-\frac{1}{\sqrt{6}} [(X_v - iY_v)\alpha + 2Z_v\beta]$ $-\frac{1}{\sqrt{2}} (X_v - iY_v)\beta$
Γ_{7v}	$\frac{1}{\sqrt{3}} [(X_v + iY_v)\beta + Z_v\alpha]$ $-\frac{1}{\sqrt{3}} [-(X_v - iY_v)\alpha + Z_v\beta]$

Отметим, что включение в рассмотрение состояний Γ_{6c} , $\Gamma_{8c} + \Gamma_{7c}$ приводит к необходимости перенормировки констант Латтинджера [3]

$$\gamma'_1 = \gamma_1^L - \frac{2}{3} \frac{m_0}{\hbar^2} \left(\frac{P^2}{E_0} + \frac{Q^2}{E'_0 + \Delta'_0} + \frac{Q^2}{E'_0} \right), \quad (3)$$

$$\gamma'_2 = \gamma_2^L - \frac{1}{3} \frac{m_0}{\hbar^2} \left(\frac{P^2}{E_0} - \frac{Q^2}{E'_0} \right), \quad (4)$$

$$\gamma'_3 = \gamma_3^L - \frac{1}{3} \frac{m_0}{\hbar^2} \left(\frac{P^2}{E_0} + \frac{Q^2}{E'_0} \right), \quad (5)$$

$$k'_1 = k^L - \frac{1}{3} \frac{m_0}{\hbar^2} \left(\frac{P^2}{E_0} - \frac{2}{3} \frac{Q^2}{E'_0 + \Delta'_0} - \frac{1}{3} \frac{Q^2}{E'_0} \right) + \frac{1}{3}, \quad (6)$$

где m_0 — масса свободного электрона.

Аналогично явный учет состояний Γ_{8c} , Γ_{7c} приводит к перенормировке констант C_r и C'_r [3]

$$\begin{aligned} C_r &= C - \frac{8}{9} \frac{m_0}{\hbar^2} \Delta^- P P' \\ &\times \left(\frac{1}{E_0(E_0 - E'_0 - \Delta'_0)} - \frac{1}{(E_0 + \Delta_0)(E_0 - E'_0)} \right), \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C'_r &= C' + \frac{4}{9} \frac{m_0}{\hbar^2} \Delta^- P P' \\ &\times \left(\frac{1}{E_0(E_0 - E'_0 - \Delta'_0)} + \frac{2}{(E_0 + \Delta_0)(E_0 - E'_0)} \right). \quad (8) \end{aligned}$$

Параметры для GaAs были взяты из [3]

$$E_0 = 1.424 \text{ eV}, \quad \gamma_1^L = 6.85, \quad C = -1.878,$$

$$\Delta_0 = 0.341 \text{ eV}, \quad \gamma_2^L = 2.10, \quad C' = -0.021,$$

$$E'_0 = 4.488 \text{ eV}, \quad \gamma_3^L = 2.90, \quad P = 10.493 \text{ eV} \cdot \text{Å},$$

$$\Delta'_0 = 0.171 \text{ eV}, \quad k^L = 1.20, \quad P' = i 4.780 \text{ eV} \cdot \text{Å},$$

$$\Delta^- = -i 0.050 \text{ eV}, \quad q = 0.04, \quad Q = 8.165 \text{ eV} \cdot \text{Å}.$$

Отметим, что использование параметра $C'_r = -0.107$, получающегося из (8), и значения $C' = -0.021$ приводит к немонотонной зависимости g -фактора электронов на нулевом уровне Ландау от магнитного поля, что противоречит эксперименту [2,5]. Поэтому мы использовали значение $C'_r = 0.029$, которое соответствует наблюдаемой и рассчитанной [2,5] зависимости g -фактора от магнитного поля.

Полученный гамильтониан удобно выражать через операторы рождения и уничтожения, которые в калибровке Ландау ($A_x = -H_z y \equiv -Hy$, $A_y = A_z = 0$) имеют вид [6]

$$a = \left(\frac{\hbar c}{eH} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{2}} (k_x - ik_y),$$

$$a^+ = \left(\frac{\hbar c}{eH} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{2}} (k_x + ik_y), \quad \xi = \left(\frac{\hbar c}{eH} \right)^{1/2} k_z,$$

где

$$\begin{aligned} k_x &= -i \frac{\partial}{\partial x} + \frac{e}{\hbar c} A_x, \\ k_y &= -i \frac{\partial}{\partial y}, \\ k_z &= -i \frac{\partial}{\partial z}. \end{aligned} \quad (9)$$

Операторы k_x и k_y удовлетворяют следующему коммутационному соотношению:

$$[k_x, k_y] = i \frac{e}{\hbar c} \frac{\partial A_x}{\partial y} = -i \frac{eH}{\hbar c} = -\frac{i}{\lambda^2}. \quad (10)$$

Используя (10), можно найти коммутатор a и a^+

$$[a, a^+] = \lambda^2 i [k_x, k_y] = 1. \quad (11)$$

Решения уравнения (1) находим путем разложения элементов столбца ψ в ряд по функциям гармонического

осциллятора f_i ($i = 0, 1, 2, \dots$) [7]

$$\psi = \sum_{m=0}^{\infty} \begin{pmatrix} C_m^1 f_{n-3+2m} F_1 \\ C_m^2 f_{n-2+2m} F_2 \\ C_m^3 f_{n-1+2m} F_3 \\ C_m^4 f_{n+2m} F_4 \\ C_m^5 f_{n-2+2m} F_5 \\ C_m^6 f_{n-1+2m} F_6 \\ C_m^7 f_{n-2+2m} F_7 \\ C_m^8 f_{n-1+2m} F_8 \\ C_m^9 f_{n-3+2m} F_9 \\ C_m^{10} f_{n-2+2m} F_{10} \\ C_m^{11} f_{n-1+2m} F_{11} \\ C_m^{12} f_{n+2m} F_{12} \\ C_m^{13} f_{n-2+2m} F_{13} \\ C_m^{14} f_{n-1+2m} F_{14} \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$n = 0, 1$; F_j — базисная функция, соответствующая j -й строке.

При этом искомые значения энергии получаются путем диагонализации числовой матрицы

$$D_{jn'j'n'} \equiv \int f_n^* H_{jj'} f_{n'} dV, \quad (13)$$

где $H_{jj'}$ — элемент матрицы (2).

Операторы рождения и уничтожения действуют на функцию гармонического осциллятора следующим образом:

$$a^+ f_n = \sqrt{n+1} f_{n+1}, \quad a f_n = \sqrt{n} f_{n-1}, \quad a f_0 = 0.$$

Если в (13) $n' < 0$, то $D_{jn'j'n'} = 0$.

Если вместо суммы (12) использовать бесконечно длинный столбец, в котором первые четырнадцать строк соответствуют $m = 0$, вторые четырнадцать строк $m = 1$ и т.д., то гамильтониан можно представить в виде бесконечной блочной матрицы. Элементы этой матрицы — блоки 14×14 . В блочном представлении матрица гамильтониана пятидиагональна (при ориентации поля \mathbf{B} вдоль [001]). Отличны от нуля диагональные блоки и четыре линии недиагональных блоков (по две с каждой стороны от диагонали). Одна из недиагональных линий связывает m с $m + 2$, а другая — m с $m + 4$.

Таким образом, в матрице D взаимодействуют между собой только те блоки, у которых номера функций осциллятора, составляющих столбец в сумме (12), различаются на величину, кратную 2. При этом одну половину уровней энергии системы можно получить, если в (12) положить $n = 0$, а другую, если положить $n = 1$. Причина этого состоит в симметрии гамильтониана по отношению к повороту на 180° вокруг оси z .

Точное решение получается, если ряд (12) бесконечен. В численных расчетах он обрывался на некотором члене с номером m_{\max} , который определяется заданной точностью. Поскольку сумму (12) можно представить как

столбец, для получения всех значений энергии дырок и электронов необходимо диагонализировать две матрицы размером $14m_{\max} \times 14m_{\max}$ ($n = 0$ и 1).

3. Результаты расчета спектров электронов и дырок в GaAs в магнитном поле

Энергии находились путем численной диагонализации матрицы размером 280×280 ($m_{\max} = 20$). Дальнейшее увеличение размера матрицы нецелесообразно, так как при увеличении m_{\max} в 2 раза результат изменяется приблизительно на 10^{-8} eV в сильных полях.

На рис. 2 показаны зависимости от магнитного поля энергий трех уровней Ландау электронов ($n_L = 0, 1, 2$) в зоне проводимости. Штриховыми линиями показаны энергии электронов с проекцией спина на ось z , равной $-1/2$, сплошными — с проекцией $1/2$. Там же показаны нулевые уровни Ландау легких и тяжелых дырок с проекциями моментов $\pm 3/2$ и $\pm 1/2$. Видно, что в малых полях энергия нулевого уровня Ландау легких дырок с проекцией момента $1/2$ меньше по величине энергии нулевого уровня Ландау тяжелых дырок проекцией момента $3/2$. Отметим, что номер уровня Ландау n_L не является хорошим квантовым числом в данной модели. Однако он удобен для классификации состояний. Будем полагать, что номер уровня Ландау равен индексу функции гармонического осциллятора, при которой сосредоточен основной вес волновой функции (12). Так, например, основной вес волновой функции нулевого

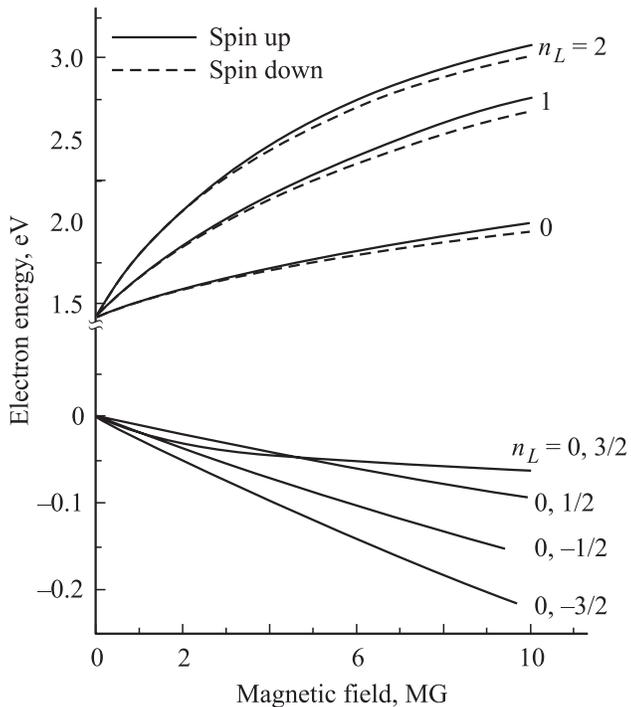


Рис. 2. Рассчитанные зависимости энергий уровней Ландау от магнитного поля в зоне проводимости и валентной зоне.

уровня Ландау электронов с проекцией спина $+1/2$ сосредоточен в седьмой строке второго слагаемого суммы (12) с $n = 0$: $n_L = n - 2 + 2m = 0 - 2 + 2 \cdot 1 = 0$.

Каждый рассчитанный уровень характеризуется также числом n , с которого начинается нумерация собственных функций гармонического осциллятора в волновой функции (12).

4. Правила отбора для дипольных переходов

Для определения зависимости оптической ширины запрещенной зоны от магнитного поля необходимо проанализировать возможные дипольные переходы электронов между состояниями валентной зоны и зоны проводимости.

Пусть на образец GaAs, помещенный во внешнее магнитное поле, падает циркулярно поляризованная световая волна, распространяющаяся вдоль направления магнитного поля (конфигурация Фарадея), с векторным потенциалом

$$\mathbf{A}(r, t) = \mathbf{A} \exp i(\mathbf{kr} - \omega t). \quad (14)$$

Электрическое поле световой волны выражается через векторный потенциал следующим образом:

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \frac{i\omega}{c} \mathbf{A}. \quad (15)$$

Волновые функции начального и конечного состояний равны

$$|i\rangle = \sum_{m'=0}^{\infty} \begin{pmatrix} C_{im'}^1 f_{n'-3+2m'} F_1 \\ C_{im'}^2 f_{n'-2+2m'} F_2 \\ C_{im'}^3 f_{n'-1+2m'} F_3 \\ C_{im'}^4 f_{n'+2m'} F_4 \\ C_{im'}^5 f_{n'-2+2m'} F_5 \\ C_{im'}^6 f_{n'-1+2m'} F_6 \\ C_{im'}^7 f_{n'-2+2m'} F_7 \\ C_{im'}^8 f_{n'-1+2m'} F_8 \\ C_{im'}^9 f_{n'-3+2m'} F_9 \\ C_{im'}^{10} f_{n'-2+2m'} F_{10} \\ C_{im'}^{11} f_{n'-1+2m'} F_{11} \\ C_{im'}^{12} f_{n'+2m'} F_{12} \\ C_{im'}^{13} f_{n'-2+2m'} F_{13} \\ C_{im'}^{14} f_{n'-1+2m'} F_{14} \end{pmatrix}, \quad |f\rangle = \sum_{m=0}^{\infty} \begin{pmatrix} C_{fm}^1 f_{n-3+2m} F_1 \\ C_{fm}^2 f_{n-2+2m} F_2 \\ C_{fm}^3 f_{n-1+2m} F_3 \\ C_{fm}^4 f_{n+2m} F_4 \\ C_{fm}^5 f_{n-2+2m} F_5 \\ C_{fm}^6 f_{n-1+2m} F_6 \\ C_{fm}^7 f_{n-2+2m} F_7 \\ C_{fm}^8 f_{n-1+2m} F_8 \\ C_{fm}^9 f_{n-3+2m} F_9 \\ C_{fm}^{10} f_{n-2+2m} F_{10} \\ C_{fm}^{11} f_{n-1+2m} F_{11} \\ C_{fm}^{12} f_{n+2m} F_{12} \\ C_{fm}^{13} f_{n-2+2m} F_{13} \\ C_{fm}^{14} f_{n-1+2m} F_{14} \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Оператор возмущения, связанный с действием световой волны, имеет вид [8]

$$\hat{H}' = \frac{e}{m_0 c} \mathbf{A} \hat{\mathbf{p}} + \frac{e^2}{m_0 c^2} \mathbf{A} \mathbf{A}^0, \quad (17)$$

где e — заряд электрона, c — скорость света, \mathbf{A}^0 — векторный потенциал внешнего постоянного магнитного поля.

Используя известную связь между матричными элементами операторов импульса и координаты для свободного электрона, можно показать, что отношение матричных элементов для межзонного перехода первого и второго слагаемого (17) составляет величину порядка отношения ширины запрещенной зоны к циклотронной энергии свободного электрона $E_g/\hbar\omega_c$. В поле $B = 10$ MG циклотронная энергия свободного электрона равна $\hbar\omega_c = 0.113$ eV, и отношение составляет величину порядка 10^{-1} . Таким образом, вкладом второго слагаемого (17) в матричный элемент перехода можно пренебречь, так как даже в сильных полях он на порядок меньше вклада первого слагаемого.

Следовательно, \hat{H}' можно записать в виде

$$\hat{H}'_{\pm} = -\frac{ie}{m_0\omega} \mathbf{E}\hat{\mathbf{p}} = -\frac{eE_0}{m_0\omega} (p_x \pm ip_y) \exp i(\mathbf{kr} - \omega t). \quad (18)$$

В (18) знаки плюс и минус соответствуют различным круговым поляризациям света. Выражения для матричных элементов операторов \hat{H}'_+ и \hat{H}'_- между функциями начального и конечного состояний можно получить, используя (16) и явные выражения для базисных функций F (см. таблицу)

$$\langle f|\hat{H}'_{\pm}|i\rangle = -\frac{eE_0}{\hbar\omega} D_{\pm},$$

где

$$\begin{aligned} D_+ = & \sqrt{\frac{2}{3}} P' \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} (-C_{fm}^7 C_{im'}^3 \delta_{n-2+2m, n'-1+2m'}) \\ & + \sqrt{2} C_{fm}^7 C_{im'}^6 \delta_{n-2+2m, n'-1+2m'} \\ & - \sqrt{3} C_{fm}^8 C_{im'}^4 \delta_{n-1+2m, n'+2m'} \\ & - C_{fm}^3 C_{im'}^7 \delta_{n-2+2m, n'-1+2m'} \\ & + \sqrt{2} C_{fm}^6 C_{im'}^7 \delta_{n-2+2m, n'-1+2m'} \\ & - \sqrt{3} C_{fm}^4 C_{im'}^8 \delta_{n-1+2m, n'+2m'}) \\ & + \sqrt{\frac{2}{3}} P \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} (-C_{fm}^7 C_{im'}^{11} \delta_{n-2+2m, n'-1+2m'}) \\ & + \sqrt{2} C_{fm}^7 C_{im'}^{14} \delta_{n-2+2m, n'-1+2m'} \\ & - \sqrt{3} C_{fm}^8 C_{im'}^{12} \delta_{n-1+2m, n'+2m'} \\ & - C_{fm}^{11} C_{im'}^7 \delta_{n-2+2m, n'-1+2m'} \\ & + \sqrt{2} C_{fm}^{14} C_{im'}^7 \delta_{n-2+2m, n'-1+2m'} \\ & - \sqrt{3} C_{fm}^{12} C_{im'}^8 \delta_{n-1+2m, n'+2m'}), \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} D_- = & \sqrt{\frac{2}{3}} P' \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} (C_{fm}^8 C_{im'}^2 \delta_{n-1+2m, n'-2+2m'}) \\ & + \sqrt{2} C_{fm}^8 C_{im'}^5 \delta_{n-1+2m, n'-2+2m'} \\ & + \sqrt{3} C_{fm}^7 C_{im'}^1 \delta_{n-2+2m, n'-3+2m'} \\ & + C_{fm}^2 C_{im'}^8 \delta_{n-1+2m, n'-2+2m'} \\ & + \sqrt{2} C_{fm}^5 C_{im'}^8 \delta_{n-1+2m, n'-2+2m'} \\ & + \sqrt{3} C_{fm}^4 C_{im'}^7 \delta_{n-2+2m, n'-3+2m'}) \\ & + \sqrt{\frac{2}{3}} P \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} (C_{fm}^8 C_{im'}^{10} \delta_{n-1+2m, n'-2+2m'}) \\ & + \sqrt{2} C_{fm}^8 C_{im'}^{13} \delta_{n-1+2m, n'-2+2m'} \\ & + \sqrt{3} C_{fm}^7 C_{im'}^9 \delta_{n-2+2m, n'-3+2m'} \\ & + C_{fm}^{10} C_{im'}^8 \delta_{n-1+2m, n'-2+2m'} \\ & + \sqrt{2} C_{fm}^{13} C_{im'}^8 \delta_{n-1+2m, n'-2+2m'} \\ & + \sqrt{3} C_{fm}^9 C_{im'}^7 \delta_{n-2+2m, n'-3+2m'}). \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь δ — символ Кронекера; n характеризует волновую функцию конечного состояния, n' — волновую функцию начального состояния.

С учетом того, что n может принимать два значения ($n = 0$ и 1), из (19) и (20) легко получить следующее правило отбора:

$$n = n' \pm 1. \quad (21)$$

Для обеих круговых поляризаций света разрешены переходы с изменением числа n на ± 1 . При этом в матричные элементы переходов с уменьшением и увеличением n (при одинаковой поляризации света) вносят вклад произведения разных слагаемых волновых функций начального и конечного состояний (16).

Следует отметить, что в изотропной модели 8×8 (в которой не учитываются зоны Γ_{7c} , Γ_{8c} и пренебрегается анизотропией закона дисперсии электрона, т.е. $\gamma'_2 = \gamma'_3$) получаются более строгие правила отбора, которые отражают закон сохранения проекции момента импульса на направление внешнего магнитного поля

$$L_z \text{ photon} = 1 \rightarrow n = n' + 1,$$

$$L_z \text{ photon} = -1 \rightarrow n = n' - 1,$$

где L_z — проекция момента импульса фотона на ось z , измеренная в единицах \hbar . Отметим, что в этой модели в выражении для волновой функции отсутствует суммирование по m , а n может принимать любые целые неотрицательные значения.

В анизотропном случае (модель 14×14) L_z не сохраняется, и все переходы, разрешенные в изотропной моде-

ли для одной циркулярной поляризации света, становятся разрешенными для обеих поляризааций $L_z \text{ photon} = \pm 1$, что и отражают правила отбора (21). Кроме того, в модели 14×14 число n принимает только два значения, и все уровни энергии характеризуются либо $n = 0$, либо $n = 1$. При этом с одного уровня валентной зоны разрешен переход на множество уровней зоны проводимости.

На рис. 3 показана зависимость от магнитного поля отношения $|D_{\pm}|^2/P^2$, характеризующего амплитуду перехода, для разрешенных в изотропной модели переходов с нулевых уровней Ландау дырок на нулевые уровни Ландау электронов. Сплошными линиями показаны зависимости, полученные в модели 14×14 , штриховыми — полученные в изотропной модели 8×8 . В слабых полях амплитуда переходов с уровня тяжелых дырок с $L_z = -3/2$ на уровень электронов с $S_z = -1/2$ и с уровня легких дырок с $L_z = 1/2$ на уровень электронов с $S_z = -1/2$ максимальна. Это связано с тем, что в слабом магнитном поле практически не происходит смешивания состояний, т. е. основной вес волновой функции сосредоточен в одном состоянии (один коэффициент C_m^j в (16) практически равен единице, остальные C на несколько порядков меньше). В (19) и (20) слагаемое с произведением $C_{im}^j C_{fm}^{j'} \sim 1$ и определяет элемент перехода в слабых полях. С ростом поля вес волновой функции „размывается“ по всем входящим в нее состояниям. При этом доля состояния с максимальным весом уменьшается, доля остальных состояний увеличивается. Это приводит к уменьшению амплитуды перехода с ростом поля.

Однако амплитуда перехода с уровня тяжелых дырок с проекцией момента $3/2$ на уровень электронов с проекцией спина $1/2$ ведет себя немонотонно с ростом поля. Это связано с тем, что состояние тяжелых дырок с проекцией момента $3/2$ смешивается с состоянием легких дырок с $L_z = 1/2$ даже в слабых полях. Вклад легких дырок с $L_z = 1/2$ в это состояние меньше вклада тяжелых дырок лишь на 30%, т. е. основной вес волновой функции сосредоточен в двух состояниях, одно из которых не вносит вклада в элемент перехода. При увеличении поля до 1 MG доля тяжелых дырок с $L_z = 3/2$ в состоянии валентной зоны растет за счет уменьшения доли легких дырок с $L_z = 1/2$, что приводит к увеличению амплитуды перехода (рис. 3). При дальнейшем росте поля доли тяжелых и легких дырок ($L_z = 3/2$, $L_z = 1/2$) уменьшаются вследствие увеличения доли остальных состояний, и амплитуда перехода уменьшается.

Отметим, что в полях свыше 1 MG вероятности переходов с нулевых уровней Ландау дырок на первые уровни Ландау электронов примерно на три порядка меньше, чем вероятности перехода с этих дырочных уровней на нулевые уровни Ландау. Для переходов между нулевыми уровнями Ландау при поглощении фотона с циркулярной поляризацией, при которой нарушается закон сохранения проекции момента импульса

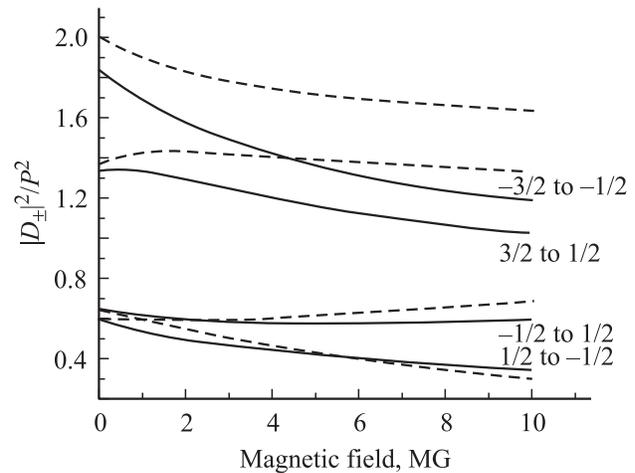


Рис. 3. Рассчитанная зависимость отношения $|D_{\pm}|^2/P^2$ от магнитного поля для разрешенных в изотропной модели переходов.

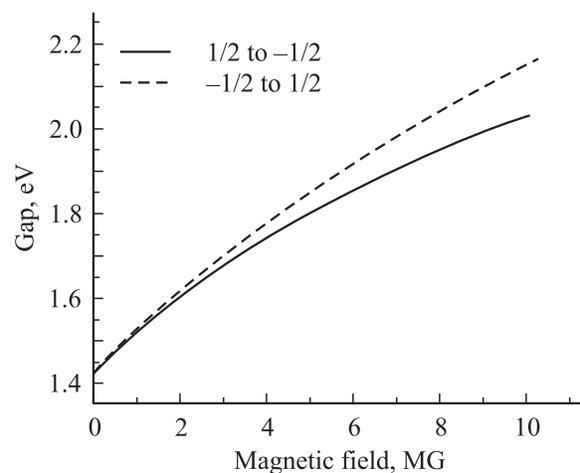


Рис. 4. Рассчитанные зависимости ширины запрещенной зоны GaAs от магнитного поля для двух циркулярных поляризааций. Сплошная линия соответствует проекции момента импульса фотона $L_z = -1$, штриховая — $L_z = 1$.

на ось z , отношение $|D_{\pm}|^2/P^2$ составляет величину порядка $10^{-15} - 10^{-30}$, т. е. практически равно нулю. Таким образом, учет анизотропии приводит лишь к формальному разрешению этих переходов. Фактически между нулевыми уровнями Ландау электронов и дырок разрешены переходы с сохранением L_z . При этом существуют два края поглощения: для левой поляризации света и для правой (рис. 4). Из рис. 4 видно, что в сильных магнитных полях гиротропия в GaAs становится заметной. Минимальная энергия перехода соответствует поляризации света, в которой $L_z \text{ photon} = -1$, когда электрон переходит с уровня легких дырок ($L_z = 1/2$) на уровень электронов с проекцией спина на ось z , равной $-1/2$.

5. Учет экситонных состояний

Кроме межзонных переходов могут также происходить переходы в экситонные состояния. Энергия таких переходов меньше энергии межзонных переходов между нулевыми уровнями Ландау на величину энергии связи экситона. Таким образом, именно переходы с образованием экситона определяют край поглощения.

Энергия связи экситона вычислялась по приближенной формуле, которая получается из выражения для основного состояния атома водорода в сильном магнитном поле [9],

$$E_0 = \frac{2\mu e^4}{\hbar^2 \varepsilon^2} \ln^2 \frac{a_B}{\lambda}, \quad (22)$$

где μ — приведенная эффективная масса, которая определялась из рассчитанных циклотронных энергий электрона и дырки, ε — диэлектрическая проницаемость GaAs, $a_B = \hbar^2 \varepsilon / \mu e^2 \approx 10$ nm — боровский радиус экситона, $\lambda = \sqrt{c\hbar/eH}$ — магнитная длина.

Для применения формулы (22) необходимо, чтобы $\ln(a_B/\lambda)$ был велик. Таким образом, формула справедлива для оценки в сильных полях (при $B = 1$ MG $\lambda = 2.6$ nm).

В магнитном поле эффективные массы электронов и дырок анизотропны (масса при движении вдоль магнитного поля не равна массе при движении в поперечной плоскости). Эффективные массы электронов и дырок вдоль направления магнитного поля находились численно и сравнивались с циклотронными массами. Оказалось, что циклотронная масса электрона практически равна эффективной массе вдоль направления магнитного поля. Поскольку эффективная масса дырок существенно больше таковой для электронов, при вычислении энергии связи экситона мы положили эффективную массу дырок равной бесконечности, а для электронной массы использовали значение циклотронной массы на нулевых уровнях Ландау в зоне проводимости. На рис. 5 показана

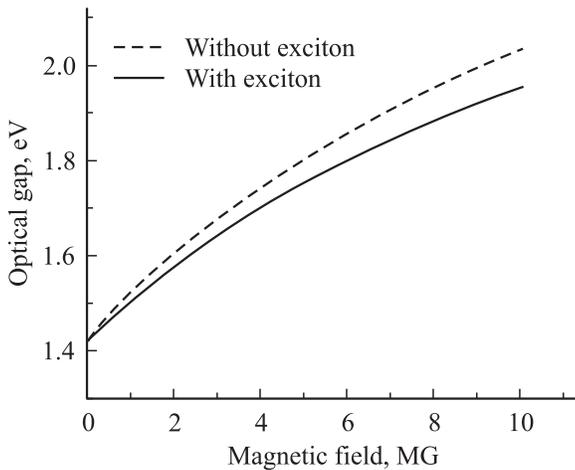


Рис. 5. Зависимость ширины запрещенной зоны GaAs для фотона с $L_z = -1$ (штриховая линия) и энергии экситонного перехода (сплошная линия) от магнитного поля.

зависимость края поглощения от поля с учетом и без учета экситонных эффектов.

6. Сравнение с моделью Кейна

Интересно оценить поправку к энергиям электронов и дырок, которую дает учет влияния зон Γ_{7c} и Γ_{8c} . Для этого можно сравнить результаты расчета спектра с таковыми в модели Кейна, в которой явно не учитываются состояния Γ_{7c} и Γ_{8c} [10–12]. В этой модели гамильтониан представляет собой матрицу 8×8 , поскольку в нее входят состояния зоны проводимости и двух валентных зон. В этом случае матрица гамильтониана содержит только блоки, описывающие взаимодействие указанных трех зон:

$$H = \begin{pmatrix} H_{6c6c} & H_{6c8v} & H_{6c7v} \\ H_{8v6c} & H_{8v8v} & H_{8v7v} \\ H_{7v6c} & H_{7v8v} & H_{7v7v} \end{pmatrix}. \quad (23)$$

В базисе, приведенном в таблице (три последние строки), эти блоки имеют такой же вид, как в модели 14×14 . Различаются лишь константы, определяющие эффективные массы и g -фактор электронов и дырок,

$$H_{7v7v} = -\Delta_0 - (\hbar^2/2m)\gamma_1 k^2 - k''\mu_B(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}),$$

$$H_{6c8v} = \sqrt{3}P(T_x k_x + \text{c. p.}),$$

$$H_{6c7v} = -(1/\sqrt{3})P\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k},$$

$$H_{6c6c} = E_0 + (\hbar^2/2m)k^2 - \frac{1}{4}g_s\mu_B(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}), \quad g_s = -1.573,$$

$$H_{8v8v} = -(\hbar^2/2m)\left\{\gamma_1 k^2 - 2\gamma_2\left[\left(J_x^2 - \frac{1}{3}J^2\right)k_x^2 + \text{c. p.}\right] - 4\gamma_3[\{J_x J_y\}\{k_x k_y\} + \text{c. p.}]\right\} - 2\mu_B\{(k''J_x + qJ_x^3)B_x + \text{c. p.}\},$$

$$H_{8v7v} = (\hbar^2/2m)\left[6\gamma_2(U_{xx}k_x^2 + \text{c. p.}) + 12\gamma_3(U_{xy}\{k_x k_y\} + \text{c. p.})\right] - 3\mu_B k''(U_x B_x + \text{c. p.}).$$

Константы γ_1 , γ_2 , γ_3 , k'' связаны с параметрами Латтинджера следующим образом:

$$\gamma_1 = \gamma_1^L - \frac{2}{3} \frac{m}{\hbar^2} \frac{P^2}{E_0}, \quad (24)$$

$$\gamma_2 = \gamma_2^L - \frac{1}{3} \frac{m}{\hbar^2} \frac{P^2}{E_0}, \quad (25)$$

$$\gamma_3 = \gamma_3^L - \frac{1}{3} \frac{m}{\hbar^2} \frac{P^2}{E_0}, \quad (26)$$

$$k'' = k^L - \frac{1}{3} \frac{m}{\hbar^2} \frac{P^2}{E_0}. \quad (27)$$

Волновая функция аналогично раскладывается в ряд по собственным функциям гармонического осциллятора

$$\psi = \sum_{m=0}^{\infty} \begin{pmatrix} C_m^1 f_{n-2+4m} F_1 \\ C_m^2 f_{n-1+4m} F_2 \\ C_m^3 f_{n-3+4m} F_3 \\ C_m^4 f_{n-2+4m} F_4 \\ C_m^5 f_{n-1+4m} F_5 \\ C_m^6 f_{n+4m} F_6 \\ C_m^7 f_{n-2+4m} F_7 \\ C_m^8 f_{n-1+4m} F_8 \end{pmatrix}, \quad n = 0, 1, 2, 3. \quad (28)$$

В модели 8×8 при ориентации \mathbf{B} вдоль $[001]$ в матрице D взаимодействуют между собой блоки, у которых n различается на величину, кратную 4. Это является следствием симметрии гамильтониана по отношению к повороту на 90° вокруг оси z .

При $k_z = 0$ (магнитное поле параллельно оси z) гамильтониан 8×8 разбивается на две матрицы 4×4 . Одной из них описывается состояние электрона в зоне проводимости со спином вверх, другой — со спином вниз. В этом случае для нахождения энергии электронов и дырок необходимо диагонализировать две матрицы размером $4m_{\max} \times 4m_{\max}$ (при каждом n). Причина этого состоит в симметрии гамильтониана с $k_z = 0$ по отношению к отражению в плоскости z .

На рис. 6 приведены разности энергий нулевых уровней электронов (линии 1, 2) и дырок (линии 3, 4), рассчитанных в модели 8×8 и 14×14 . Из этого рисунка видно, что в полях до 3 MG поправка к энергиям ближайших к запрещенной зоне состояний, обусловленная влиянием зон Γ_{7c} и Γ_{8c} , не превышает 5 meV. В поле 10 MG эта поправка не превышает 40 meV для электронов и 10 meV для дырок.

В работе [13] уровни Ландау электронов в зоне проводимости рассчитывались методом сильной связи. Для двух нулевых уровней Ландау этот расчет дает при $B = 10$ MG энергию, примерно на 20% меньшую, чем расчет в рамках модели 14×14 . С другой стороны, метод сильной связи дает аномально большое спиновое расщепление нижнего уровня Ландау начиная с самых малых полей, что противоречит экспериментальным данным. Поэтому мы полагаем, что модель 14×14 более адекватно описывает электроны в зоне проводимости, чем приближение сильной связи.

Отметим, что недостатком моделей 14×14 и 8×8 является то, что параметры Латтинджера в них учтены как постоянные, а не как функции энергии электрона. Значения этих функций экспериментально определяются для энергий, соответствующей потолку валентной зоны, и поэтому некорректно их использовать для расчета спектров электронов в зоне проводимости. Однако слагаемые, содержащие параметры Латтинджера,

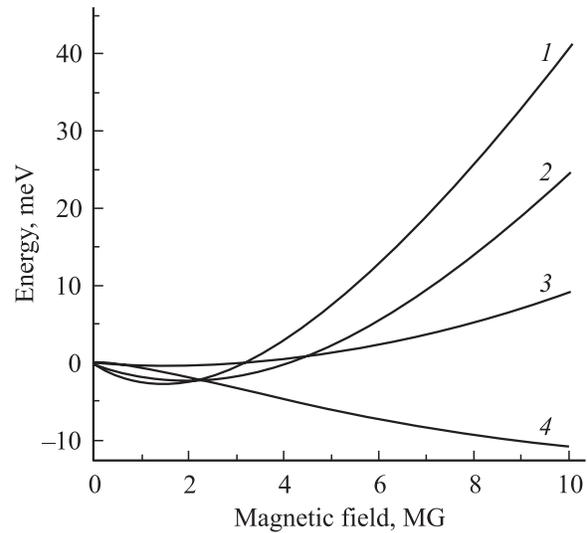


Рис. 6. Разности энергий, рассчитанных в модели 8×8 и 14×14 . Линия 1 соответствует разности энергий нулевого уровня Ландау со спином $-1/2$ в зоне проводимости, 2 — разности энергий нулевого уровня Ландау со спином $1/2$ в зоне проводимости, 3 — разности энергий нулевого уровня Ландау со спином $1/2$ в валентной зоне, 4 — разности энергий нулевого уровня Ландау со спином $3/2$ в валентной зоне.

вносят малый вклад в энергию электронов. Можно показать, что удаление из гамильтониана этих членов (они пропорциональны квадрату волнового вектора) изменяет энергию нижних уровней Ландау на величину не более 13 meV в поле 10 MG и на величину не более 2 meV в поле 2 MG. Таким образом, несмотря на некорректный учет параметров Латтинджера, модель 14×14 является адекватной для полей в несколько мегагаусс.

7. Сравнение с экспериментом

В работе [1] был проведен эксперимент по изучению межзонного поглощения в GaAs в сильном магнитном поле. Было получено, что на длине волны $0.63 \mu\text{m}$ ($\hbar\omega = 1.968$ eV) тонкий образец GaAs становится прозрачным в магнитном поле 4.3 MG. Однако из рис. 5 видно, что рассчитанная оптическая ширина запрещенной зоны (с учетом экситонных состояний) становится большей 1.95 eV лишь в полях порядка 10 MG, что позволяет сделать вывод об ошибочности результата работы [1]. Результаты расчетов позволяют понять, почему это просветление не удалось обнаружить в последующих экспериментах.

В 2005 г. в ВИИЭФ проводились подобные эксперименты на длине волны излучения $0.82 \mu\text{m}$, что соответствует значительно меньшей энергии кванта 1.512 eV. На рис. 7 представлена зависимость сигнала пропускания от магнитного поля для образца GaAs толщиной $300 \mu\text{m}$, измеренная при комнатной температуре [14]. Видно,

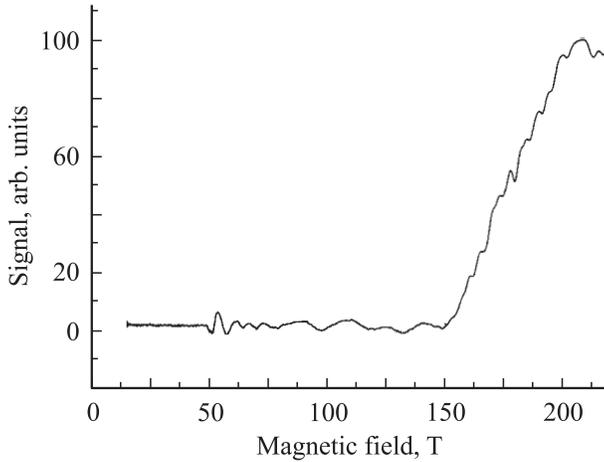


Рис. 7. Зависимость сигнала пропускания от магнитного поля [14]. Длина волны света $0.82 \mu\text{m}$, толщина образца GaAs $300 \mu\text{m}$.

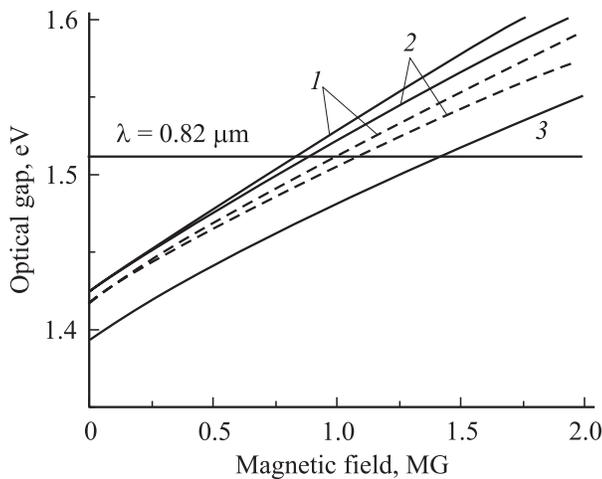


Рис. 8. Рассчитанная в рамках модели 14×14 зависимость ширины запрещенной зоны GaAs от магнитного поля. Линии 1, 2 соответствуют поляризациям фотона с моментами $L_z = -1$ и 1 (штриховые линии отвечают энергиям экситонных переходов). Линия 3 — ширина запрещенной зоны с учетом экситонных эффектов и хвоста плотности состояний при поглощении фотона с $L_z = 1$.

что просветление образца происходит в поле, чуть большем 1.5 MG .

Однако расчеты показывают, что просветление GaAs для излучения с такой длиной волны происходит в поле с индукцией, примерно равной 1 MG . Это несоответствие можно объяснить тем, что при комнатной температуре спад коэффициента поглощения при уменьшении энергии квантов света происходит плавно, что приводит к эффективному уменьшению оптической ширины запрещенной зоны [15], т.е. при некоторых энергиях света, меньших ширины запрещенной зоны, образец еще будет оставаться непрозрачным. Это свя-

зано с существованием „хвостов“ плотности состояний валентной зоны и зоны проводимости в запрещенной зоне, обусловленных тепловыми колебаниями решетки и примесями. В результате этого просветление образца, исследованного в эксперименте (толщиной $300 \mu\text{m}$), в нулевом магнитном поле происходило при энергии фотона не 1.424 eV , а 1.4 eV . Следовательно, из-за хвоста плотности состояний происходит сдвиг края просветления приблизительно на 24 meV .

На рис. 8 показана рассчитанная зависимость края межзонного поглощения GaAs от магнитного поля. В расчете сдвиг края поглощения из-за хвоста плотности состояний полагался равным 24 meV независимо от величины магнитного поля. Линии 1 и 2 соответствуют двум разным круговым поляризациям излучения. Сплошные линии отвечают расстояниям между соответствующими верхним уровнем Ландау дырок и нижним уровнем Ландау электронов (без учета экситонных эффектов), штриховые — с учетом экситонных эффектов. Линия 3 — граница просветления подложки GaAs толщиной $300 \mu\text{m}$ с учетом хвоста плотности состояний в запрещенной зоне. Горизонтальная линия соответствует энергии квантов излучения с длиной волны $0.82 \mu\text{m}$, которая использовалась в экспериментах по магнитопротеканию. Видно, что если учесть сдвиг края поглощения из-за хвоста плотности состояний, то просветление образца должно начинаться в поле с индукцией, примерно равной 1.46 MG , что неплохо согласуется с экспериментальными данными.

8. Заключение

Перечислим основные результаты настоящей работы. С использованием пятизонной $\mathbf{k}\mathbf{p}$ -модели 14×14 рассчитаны спектры электронов и дырок в GaAs в мегагауссных магнитных полях. Учтено влияние экситонных эффектов в поглощении. Проведен анализ правил отбора для межзонных переходов в сильных магнитных полях и вычислены зависимости вероятностей межзонных переходов от магнитного поля. Показано, что в мегагауссных полях имеется ярко выраженная гиротропия, т.е. оптическая ширина запрещенной зоны различна для разных циркулярных поляризаций света. Проведено сравнение результатов расчетов, полученных в рамках используемой нами пятизонной модели, в рамках трехзонной $\mathbf{k}\mathbf{p}$ -модели (модель Кейна) и в приближении сильной связи. Показано, что проведенные расчеты могут описывать эксперимент, если принять во внимание влияние хвостов плотности состояний на коэффициент поглощения.

Авторы благодарят В.И. Гавриленко за многочисленные обсуждения данной работы.

Приложение

Блоки, составляющие матрицу (2), имеют вид

$$H_{8c8c} = E'_0 + \Delta'_0,$$

$$H_{7c7c} = E'_0,$$

$$H_{6c6c} = E_0 + (1 + C_r)(\hbar^2/2m)k^2 - \frac{1}{2}g_0(1 + C'_r)\mu_B(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}),$$

$$H_{8v8v} = -(\hbar^2/2m)\left\{\gamma'_1 k^2 - 2\gamma'_2 \left[\left(J_x^2 - \frac{1}{3}J^2\right)k_x^2 + \text{c.p.}\right] - 4\gamma'_3 [\{J_x J_y\}\{k_x k_y\} + \text{c.p.}]\right\}$$

$$- \mu_B \left\{ \left[\left(2k' + \frac{1}{3}g_0\right)J_x + 2qJ_x^3 \right] B_x + \text{c.p.} \right\},$$

$$H_{7v7v} = -\Delta_0 - (\hbar^2/2m)\gamma'_1 k^2 - \left(k' - \frac{1}{6}g_0\right)\mu_B(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}),$$

$$H_{8c7c} = 0,$$

$$H_{8c6c} = -\sqrt{3}P'(U_x k_x + \text{c.p.}),$$

$$H_{8c8v} = -\frac{2}{3}Q(\{J_y J_z\}k_x + \text{c.p.}) + \frac{1}{3}\Delta^-,$$

$$H_{8c7v} = -2Q(U_{yz}k_z + \text{c.p.}),$$

$$H_{7c6c} = (1/\sqrt{3})P'\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k},$$

$$H_{7c8v} = -2Q(T_{yz}k_z + \text{c.p.}),$$

$$H_{7c7v} = -\frac{2}{3}\Delta^-,$$

$$H_{6c8v} = \sqrt{3}P(T_x k_x + \text{c.p.}),$$

$$H_{6c7v} = -(1/\sqrt{3})P\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k},$$

$$H_{8v7v} = (\hbar^2/2m)\left[6\gamma'_2(U_{xx}k_x^2 + \text{c.p.})\right]$$

$$+ 12\gamma'_3(U_{xy}\{k_x k_y\} + \text{c.p.}) - \mu_B(3k' - g_0)(U_x B_x + \text{c.p.}),$$

где $J^2 = J_x^2 + J_y^2 + J_z^2$; $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$; $\{ab\} = (ab + ba)/2$ — симметризованное произведение; c.p. означает циклическую перестановку индексов; $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ — матрицы Паули [9].

Матрицы $T_\alpha, U_\alpha, J_\alpha$ определены следующим образом [12]:

$$T_x = \frac{1}{3\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -\sqrt{3} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \sqrt{3} \end{pmatrix},$$

$$T_y = \frac{-i}{3\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{3} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \sqrt{3} \end{pmatrix},$$

$$T_z = \frac{\sqrt{2}}{3} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$T_{xx} = \frac{1}{3\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$T_{yy} = \frac{1}{3\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$T_{zz} = \frac{\sqrt{2}}{3} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$T_{yz} = \frac{i}{2\sqrt{6}} \begin{pmatrix} -1 & 0 & -\sqrt{3} & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$T_{zx} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \begin{pmatrix} -1 & 0 & \sqrt{3} & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$T_{xy} = \frac{i}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$[U_i]_{mm'} = [T_i]_{m'm}^*,$$

$$J_x = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \end{pmatrix},$$

$$J_y = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{i\sqrt{3}}{2} & 0 & 0 \\ \frac{i\sqrt{3}}{2} & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & -\frac{i\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 0 & \frac{i\sqrt{3}}{2} & 0 \end{pmatrix},$$

$$J_z = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix},$$

Отметим, что в работе [12] в определениях T_{xx} были допущены опечатки.

Список литературы

- [1] А.И. Павловский, В.В. Дружинин, О.М. Таценко, Н.П. Колокольчиков, А.И. Быков, М.И. Долотенко. Письма в ЖЭТФ **40**, 108 (1984); N. Miura, Y.H. Matsuda, K. Uchida, H. Arimoto. J. Phys.: Cond. Matter **11**, 5917 (1999).
- [2] N. Miura, H. Nojiri, P. Pfeffer, W. Zawadzki. Phys. Rev. B **55**, 13 598 (1997).
- [3] H. Mayer, U. Rossler. Phys. Rev. B **44**, 9048 (1991).
- [4] P. Pfeffer, W. Zawadzki. Phys. Rev. B **41**, 1561 (1990).
- [5] P. Pfeffer, W. Zawadzki. Phys. Rev. B **53**, 12 813 (1996).
- [6] J.M. Luttinger. Phys. Rev. **102**, 1030 (1956).

- [7] М.В. Якунин. ФТП **19**, 384 (1985).
- [8] А.И. Ансельм. Введение в теорию полупроводников. Наука, М. (1978). 437 с.
- [9] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Т. 3. Квантовая механика. Наука, М. (1989). 537 с.
- [10] E.O. Kane. J. Phys. Chem. Sol. **1**, 249 (1957).
- [11] C.R. Pidgeon, R.N. Brown. Phys. Rev. **146**, 575 (1966).
- [12] H.-R. Trebin, U. Rossler, R. Ranvaud. Phys. Rev. B **20**, 686 (1979).
- [13] C. Strahberger, P. Vogl. Proc. 10th Int. Conf. on Megagauss Magnetic Field Generation and Related Topics / Ed. M. von Ortenberg. Humboldt University, Berlin (2004). P. 240.
- [14] V.I. Gavrilenko, V.Ya. Aleshkin, D.V. Kozlov, S.V. Morozov, N.V. Zakrevskii, B.N. Zvonkov, A.V. Filippov, I.M. Markevtsev, A.N. Moiseenko, V.V. Platonov, V.D. Selemir, O.M. Tatsenko, S. Hansel, M. von Ortenberg. Proc. 14th Int. Symp. „Nanostructures: Physics and Technology“. Ioffe Institute, St. Petersburg, (2006). P. 166.
- [15] M.D. Sturge. Phys. Rev. **127**, 768 (1962).