

ЭНЕРГИЯ И ШИРИНА ПРИМЕСНОГО УРОВНЯ  
ВБЛИЗИ ГЕТЕРОГРАНИЦЫ

Иванов М. Г., Меркулов И. А., Эфрос Ал. Л.

Рассмотрено влияние резкой гетерограницы на положение и ширину донорных и акцепторных центров в полупроводниках типа GaAs. Получены асимптотические выражения, справедливые, когда расстояние от центра до гетерограницы превосходит радиус связанного состояния. Анализируются различия между кулоновскими центрами и центрами, описываемыми потенциалом «нулевого» радиуса.

В последние годы интенсивно исследуется энергетический спектр примесных уровней вблизи резких гетерограниц. Это связано с участием таких состояний в люминесценции квантовых ям [1-3] и одиночных гетеропереходов [4]. Если примесь находится в широкозонной стороне гетерограницы, то существенным оказывается время перезарядки, связанное с возможностью туннельного ухода носителя с квазисвязанного состояния в состояния сплошного спектра узкозонной части гетероперехода [5].

В то же время в литературе имеются результаты лишь численных расчетов положения уровня [6], а приведенные в [7, 8] формулы для времени туннелирования дают очень грубую оценку его величины.

В настоящей работе приводятся результаты аналитических расчетов сдвига энергии примесных уровней и их уширения, связанного с влиянием резкой гетерограницы. Вычисления проведены как для донорных центров, расположенных вблизи дна простой зоны проводимости, так и для описываемых потенциалом нулевого радиуса акцепторов вблизи вершины вырожденной валентной зоны. В обоих случаях рассматривается ситуация, когда расстояние между резкой гетерограницей и центром превышает боровский радиус уровня.

1. *Донорный центр.* Рассмотрим кулоновский притягивающий центр вблизи резкого скачка потенциала высотой (глубиной)  $V_0$  (рис. 1, а, б). Гамильтониан электрона на таком центре имеет вид

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} - \frac{e^2}{\epsilon r} + V(z). \quad (1)$$

Здесь  $V(z)=0$  при  $z < L$  и  $V(z)=V_0$  при  $z > L$ ,  $\hat{p} = -i\hbar\nabla$  — оператор импульса,  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость,  $m$  и  $e$  — масса и заряд электрона,  $r$  — его радиус-вектор.

Если  $L \rightarrow \infty$ , то вид волновой функции основного состояния этого центра хорошо известен [9]:

$$\psi_B = \frac{1}{\sqrt{\pi} a_B^{3/2}} \exp\left(-\frac{r}{a_B}\right), \quad (2)$$

где  $a_B = (\epsilon\hbar^2)/(me^2)$  — боровский радиус состояния с энергией связи  $E_B = -(me^4)/(2\hbar^2\epsilon^2)$ . Наличие барьера на конечном расстоянии приводит к изменению асимптотического поведения этой функции при  $z \rightarrow \infty$  и, как следствие этого, к сдвигу энергии уровня. Более того, если  $V_0 < 0$  и энергия связи уровня  $E_B < -V_0$ , то основное состояние примеси оказывается метастабильным. Возможность туннельного перехода в состояния сплошного спектра (рис. 1, б) приводит к его уширению.

Волновая функция нового основного состояния  $\psi$  должна быть конечной в точке  $r=0$ . Вместе со своей производной она непрерывна на плоскости  $z=L$ . Наконец, если состояние не находится в сплошном спектре, то при  $r \rightarrow \infty$   $\psi$  экспоненциально быстро стремится к нулю. Если же связанное состояние метастабильно, то асимптотика волновой функции при  $z \rightarrow \infty$  должна содержать только расходящуюся волну.

Общий вид волновой функции центра в области  $z < L$  и  $z > L$  нетрудно написать, используя стандартные выражения кулоновских функций через вырожденные гипергеометрические функции  $F$  [9]. Основные затруднения возникают при сшивке этих решений на плоскости  $z=L$ . Однако если  $r < L$  и  $L \gg a_B$ , то такую сшивку легко провести, используя ВКБ приближение.

Вспользуемся тем, что при  $r < L$ ,  $L \gg a_B$  волновая функция основного состояния центра  $\psi$  мало отличается от (2). Тогда в  $\psi$  можно пренебречь вкла-

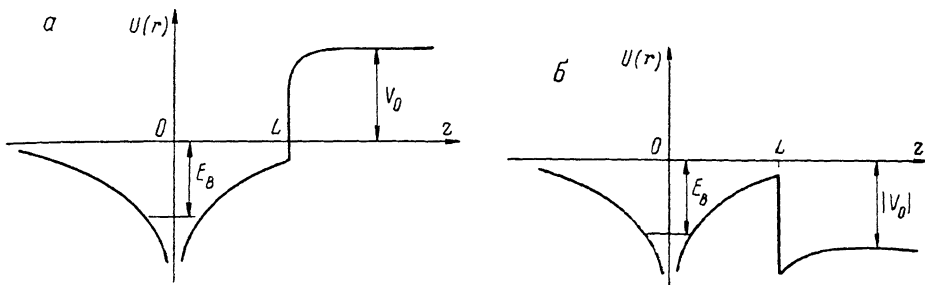


Рис. 1. Вид потенциальной энергии электрона на примесном центре кулоновского типа в окрестности потенциального барьера высоты  $V_0$ .

$$a - V_0 > 0, \quad b - V_0 < 0.$$

дом состояний с орбитальным моментом  $l \neq 0$ , и ее основная  $s$ -компонента имеет вид [9]

$$\psi_s = \frac{1}{\sqrt{\pi} a_B^{3/2}} e^{-\sqrt{1-\Delta} \rho} F\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1-\Delta}}; 2; 2\sqrt{1-\Delta} \rho\right), \quad (3)$$

где использованы обозначения  $\rho = r/a_B$  и  $\Delta = E/E_B + 1$ . Если  $\rho \gg 1$  и  $|\Delta| \ll 1$ , то можно воспользоваться асимптотическим разложением  $F$

$$\psi_s \approx \frac{1}{\sqrt{\pi} a_B^{3/2}} \left( e^{-\rho} + \frac{(2\rho)^{-2}}{\Gamma(-\Delta/2)} e^{\rho} \right), \quad (4)$$

где  $\Gamma(x)$  — гамма-функция.

Нетрудно увидеть, что первое слагаемое в (4) совпадает с квазиклассической функцией частиц, туннелирующих от центра  $\psi_{-s} = \xi e^{-\rho}$ , а второе слагаемое — с ВКБ функцией частиц, туннелирующих на центр  $\psi_{+s} = \eta e^{\rho}$ . В нашем случае такие частицы «возникают» при отражении волны  $\psi_{-s}$  от границы  $z=L$ .

Чтобы найти сдвиг энергии уровня  $\Delta$ , надо определить связь между отношением амплитуд падающей и рассеянной  $s$ -волн

$$f(\Delta) = \frac{1}{(2\rho)^2 \Gamma(-\Delta/2)} = -\frac{\Delta}{8\rho^2} = \frac{\eta}{\xi}, \quad (5)$$

высотой барьера  $V_0$  и его положением  $L$ .<sup>1</sup> Для этого следует продолжить падающую часть квазиклассической функции  $\psi_{-s}$  за пределы сферы  $r=L$  до плоскости  $z=L$ , найти волну, отраженную от этой плоскости, и выделить из нее  $s$ -компоненту ( $\eta e^{\rho}$ ).

Рассмотрим квазиклассические траектории, расположенные под малым углом  $\theta$  к оси  $z$  (рис. 2). Как нетрудно увидеть, значение отраженной квазиклассической волны в точке  $C$  на сфере  $r=L$  отличается от значения падающей волны в точке  $A$  фактором  $Ge^{-(r_{AB}+r_{BC})/a_B}$ , где  $r_{AB}$ ,  $r_{BC}$  — соответственно расстоя-

<sup>1</sup> В (5) мы воспользовались тем обстоятельством, что для малых  $x$   $\Gamma(x) = 1/x$ .

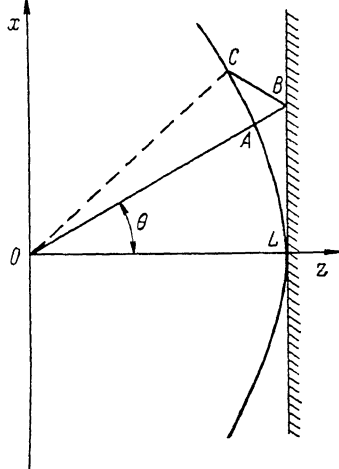
ния между точками  $A$  и  $B$ ,  $B$  и  $C$ , а коэффициент  $G$  в окрестности оси определяет условие отражения на границе [9]:<sup>2</sup>

$$G(V_0) = \frac{\sqrt{E_B} - \sqrt{V_0 + E_B}}{\sqrt{E_B} + \sqrt{V_0 + E_B}}. \quad (6)$$

Таким образом, отраженная квазиклассическая волновая функция на сфере  $r=L$  в окрестности оси  $z$  ( $r_x, r_y \ll r_z$ ) имеет вид

$$\psi_+(\theta, r=L) = \frac{1}{\sqrt{\pi} a_B^{3/2}} G(V_0) e^{-(1+\theta^2)L/a_B}. \quad (7)$$

Для того чтобы выделить из  $\psi_+(\theta)$  ее  $s$ -компоненту, необходимо усреднить  $\psi_+(\theta)$  по полному телесному углу. Тогда амплитуда сходящейся к центру  $s$ -волны определяется соотношением



$$\eta e^{\rho} |_{r=L/a_B} = \frac{\exp(-L/a_B)}{4\sqrt{\pi} a_B L} G(V_0). \quad (8)$$

Подставив (6), (8) в (5) и используя то, что в нашем случае  $\xi = (a_B^3 \pi)^{-1/2}$ , получаем окончательное выражение для энергетического сдвига уровня

$$\delta E_B^{\sim} = E_B \Delta = 2 \left( \frac{L}{a_B} \right) \frac{\sqrt{E_B + V_0} - \sqrt{E_B}}{\sqrt{E_B + V_0} + \sqrt{E_B}} e^{-2L/a_B} E_B. \quad (9)$$

Рис. 2. Отражение волновой функции связанного на центре носителя от потенциального барьера.

На отрезках  $AB$  и  $BC$  используется квазиклассическое описание падающей и отраженной от барьера волн. На сфере  $r=L$  квазиклассическое решение сшивается с  $s$ -компонентой волновой функции примесного центра.

Видно, что если  $V_0 > 0$ , то потенциальный барьер приводит к уменьшению энергии связи частицы на центре, если же  $V_0 < 0$ , то  $\delta E < 0$  и глубина уровня «увеличивается». Однако реальной глубиной уровня в этом случае является не  $E_B$ , а  $E_B - V_0$ . Поэтому если  $V_0 < -E_B$ , то уровень попадает в сплошной спектр состояний свободного движения в области  $z > L$  и становится квазисвязанным, так что  $\delta E$  оказывается комплексным. Используя (9), нетрудно найти время жизни частицы на этом уровне

$$\tau_B = \frac{\hbar}{2 \operatorname{Im}(\delta E)} = \frac{\hbar}{8 E_B} \frac{|V_0|}{\sqrt{E_B} (|V_0| - E_B)} \left( \frac{a_B}{L} \right) e^{2L/a_B}. \quad (10)$$

Это время минимально, если  $V_0 = -2E_B$ , когда энергия связи частицы на центре равна кинетической энергии ее свободного движения в области  $z > L$ .

Заметим, что, оставаясь в рамках использованного приближения ( $L \gg a_B$ ), задачу нетрудно обобщить на случай двух резких гетеропереходов, находящихся по разные стороны от примесного центра. В этом случае энергетические сдвиги и вероятности ухода, обусловленные каждой границей в отдельности, просто складываются.

Рассмотрим теперь донорный центр, описываемый потенциалом нулевого радиуса (потенциалом Луковского [10]). Для такого центра волновая функция при всех отличных от нуля значениях  $r$  описывает свободное движение частицы, а при  $r=0$  удовлетворяет граничному условию

$$\frac{1}{(r\psi)} \frac{\partial (r\psi)}{\partial r} = -\frac{1}{a_0}, \quad (11)$$

<sup>2</sup> Если гетеропереход имеет более сложную форму (например, форму барьера), то выражение (6) надо заменить на соответствующую матрицу рассеяния такого потенциала.

где  $a_0$  — радиус связанного на этом центре состояния, который выражается через энергию связи невозмущенного гетерограницей донора  $E_0$  соотношением  $a_0 = \hbar / \sqrt{2mE_0}$ . При произвольном отрицательном значении энергии удовлетворяющая условию (11)  $z$ -компонента волновой функции имеет вид

$$\psi_s(E) = \frac{Q}{r} \left( e^{-kr} + \frac{ka_0 - 1}{ka_0 + 1} e^{kr} \right), \quad (12)$$

где волновой вектор  $k = \sqrt{2m|E|} / \hbar$ ,  $Q$  — нормировочный коэффициент. Видно, что при  $|E| = E_0$  множитель перед экспоненциально растущей частью решения (12) обращается в нуль, что соответствует связанному состоянию частиц на центре. В этом случае  $Q$  определяется из условия нормировки:  $Q = 1/\sqrt{4\pi a_0}$ .

Проведя вычисления, полностью аналогичные описанным выше, находим поправку к энергии связи, обусловленную наличием резкой гетерограницы,

$$\delta E_0 = \left( \frac{a_0}{L} \right) \frac{\sqrt{E_0 + V_0} - \sqrt{E_0}}{\sqrt{E_0 + V_0} + \sqrt{E_0}} e^{-2L/a_0} E_0. \quad (13)$$

Соответственно время жизни частицы на этом центре при  $V_0 < -E_0$

$$\tau_0 = \frac{\hbar}{4E_0} \frac{|V_0|}{\sqrt{E_0}(|V_0| - E_0)} \left( \frac{L}{a_0} \right) e^{2L/a_0}. \quad (14)$$

Сравнивая (13), (14) с (9), (10), нетрудно увидеть, что резкая гетерограница сильнее влияет на положение кулоновского уровня, хотя эта разница и сводится лишь к степенному фактору  $2(L/a_0)^2$ .

2. *Акцепторный центр, описываемый потенциалом нулевого радиуса.* Аналитический вид волновой функции кулоновского примесного центра вблизи вершины сложной валентной зоны ( $\Gamma_8$ ) до сих пор не найден. Поэтому здесь мы ограничимся лишь анализом простейшей ситуации, когда взаимодействие дырки с центром описывается потенциалом нулевого радиуса.

Общие выражения для волновых функций четырех магнитных подуровней такого акцептора ( $F = 3/2$ ) имеют вид [11]

$$\begin{aligned} \psi_{3/2, \pm 3/2} &= \pm \left( Y_{0,0} R_0 + \frac{1}{\sqrt{5}} Y_{2,0} R_2 \right) \chi_{\pm 3/2} \pm \sqrt{\frac{2}{5}} Y_{2,\pm 1} R_2 \chi_{\pm 1/2} \pm \sqrt{\frac{2}{5}} Y_{2,\pm 2} R_2 \chi_{\mp 1/2}, \\ \psi_{3/2, \pm 1/2} &= \pm \sqrt{\frac{2}{5}} Y_{2,\mp 1} R_2 \chi_{\pm 3/2} + \left( \mp Y_{0,0} R_0 \pm \frac{1}{\sqrt{5}} Y_{2,0} R_2 \right) \chi_{\pm 1/2} \mp \sqrt{\frac{2}{5}} Y_{2,\pm 2} R_2 \chi_{\mp 3/2}, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $Y_{0,0} = 1/\sqrt{4\pi}$ ,  $Y_{2,0} = \sqrt{5/(16\pi)}(1 - 3\cos^2\theta)$ ,  $Y_{2,\pm 1} = \sqrt{15/(8\pi)}\cos\theta\sin\theta e^{\pm i\varphi}$ ,  $Y_{2,\pm 2} = \sqrt{15/32\pi}\sin^2\theta e^{\pm 2i\varphi}$  — собственные функции операторов углового момента  $l=0$  и  $2$ ,  $\chi_{\mu}$  — блоховские функции вершины валентной зоны,  $R_0$  и  $R_2$  — радиальные функции, зависящие только от величины радиуса-вектора дырки  $r$  и являющиеся решением системы двух дифференциальных уравнений второго порядка [11]. В области отрицательных энергий общие выражения для этих функций имеют вид

$$\begin{aligned} R_0 &= -BK_0(kr/\sqrt{\beta}) + DK_0(kr) - \Delta I_0(kr/\sqrt{\beta}) + MI_0(kr), \\ R_2 &= BK_2(kr/\sqrt{\beta}) + DK_2(kr) + \Delta I_2(kr/\sqrt{\beta}) + MI_2(kr). \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь  $\beta = m_l/m_h$  — отношение масс легкой  $m_l$  и тяжелой  $m_h$  дырок;  $k = \sqrt{2m_l|E|}$  — туннельный волновой вектор легкой дырки с энергией  $E$ ;  $K_0$ ,  $K_2$ ,  $I_0$  и  $I_2$  — сферические функции Бесселя мнимого аргумента [12]:

$$\begin{aligned} K_0(x) &= e^{-x}/x, \quad I_0(x) = \text{sh}(x)/x, \quad K_2(x) = e^{-x}(1 + 3x^{-1} + 3x^{-2})/x, \\ I_2(x) &= \text{sh}(x)(3x^{-3} + x^{-1}) - 3\text{ch}(x)x^{-2}. \end{aligned} \quad (17)$$

Как и в случае донорного центра, при  $z \rightarrow 0$  функции  $R_0$  и  $R_2$  удовлетворяют граничным условиям типа (11):

$$\frac{1}{(rR_0)} \frac{\partial (rR_0)}{\partial r} = -\alpha_0, \quad \frac{1}{(rR_2)} \frac{\partial (rR_2)}{\partial r} = -\alpha_2, \quad (18)$$

где  $\alpha_0$  и  $\alpha_2$  в рамках приближения потенциала нулевого радиуса не зависят от энергии  $E$ . Для их определения удобно воспользоваться видом  $R_0$  и  $R_2$  для связанного состояния изолированного центра, когда  $\Lambda = M = 0$ . Тогда

$$\alpha_0 = \frac{1 + \beta^{3/2}}{1 + \beta} \frac{1}{\sqrt{\beta} a_l}, \quad \alpha_2 = 0, \quad (19)$$

где  $a_l = \hbar/\sqrt{2m_l E_0}$  — радиус связанного состояния легкой дырки.

Из (16)—(19) находим связь между коэффициентами  $B$ ,  $D$ ,  $\Lambda$ ,  $M$ :

$$B = -D/\beta^{3/2}, \quad \Lambda - M = \frac{1 + \beta^{3/2}}{\beta^{3/2}} \frac{1 - ka_l}{ka_l} D. \quad (20)$$

В отличие от донорного центра здесь граничные условия при  $r \rightarrow 0$  уже не дают однозначной связи между экспоненциально растущей и падающей асимптотиками волновой функции, а позволяют определить лишь разность коэффициентов  $\Lambda$  и  $M$ . Второе уравнение для них и энергию связанного состояния надо искать с помощью граничных условий при  $r \rightarrow \infty$ . При этом несложно предсказать, что для  $L \gg a_l$  коэффициент  $\Lambda$  при наиболее быстро растущих функциях  $I_0(kr/\sqrt{\beta})$  и  $I_2(kr/\sqrt{\beta})$  оказывается экспоненциально малым по сравнению с  $M$ , так что в (20)  $\Lambda$  можно пренебречь.<sup>3</sup>

Пусть, как и ранее, потенциальная энергия носителя испытывает скачок  $V_0$  на плоскости  $z=L$  и  $(L/a_l) \gg 1$  (рис. 1). Из соображений симметрии очевидно, что такой скачок приведет не только к общему сдвигу акцепторного уровня, но и к частичному снятию его вырождения (подуровни с  $F_z = \pm^{3/2}$  и  $\pm^{1/2}$  остаются попарно вырожденными). Найдем величину сдвига и расщепления.

Для этого заметим, что на больших расстояниях от центра

$$R_0 \approx R_2 \approx R = \frac{1}{\sqrt{Q}} \frac{1}{a_l^{3/2} r} \left[ e^{-kr} + \beta^{-3/2} \frac{ka_l - 1}{ka_l} \text{sh}(kr) \right],$$

$$\psi_{3/2, 3/2} \approx \frac{R}{\sqrt{4\pi}} \sin \theta \left[ \frac{3}{2} \sin \theta \chi_{3/2} + \sqrt{3} \cos \theta e^{i\varphi} \chi_{1/2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta e^{2i\varphi} \chi_{-1/2} \right], \quad (21)$$

$$\psi_{3/2, 1/2} \approx \frac{R}{\sqrt{4\pi}} \left[ \sqrt{3} \sin \theta \cos \theta e^{-i\varphi} \chi_{3/2} - \left( 2 - \frac{3}{2} \sin^2 \theta \right) \chi_{1/2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin^2 \theta e^{2i\varphi} \chi_{-3/2} \right],$$

где  $Q = 1/2 + \int_0^\infty dy [e^{-y} (1 + 3y^{-1} + 3y^{-2}) - 3y^{-2}]^2$  — нормировочный интеграл, причем в окрестности оси  $z$

$$\psi_{3/2, 1/2} \approx -\frac{2R}{\sqrt{4\pi}} \chi_{1/2}, \quad \psi_{3/2, 3/2} \approx 0. \quad (22)$$

Нетрудно увидеть, что функция  $\psi_{3/2, 1/2}$  описывает квазиклассический пучок легких дырок, туннелирующих вдоль оси  $z$  и частично отражающихся от скачка потенциала  $V_0$ . Учитывая, что при нормальном падении такого пучка на плоскую границу отраженная и прошедшая волны также содержат только легкие дырки, и проводя расчеты, совершенно аналогичные вычислениям, приведенным в разделе 1, находим явные выражения для экспоненциально растущей асимптотики  $R_0$

$$R_0^+ = \frac{1}{2\sqrt{Q}} \frac{1}{a_l^{3/2}} \frac{e^{-kL}}{(kL)^2} G(V_0). \quad (23)$$

<sup>3</sup> Здесь мы воспользовались тем, что масса легкой дырки меньше массы тяжелой, т. е.  $\beta \ll 1$ .

Сравнивая это выражение с растущей частью  $R_0$  из (21), находим поправки к энергии подуровней с  $M = \pm 1/2$

$$\delta E_{1/2} = \beta^{3/2} (2a_1/L) G(V_0) e^{-2L/a_1} E_0. \quad (24)$$

Если  $V_0 < -E_0$ , то, как и в случае донорного центра, уровень становится метастабильным с характерным временем жизни

$$\tau_{1/2} = \frac{\hbar}{8E_0\beta^{3/2}} \frac{|V_0|}{\sqrt{E_0} (|V_0| - E_0)} \left(\frac{L}{a_1}\right) e^{2L/a_1}. \quad (25)$$

В рамках рассматриваемого приближения поправка к энергии подуровней с  $M = \pm 3/2$  отсутствует — квазиклассическая часть функции  $\psi_{1/2, \pm 3/2}$  на оси  $z$  обращается в нуль. Основной вклад в квазиклассическую асимптотику этой функции вносят легкие дырки, летящие под углом к оси  $z$ . Однако такой же по порядку величины вклад в ответ дают отброшенные в (21) члены, имеющие дополнительную малость по параметру  $(kr)^{-1}$ . Подробный расчет этих поправок выходит за рамки данного сообщения. Поэтому мы здесь ограничимся лишь порядковой оценкой  $\delta E_{3/2} + \delta E_{1/2}(a_1/L)$ .

Таким образом, выражение для общего сдвига основного состояния акцептора  $\Delta E_a = (\delta E_{1/2} + \delta E_{3/2})/2$  отличается от соответствующей формулы для сдвига донорного уровня (13) малым множителем  $\beta^{3/2}$ . Этот множитель отражает то, что волновая функция акцептора в основном локализована на расстояниях, определяемых боровским радиусом не легкой, а тяжелой дырки.

В заключение отметим, что при  $V_0 < -E_0$ , когда уровни акцептора оказываются метастабильными, различие во времена жизни подуровней  $M = \pm 1/2$  и  $M = \pm 3/2$  ( $\tau_{\pm 1/2} < \tau_{\pm 3/2}$ ) должно привести к выстраиванию спинов, связанных на акцепторах вдоль оси  $z$ .

Авторы благодарны И. Н. Уральцеву и С. А. Филипповой за полезные обсуждения и содействие в работе.

#### Л и т е р а т у р а

- [1] Miller R. G., Gossard A. C., Tsang W. T., Muntanu O. — Phys. Rev. B, 1982, v. 25, N 6, p. 3871—3877.
- [2] Алфёров Ж. И., Копьев П. С., Бер Б. Я., Васильев А. М., Иванов М. Г., Леденцов Н. Н., Мельцер Б. Я., Уральцев И. Н., Яковлев Д. Р. — ФТП, 1985, т. 19, в. 4, с. 715—721.
- [3] Xu Z. Y., Chen Z. G., Teng D., Zhuang W. H., Xu J. I., Zhen B. Z., Liang J. B., Kany M. J. — Surf. Sci., 1986, v. 174, N 1-3, p. 216—220.
- [4] Алфёров Ж. И., Васильев А. М., Копьев П. С., Кочерешко В. П., Уральцев И. Н., Эфрос Ал. Л., Яковлев Д. Р. — Письма ЖЭТФ, 1986, т. 43, в. 9, с. 442—444.
- [5] Копьев П. С., Кочерешко В. П., Уральцев И. Н., Яковлев Д. Р. — Письма ЖЭТФ, 1987, т. 40, в. 2, с. 74—77.
- [6] Bastard G., Brum J. A. — IEEE J. Quant. Electron., 1986, v. QE-22, N 9, p. 1625—1644.
- [7] Bastard G., Brum J. A. — Superlatt. Microstruct., 1987, v. 3, N 1, p. 51—55.
- [8] Priestler G., Allan G., Lanoo M. — Phys. Rev. B, 1984, v. 29, N 6, p. 3408—3411.
- [9] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., 1974. 702 с.
- [10] Lucasky G. — Sol. St. Commun., 1965, v. 3, N 3, p. 299—302.
- [11] Гельмонт Б. Л., Дьяконов М. И. — ФТП, 1971, т. 5, в. 12, с. 2191—2195.
- [12] Абромовитц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М., 1979. 830 с.

Получена 8.07.1987

Принята к печати 21.08.1987

Физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе АН СССР  
Ленинград