УДК 537.611

СВЯЗАННЫЕ СОСТОЯНИЯ ДВУМЕРНЫХ ЭКСИТОНОВ И БИЭКСИТОНОВ НА КУЛОНОВСКОЙ ПРИМЕСИ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А. Б. Дзюбенко

Рассмотрено взаимодействие двумерной (2*D*) электронно-дырочной (*e—h*) системы в сильном квантующем магнитном поле с полем примесей. Найдены энергии низколежащих связанных на кулоновской примеси состояний экситона, трехчастичного *e—h* комплекса и биэкситона на нулевых уровнях Ландау с произвольной ориентацией спинов.

2*D* *e—h* системы в сильном магнитном поле относятся к классу систем с полностью дискретным спектром свободных частиц, и для них можно ожидать интересных проявлений эффектов межчастичных взаимодействий. Это делает 2*D* двухкомпонентные *e—h* системы достаточно привлекательным объектом исследований, особенно в связи с появлением удобных физических реализаций — квантовых ям на границах раздела. С точки зрения теории систем многих частиц ситуация в этой области является достаточно уникальной: в случае симметрии между *e* и *h* компонентами в пренебрежении перемешиванием уровней Ландау (УЛ) энергия многочастичной системы может быть найдена точно при произвольной плотности частиц [1]. При этом точное основное состояние отвечает конденсации невзаимодействующих 2*D* магнитных экситонов в состояние с импульсом $P=0$. Использование операторов вторичного квантования 2*D* магнитных экситонов позволяет непертурбативным методом найти волновую функцию (ВФ) основного и некоторых возбужденных состояний [2].[1] Интересной оказывается возможность почти бездиссипативного потока 2*D* экситонов в скрещенных электрическом и сильном магнитном полях, который в неравновесной ситуации является наблюдаемым. Этот эффект можно рассматривать как аналог квантового эффекта Холла [4] для 2*D* нейтральной двухкомпонентной *e—h* системы [5] (более позднее и весьма близкое рассмотрение см. в [6]).

В настоящей работе мы рассмотрим 2*D* *e—h* систему в сильном магнитном поле, содержащую примесные центры. Энергии связи локализованных на примеси 2*D* *e—h* комплексов, а также характер взаимодействия делокализованных экситонов нулевого импульса с примесной системой представляют интерес как для спектроскопии центров, так и для определения основного состояния (в особенности в связи с возможностью реализации режима бездиссипативного потока экситонов).

При рассмотрении мы будем полагать спектр *e—h* системы простым двухзонным и считать, что ВФ *e* и *h* отвечают движению 2*D* свободных частиц в магнитном поле. Последнее считается сильным в том смысле, что виртуальные переходы частиц между УЛ и в поле примесей, и за счет межчастичных взаимодействий являются малыми. Кроме того, для простоты мы ограничимся рассмотрением ситуации, когда *e* и *h* заполняют лишь свои нулевые УЛ (с произвольной проекцией спина).

---

[1] Другим методом волновая функция основного состояния была получена в работе [3].

1. 2D магнитные экситоны во внешних полях

Взаимодействию $2D$ e—h системы с внешним полем отвечает гамильтониан

$$\hat{V}=\int d^2rV(\mathbf{r})\,(\psi_e^+(\mathbf{r})\,\psi_e(\mathbf{r})-\psi_h^+(\mathbf{r})\,\psi_h(\mathbf{r}))\tag{1}$$

(считаем $V_e(\mathbf{r})=-V_h(\mathbf{r})\equiv V(\mathbf{r})$). В достаточно сильном магнитном поле УЛ остаются хорошо определенными. Тогда гамильтониан $\hat{V}$ можно представить в виде суммы $\hat{V}=\hat{V}_0+\delta\hat{V}$, где $\hat{V}_0$ сохраняет числа частиц на УЛ, $\delta\hat{V}$ отвечает переходам между уровнями (и в некотором смысле является малой добавкой).

Рассмотрим взаимодействие $2D$ магнитных экситонов с полем V. Оператор рождения экситона с импульсом $\mathbf{P}$, образованного e и h на УЛ с номерами соответственно n_1 и n_2, имеет вид [2] (см. также [7], где получены законы дисперсии экситонов $\varepsilon_{n_1n_2}(P)$, а также [8])

$$Q^+_{n_1n_2\mathbf{P}}=N_0^{-1/2}\sum_X\exp(iP_xX)\,b^+_{n_2X-1/2\,P_yr_H^2}\,a^+_{n_1X-1/2\,P_yr_H^2}.\tag{2}$$

Здесь X — x-координата центра циклотронного движения (калибровка $\mathbf{A}=(0,\,Hx,\,0)$), $r_H=(\hbar c/eH)^{1/2}$ — магнитная длина, $N_0=S/2\pi r_H^2$ — макроскопическая кратность вырождения УЛ, S — площадь системы. В дальнейшем операторы экситонов на нулевых УЛ (с $n_1=n_2=0$) обозначаем как $Q^+_\mathbf{P}$.

Как оказывается, вне зависимости от характерного пространственного масштаба поля $V(\mathbf{r})$ в пренебрежении перемешиванием УЛ экситоны нулевого импульса Q_0^+ не взаимодействуют с полем V

$$[Q_0^+,\,\hat{V}_0]=0.\tag{3}$$

Как следствие, матричные элементы $\hat{V}$, связывающие экситонные состояния на одном и том же УЛ с $\mathbf{P}=0$ и $\mathbf{P}\neq0$, отсутствуют

$$\langle 0|\,Q_\mathbf{P}\hat{V}Q_0^+\,|0\rangle=0.$$

Это позволяет исследовать поправки к энергии связи экситона нулевого импульса в поле V по теории возмущений. При этом, очевидно, взаимодействия e и h с полем V могут быть не малы по сравнению с их межчастичным взаимодействием. Первая неисчезающая поправка появляется во втором порядке и имеет вид

$$\delta E_0=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_\mathbf{P}\left\{\frac{|\langle 0|\,Q_{n0\mathbf{P}}\hat{V}Q_0^+\,|0\rangle|^2}{\varepsilon_{00}(0)-\varepsilon_{n0}(P)}+\frac{|\langle 0|\,Q_{0n\mathbf{P}}\hat{V}Q_0^+\,|0\rangle|^2}{\varepsilon_{00}(0)-\varepsilon_{0n}(P)}\right\}.\tag{4}$$

Матричный элемент, отвечающий виртуальным переходам e на УЛ с номером n, дается выражением

$$\langle 0|\,Q_{n0\mathbf{P}}\hat{V}Q_0^+\,|0\rangle=S^{-1}\tilde{V}(\mathbf{P})\,s_{n0}(\mathbf{P}),\tag{5}$$

$$s_{n0}(\mathbf{P})=\left(\frac{2^n}{n!}\right)^{1/2}\left[\frac{iP_x-P_y}{2}\,r_H\right]^n\exp\left\{-\frac{1}{2}\,P^2r_H^2\right\},\tag{6}$$

$\tilde{V}(\mathbf{P})$ — Фурье-образ потенциала $V(\mathbf{r})$. С точностью $E_0/\hbar\omega_c\ll1$ энергетические знаменатели в (4) могут быть заменены на $n\hbar\omega_{ce}$, $n\hbar\omega_{ch}$ соответственно. Здесь $\omega_{ci}=eH/m_ic$ — циклотронные частоты, $E_0=(\pi/2)^{1/2}\times\times e^2/\epsilon r_H\sim H^{1/2}$ — энергия связи экситона нулевого импульса (для чисто кулоновского взаимодействия e и h) [7].

Рассмотрим кулоновскую примесь для определенности с зарядом $e>0$, чему отвечает $\tilde{V}(q)=-2\pi e^2/\epsilon q$. В этом случае (4) дает $\delta E_0=$ $=(-\pi/3)\,N_0^{-1}E_0^2/\hbar\omega_c^*$, где $1/\omega_c^*=1/\omega_{ce}+1/\omega_{ch}$. Отметим, что вклад переходов на n-й УЛ $\sim n^{-2}$, т. е. достаточно быстро убывает с ростом n.

Если в системе имеется конечная плотность хаотически распределенных δ-коррелированных кулоновских центров n_{imp} (см^{-2}), то, как нетрудно показать, поправка к энергии экситона при $S \to \infty$ оказывается конечной и равной [2]

$$\delta E_0 = -2\pi r_H^2 n_{imp} \frac{\pi}{3} \frac{E_0^2}{\hbar\omega_c^*} \sim n_{imp} H^{-1}. \tag{7}$$

Однако основное состояние «делокализованного» экситона нулевого импульса в поле кулоновской примеси становится неустойчивым (и теория возмущений в этом случае неприменима). Действительно, при изотропном потенциале взаимодействия с примесью $V(r)$, связанным состояниям e или h, отвечают диагонализующие эту задачу ВФ свободной частицы (на нулевом УЛ) с определенным значением проекции момента m (калибровка $\mathbf{A} = {}^1/_2\,[\mathbf{Hr}]$) [7, 9]

$$\varphi_{hm}(\mathbf{r}) = \bar{\varphi}_{em}(\mathbf{r}) = a_m^{-1} z^m \exp\left\{-\frac{|z|^2}{4r_H^2}\right\}, \qquad a_m = \left(2\pi r_H^2 2^m m!\right)^{1/2} r_H^m, \tag{8}$$

где $z = x + iy$; чертой обозначаем комплексное сопряжение. Энергия взаимодействия с центром определяется средним значением

$$v_m = \int d^2 r V(r)\,|\varphi_m(\mathbf{r})|^2. \tag{9}$$

В случае кулоновского потенциала взаимодействия [7]

$$v_m = E_0 V_m, \qquad V_m = (2m-1)!!/2^m m!, \tag{10}$$

а энергия связи e с $m=0$ совпадает с энергией связи экситона нулевого импульса E_0. Физически достаточно очевидно, что энергия сродства к h в этой ситуации конечна и положительна и основному состоянию должен отвечать связанный на кулоновской примеси экситон.

2. Связанные на примеси состояния $2D$ магнитных экситонов

Состояния связанных на центре $2D$ комплексов в магнитном поле характеризуются точным квантовым числом — значением проекции полного обобщенного момента M. Особенностью ситуации при связывании e—h комплексов (в отличие от комплексов, образованных частицами с одним знаком заряда; см. [10]) является необходимость снятия бесконечнократного вырождения по M. Действительно, находясь на определенных УЛ, e и h имеют различающиеся знаком проекции момента m_e, m_h (см. (9)): вращаются в магнитном поле в противоположных направлениях. Вследствие этого на данном УЛ имеется $\sim N_0$ различных суперпозиций состояний e и h, удовлетворяющих условию $m_h - m_e = M$.

Однако с возрастанием квантовых чисел m_e, m_h увеличивается удаление частиц от центра и друг от друга. Ясно поэтому, что эффективно перемешиваются состояния с не слишком различающимися внутренними магнитными квантовыми числами.

Таким образом, ВФ связанных на положительно заряженном центре экситонов с проекцией момента $M > 0$ имеют вид

$$\Phi_M(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{m=0}^{\infty} A_M(m)\,\varphi_{em}(\mathbf{r}_1)\,\varphi_{hM+m}(\mathbf{r}_2), \tag{11}$$

где коэффициенты $A_M(m)$ должны быть определены из решения секулярного уравнения.

---

[2] Эффекты в многочастичной примесной системе будут рассмотрены в отдельной публикации.

Для матричных элементов полного гамильтониана взаимодействий

$$\hat{H} = V(r_1) - V(r_2) + U(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) \tag{12}$$

между состояниями $\varphi_{em}(\mathbf{r}_1)\varphi_{hn}(\mathbf{r}_2) \equiv |m, n\rangle$ имеем $(n \leqslant n')$

$$\langle n', m' | \hat{H} | m, n\rangle = \delta_{n,n'}\delta_{m,m'}(v_m - v_n) + \delta_{n-m,n'-m'}U_{nm}(|n - n'|), \tag{13}$$

где v_m определены в (9), а матричные элементы парного взаимодействия имеют вид $(l \geqslant 0)$

$$U_{mn}(l) = \left(\frac{m!}{(m+l)!}\,\frac{n!}{(n+l)!}\right)^{1/2} \int \frac{d^2q}{(2\pi)^2}\,\tilde{U}(q) \times$$

$$\times \exp(-q^2r_H^2)\left(\frac{q^2r_H^2}{2}\right)^l L_m^l\left[\frac{q^2r_H^2}{2}\right] L_n^l\left[\frac{q^2r_H^2}{2}\right]. \tag{14}$$

Здесь $\tilde{U}(q)$ — Фурье-образ потенциала межчастичного взаимодействия. С использованием явного вида полиномов Лагерра L_n^l выражение (14) позволяет представить величины $U_{nm}(l)$, в частности для степенно́й зависимости $\tilde{U}(q)$, в виде конечной суммы (порядка $n+m$), которая легко рассчитывается численно.

В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением чисто кулоновских взаимодействий в (12) и в качестве единицы измерения энергии возьмем $E_0 = (\pi/2)^{1/2}e^2/\epsilon r_H$.

Характер убывания матричных элементов (которые во всех случаях оказываются действительными) показан в табл. 1 на примере девяти состояний $|m, n\rangle$ с $M=1$. Энергии связи трех наиболее низколежащих уровней $i=0, 1, 2$ для каждого из значений $M=0, \ldots, 5$ приведены в табл. 2.[3] Они получены с учетом перемешивания первых девяти состояний $|0, M\rangle, \ldots, |8, M+8\rangle$. Это дает абсолютную точность вычисления энергий связи, лучшую, чем $0.01\ E_0$ для уровней из серии $i=0$, и несколько худшую точность ($\sim 1 \div 3 \cdot 10^{-2}\ E_0$) для $i=1, 2$.[4]

Таблица 1

Матричные элементы гамильтониана кулоновских взаимодействий (12) между девятью состояниями связанного экситона с $M=1$ (даны с обратным знаком, в единицах E_0)

	$\|0,1\rangle$	$\|1,2\rangle$	$\|2,3\rangle$	$\|3,4\rangle$	$\|4,5\rangle$	$\|5,6\rangle$	$\|6,7\rangle$	$\|7,8\rangle$	$\|8,9\rangle$
$\|0,1\rangle$	1.030	0.156	0.067	0.031	0.015	0.007	0.004	0.002	0.001
$\|1,2\rangle$		0.550	0.157	0.079	0.042	0.023	0.012	0.007	0.004
$\|2,3\rangle$			0.433	0.152	0.084	0.048	0.028	0.016	0.010
$\|3,4\rangle$				0.373	0.146	0.085	0.052	0.032	0.020
$\|4,5\rangle$					0.336	0.141	0.086	0.054	0.035
$\|5,6\rangle$		$H_{N,N'} = H_{N',N}$				0.309	0.136	0.085	0.056
$\|6,7\rangle$							0.289	0.132	0.085
$\|7,8\rangle$								0.272	0.128
$\|8,9\rangle$									0.259

Наиболее низколежащим оказывается состояние связанного экситона с $M=1$ и энергией связи $\simeq 1.12\ E_0$. Оно определяется в основном суперпозицией ВФ $|0, 1\rangle$, $|1, 2\rangle$, $|2, 3\rangle$ с коэффициентами $A_1(m) \simeq 0.88$, 0.34, 0.24 (сумма квадратов $\simeq 0.95$).

---

[3] Во всех приведенных в работе таблицах в единицах E_0 даны матричные элементы переходов с округлением до трех, собственные значения — до двух значащих цифр после запятой.

[4] Подчеркнем, что в соответствии с вариационным принципом для первых N состояний (см. [11]) при расширении базиса учитываемых в секулярном уравнении состояний энергии связи (в пределах указанной точности) могут только увеличиться.

3. Связанные состояния трехчастичного комплекса и биэкситона

Рассмотрим связанные на одном кулоновском центре (положительно заряженном) состояния многочастичных комплексов — трехчастичного $(2e+h)$ и биэкситона $(2e+2h)$, образованных частицами, находящимися на нулевых УЛ с возможными проекциями спина $\sigma=\uparrow, \downarrow$.

Уже в случае $2e-h$ комплекса, содержащего тождественные частицы, координатная часть ВФ $\Phi^{(3)}_{M,\sigma_1,\sigma_2}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3)$ в силу принципа Паули зависит от спиновых состояний электронов σ_1, σ_2. $\Phi^{(3)}_{M,\sigma_1,\sigma_2}$ включает суперпозицию нормированных состояний

$$|n, m; l\rangle = (a_n a_m a_l)^{-1}\left(\frac{z_1-z_2}{\sqrt{2}}\right)^n\left(\frac{z_1+z_2}{\sqrt{2}}\right)^m z_3^l \tag{15}$$

со всевозможными n, m и l, такими, что $l-n-m=M$, и четными n для $\sigma_1\neq\sigma_2$ (электроны на нулевых УЛ с противоположными направлениями спинов) и нечетными n для $\sigma_1=\sigma_2$. Здесь и далее общую часть координатных ВФ частиц на нулевых УЛ $\exp\left(-{}^1/_4 r_H^2 \sum\limits_i |z_i|^2\right)$ в записи опускаем. Квантовые числа n и m отвечают значениям проекции момента относительного движения электронов и движения их центра масс соответственно.

Таблица 2

Энергии связи локализованного на кулоновской примеси экситона (в единицах E_0), полученные численной диагонализацией матриц 9×9. Приведены результаты для трех наиболее низколежащих уровней с данным M и их асимптотики при $M\to\infty$

M	0	1	2
0	0.94	0.73	0.51
1	1.12	0.82	0.57
2	1.10	0.79	0.56
3	1.07	0.75	0.55
4	1.05	0.70	0.54
5	1.03	0.66	0.52
∞	1.00	0.50	0.38

ВФ биэкситона, связанного на примеси, с проекцией момента M $\Phi^{(4)}_{M,\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3,\sigma_4}$ включает суперпозицию нормированных состояний

$$|n_1, m_1; n_2, m_2\rangle = (a_{n_1}\ldots a_{m_2})^{-1}\left(\frac{z_1-z_2}{\sqrt{2}}\right)^{n_1}\left(\frac{z_1+z_2}{\sqrt{2}}\right)^{m_1}\left(\frac{z_3-z_4}{\sqrt{2}}\right)^{n_2}\left(\frac{z_3+z_4}{\sqrt{2}}\right)^{m_2} \tag{16}$$

с $n_2+m_2-n_1-m_1=M$, четными n_1 (n_2) при $\sigma_1\neq\sigma_2$ $(\sigma_3\neq\sigma_4)$ и нечетными n_1 (n_2) при $\sigma_1=\sigma_2$ $(\sigma_3=\sigma_4)$.

Коэффициенты, с которыми (15), (16) входят соответственно в $\Phi^{(3)}_{M,\ldots}$ и $\Phi^{(4)}_{M,\ldots}$, должны быть определены из решения секулярного уравнения. Вычисление матричных элементов гамильтониана взаимодействия частиц с центром и друг другом продемонстрируем на примере $2e-h$ комплекса.

Перейдем от $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ к переменным $\mathbf{R}=(\mathbf{r}_1+\mathbf{r}_2)/\sqrt{2}$, $\mathbf{r}=(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)/\sqrt{2}$ (это преобразование является ортогональным и сохраняет, в частности, форму $\sum\limits_i |z_i|^2$ [10], что оказывается удобным). Нетрудно показать, что ($|N\rangle\equiv|n, m; l\rangle$, $n\leqslant n'$)

$$\langle N'|V(r_1)|N\rangle = \delta_{l,l'}\delta_{n+m,n'+m'}\cdot 2^{1/2}U_{nm'}(|n-n'|), \tag{17}$$

$$\langle N'|V(r_3)|N\rangle = \delta_{l,l'}\delta_{n,n'}\delta_{m,m'}V_l, \tag{18}$$

$$\langle N'|U(|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|)|N\rangle = \delta_{l,l'}\delta_{n,n'}\delta_{m,m'}\cdot 2^{-1/2}V_n. \tag{19}$$

Наименее симметричным оказывается $e-h$ взаимодействие. Для вычисления его матричных элементов воспользуемся техническим приемом, близким к использованному в [12] в задаче о связанном состоянии трех электронов на нулевом УЛ. Представим ВФ (15) с помощью биномиального разложения в виде

$$\sum_{p=0}^{n}\sum_{q=0}^{m} B_{n,m}(p, q)\, z_1^p z_2^q z_3^l \tag{20}$$

и последовательно используем соотношение

$$\int d^2r_1 \int d^2r_2 \int d^2r_3 U\left(|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_3|\right) z_1^{p'} z_2^{q'} \bar{z}_3^{l'} \bar{z}_1^{p} \bar{z}_2^{q} z_3^{l} = a_q^2 \delta_{q,\,q'} a_p a_{p'} a_l a_{l'} \delta_{p'-l',\,p-l} U_{pl}\left(|p-p'|\right) \tag{21}$$

для численного расчета $\langle N'|\, U(|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_3|)\,|N\rangle$.

Поскольку состояния $|N\rangle$, $|N'\rangle$ оказываются одной симметрии относительно перестановки $\mathbf{r}_1 \rightleftarrows \mathbf{r}_2$ (и $\mathbf{r}_3 \rightleftarrows \mathbf{r}_4$ в случае биэкситона), матричные элементы остальных взаимодействий сводятся к указанным.

Таблица 3

Матричные элементы (в единицах E_0, даны с обратным знаком) гамильтониана взаимодействий между девятью состояниями связанного трехчастичного $2e-h$ комплекса с $M=0$, $\sigma_1=\sigma_2$

	$\vert 1, 0; 1\rangle$	$\vert 1, 1; 2\rangle$	$\vert 1, 2; 3\rangle$	$\vert 3, 0; 3\rangle$	$\vert 3, 1; 4\rangle$	$\vert 1, 3; 4\rangle$	$\vert 3, 2; 5\rangle$	$\vert 1, 4; 5\rangle$	$\vert 5, 0; 5\rangle$
$\vert 1, 0; 1\rangle$	1.663	0.171	0.037	0.099	0.051	0.007	0.022	$6\cdot10^{-4}$	0.014
$\vert 1, 1; 2\rangle$		1.470	0.203	−0.027	0.061	0.061	0.052	0.017	−0.010
$\vert 1, 2; 3\rangle$			1.250	0.175	−0.019	0.208	0.043	0.075	−0.001
$\vert 3, 0; 3\rangle$				1.181	0.113	−0.004	0.019	$-4\cdot10^{-4}$	0.117
$\vert 3, 1; 4\rangle$					1.189	0.214	0.140	−0.007	−0.010
$\vert 1, 3; 4\rangle$						1.056	−0.014	0.205	$9\cdot10^{-4}$
$\vert 3, 2; 5\rangle$							1.161	0.209	0.116
$\vert 1, 4; 5\rangle$								0.898	0.043
$\vert 5, 0; 5\rangle$									0.931

$H_{N,N'} = H_{N',N}$

Матричные элементы полного гамильтониана кулоновских взаимодействий (с центром и друг другом) для состояний связанных $2e-h$ комплекса с $M=0$, $\sigma_1=\sigma_2$ и биэкситона с $M=2$, $\sigma_1=\sigma_2$, $\sigma_3=\sigma_4$ приведены в табл. 3, 5. Энергии связи состояний с различными квантовыми числами приведены в табл. 4, 6. Точность их определения составляет $\sim 0.01\, E_0$ для наиболее низколежащих уровней $i=0$, несколько худшую — для уровней $i=1$, 2.

Таблица 4

Энергии связи (в единицах E_0) локализованных на кулоновской примеси состояний трехчастичного $2e-h$ комплекса. Получены с учетом перемешивания десяти состояний (15) с данными M, σ_1, σ_2. Приведены результаты для перевых трех низколежащих уровней

	M	0	1	2
$\sigma_1=\sigma_2$	0	1.88	1.57	1.41
	1	1.82	1.52	1.36
	2	1.74	1.47	1.31
$\sigma_1\neq\sigma_2$	0	1.73	1.48	1.39
	1	1.98	1.58	1.33
	2	1.85	1.52	1.26

Полные энергии связанных комплексов получаются, очевидно, вычитанием приведенных энергий связи из энергий свободных частиц на нулевых УЛ с данными σ_i.

На примере основного состояния связанного биэкситона с $M=2$ на низших УЛ (которое по энергии лежит на $0.02\, E_0$ ниже состояния двух «делокализованных» экситонов с $\mathbf{P}=0$) проиллюстрируем эффективность перемешивания квазивырожденных состояний (16). Так, указанное состояние биэкситона определяется в основном суперпозицией ВФ $|1, 0; 3, 0\rangle$, $|1, 0; 1,2\rangle$, $|1, 1; 3, 1\rangle$, $|1,1; 1,3\rangle$, $|3, 0; 5,0\rangle$ с коэффициентами, равными соответственно $\simeq 0.71$, -0.41, 0.33, 0.31 и 0.24 (сумма квадратов ≈ 0.94).

Полученные результаты позволяют указать наиболее низколежащие состояния в $2D$ примесной системе e и h на нулевых УЛ. Рассмотрим, например, электронейтральную в целом $2D$ $e-h$ систему, которая содержит кулоновские центры (мелкие доноры и акцепторы), а также равное число

Таблица 5

Матричные элементы (в единицах E_0, даны с обратным знаком) гамильтониана взаимодействий между восемью состояниями биэкситона (16) с $M=2$, $\sigma_1=\sigma_2$, $\sigma_3-\sigma_4$

	$\vert 1.0; 3.0\rangle$	$\vert 1.0; 1.2\rangle$	$\vert 1.1; 1.3\rangle$	$\vert 1.1; 3.1\rangle$	$\vert 1.2; 3.2\rangle$	$\vert 1.2; 5.0\rangle$	$\vert 1.2; 1.4\rangle$	$\vert 3.0; 5.0\rangle$
$\vert 1, 0;\ 3, 0\rangle$	1.826	−0.149	0.007	0.080	0.005	0.060	$2\cdot10^{-4}$	0.156
$\vert 1, 0;\ 1, 2\rangle$		1.521	0.234	−0.069	0.017	$-7\cdot10^{-4}$	0.035	0.014
$\vert 1, 1;\ 1, 3\rangle$			1.342	−0.187	−0.083	−0.001	0.315	0.008
$\vert 1, 1;\ 3, 1\rangle$				1.475	0.159	−0.099	0.016	0.065
$\vert 1, 2;\ 3, 2\rangle$					1.156	−0.104	−0.191	0.018
$\vert 1, 2;\ 5, 0\rangle$		$H_{N,N'}=H_{N',N}$				1.454	−0.041	0.167
$\vert 1, 2;\ 1, 4\rangle$							1.144	0.003
$\vert 3, 0;\ 5, 0\rangle$								1.394

неравновесных e и h $N_e=N_h$ (возникших, например, при межзонном поглощении света). Основному состоянию такой системы соответствуют вымораживание носителей на центрах (а не захват на них многочастичных комплексов) и образование конденсата «делокализованных» экситонов нулевого импульса, который весьма слабо взаимодействует с нейтральной примесной системой.

Таблица 6

Энергии связи (в единицах E_0) локализованных на кулоновской примеси состояний биэкситона. Получены с учетом десяти (для случаев, отмеченных звездочкой, — одиннадцати) состояний (16) с данными M, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$. Приведены результаты для трех наиболее низколежащих уровней.

	M	0	1	2
($\sigma_1=\sigma_2$, $\sigma_3=\sigma_4$	0	1.77	1.69	1.40
	1	1.88	1.60	1.50
	2*	2.02	1.83	1.58
	3*	1.96	1.74	1.70
	4	1.91	1.87	1.68
$\sigma_1\neq\sigma_2$, $\sigma_3=\sigma_4$	0	1.62	1.45	1.28
	1	2.03	1.74	1.47
	2	2.03	1.66	1.61
$\sigma_1=\sigma_2$, $\sigma_3\neq\sigma_4$	0	1.74	1.45	1.38
	1	1.94	1.68	1.47
	2	1.90	1.70	1.59
$\sigma_1\neq\sigma_2$, $\sigma_3\neq\sigma_4$	0	1.73	1.61	1.29
	1	1.93	1.60	1.51
	2	2.14	1.90	1.64

Приведенные энергии связи дают возможность оценить при различных правилах отбора энергии переходов (в том числе с переворотом спина), что представляет интерес для спектроскопии связанных на примеси состояний $2D$ e—h комплексов в ультраквантовом режиме магнитного поля.

Приведем здесь также оценки характерных электрических полей $\varepsilon\simeq(\delta E/d)\ (\epsilon^{-1}\ e^2/\hbar c)\ H \sim H$, в которых смещения близких уровней становятся сравнимыми с расстоянием между ними δE (в единицах E_0) в отсутствие поля; здесь ϵ — эффективная диэлектрическая проницаемость, d — матричный элемент дипольного перехода (в единицах er_H) между уровнями, определенный по правильным комбинациям ВФ. Для состояний связанного экситона с $M=1$ и $M=2$ $\delta E\simeq0.02\ E_0$, $d\simeq0.12\ er_H$ и, например, в поле $H=100$ кЭ и $\epsilon=10$ $\varepsilon\simeq5\cdot10^3$ В/см. В случае связанных состояний биэкситона (для тех же значений H и ϵ) с $\sigma_1=\sigma_2$, $\sigma_3=\sigma_4$ и $M=2$, $M=3$ $\delta E\simeq0.06\ E_0$, $d\simeq0.15\ er_H$ и $\varepsilon\simeq10^4$ В/см; для состояний биэкситона с $\sigma_1\neq\sigma_2$, $\sigma_3=\sigma_4$ и $M=1$, $M=2$, энергии которых оказываются очень близки $\delta E < 0.01\ E_0$ (при данной точности вычислений — практически вырождены), при $d\simeq0.09\ er_H$ в полях $\varepsilon \gtrsim 2\cdot10^4$ В/см можно ожидать близкой к линейной зависимости положения уровней от напряженности поля ε.

В заключение выражаю благодарность С. М. Апенко и Ю. Е. Лозовику за стимулирующие обсуждения, Л. А. Ливеровскому и, особенно, С. В. Смулевичу — за помощь в проведении численных расчетов.

Список литературы

[1] Лернер И. В., Лозовик Ю. Е. // ЖЭТФ. 1981. Т. 80. № 4. С. 1488—1503; 1982. Т. 82. № 4. С. 1188—1203.
[2] Дзюбенко А. Б., Лозовик Ю. Е. // ФТТ. 1983. Т. 25. № 5. С. 1519—1521; Препринт ФИАН. 1983. № 93. 13 с.
[3] Бычков Ю. А., Иорданский С. В., Элиашберг Г. М. // Поверхность. 1983. № 5. С. 5—9.
[4] von Klitzing K., Dorda G., Pepper M. // Phys. Rev. Lett. 1980. V. 45. N 5. P. 494—497.
[5] Дзюбенко А. Б., Лозовик Ю. Е. // ФТТ. 1984. Т. 26. № 5. С. 1540—1541.
[6] Paquet D., Rice T. M., Ueda K. // Phys. Rev. B. 1985. V. 32. N 8. P. 5208—5221; Rice T. M., Paquet D., Ueda K. // Helv. Phys. Acta. 1985. V. 58. P. 410—416.
[7] Лернер И. В., Лозовик Ю. Е. // ЖЭТФ. 1980. Т. 78. № 3. С. 1167—1175.
[8] Дзюбенко А. Б., Лозовик Ю. Е. // Препринт ФИАН. 1986. № 137. 54 с.; № 138. 33 с.
[9] Баскин Э. М., Магарилл Л. Н., Энтин М. В. // ЖЭТФ. 1978. Т. 75. № 2. С. 723—734.
[10] Бычков Ю. А., Иорданский С. В., Элиашберг Г. М. // Письма в ЖЭТФ. 1981. Т. 33. № 3. С. 152—155.
[11] Пайерлс Р. Сюрпризы в теоретической физике. М.: Наука, 1988. С. 70.
[12] Laughlin R. B. // Phys. Rev. B. 1983. V. 27. N 6. P. 3383—3386.

НИЦТЛ АН СССР
Москва

Поступило в Редакцию
17 мая 1989 г.