

УДК 537.611

К ТЕОРИИ МАГНИТНЫХ ВИХРЕЙ В ЛЕГКООСНЫХ ФЕРРОМАГНЕТИКАХ

А. Н. Богданов, М. В. Кудинов, Д. А. Яблонский

Для определенного класса легкоосных ферромагнетиков, содержащих в энергии инварианты, линейные по первым пространственным производным, исследованы термодинамически устойчивые вихревые состояния. Численным решением дифференциальных уравнений определена структура вихря, изучена ее эволюция при изменении внешних параметров. Проведен расчет границы фазового перехода из вихревого состояния в однородное.

1. В работе [1] для определенного класса легкоосных ферромагнетиков, содержащих в энергии инварианты, линейные по первым пространственным производным, исследовано неоднородное состояние, представляющее собой систему не взаимодействующих магнитных вихрей. Используя простое модельное распределение намагниченности в вихре, в [1] удалось показать, что в некотором диапазоне магнитных полей энергия вихревого состояния ниже энергии однородно-намагниченного ферромагнетика, а также ферромагнетика с плоской спиральной структурой. По аналогии со сверхпроводниками II рода [2] система магнитных вихрей в ферромагнетике была названа смешанным состоянием ферромагнетика.

В данной работе на основе численного решения дифференциальных уравнений изучены структура вихря и ее эволюция при изменении внешних параметров. Исследована зависимость размеров вихря от поля и параметров материала. Определена граница фазового перехода из смешанного состояния ферромагнетика в однородное.

В отличие от интенсивно исследуемых в теории вихревых состояний (топологических солитонов) (см., например, [3-8]) в [1] и в данной работе изучаются термодинамически устойчивые вихри.

2. В [1] было показано, что возможность образования термодинамически устойчивых магнитных вихрей в легкоосных ферромагнетиках, относящихся к кристаллографическим классам C_n , C_{nv} , D_n , S_4 , D_{2d} , связана с наличием в термодинамическом потенциале таких магнетиков членов, линейных по первым пространственным производным и квадратичных по компонентам вектора намагниченности M . Например, для ферромагнетика с симметрией C_{nv} такой член имеет следующий вид [1]:

$$w' = a' \left(M_x \frac{\partial M_x}{\partial x} - M_x \frac{\partial M_x}{\partial x} + M_x \frac{\partial M_y}{\partial y} - M_y \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \quad (1)$$

и описывает неоднородное обменно-релятивистское взаимодействие. Подобный функциональный вид имеет w' для систем, относящихся к остальным из перечисленных классов симметрии (см. [1]).

Как известно, инварианты, линейные по первым пространственным производным намагниченности M , были введены в [9]. Начиная с [9] в теории наличие в энергии магнетиков членов типа

$$M_i \frac{\partial M_k}{\partial \xi} - M_k \frac{\partial M_i}{\partial \xi} \quad (2)$$

(ξ — пространственная координата) связывалось с образованием в них неоднородных состояний в виде плоских (одномерных) спиральных структур с вектором распространения вдоль оси ξ . (Современное состояние теории таких структур изложено в монографии [10]). В отличие от (2) инварианты (1) допускают распределение намагниченности с градиентом, не фиксированным определенным направлением. В частности, в [1] было показано, что при определенных условиях в легкоосных ферромагнетиках, содержащих инварианты типа (1), осесимметричное неоднородное распределение намагниченности (магнитные вихри) термодинамически устойчиво.

Исследуем структуру и границы существования магнитных вихрей в легкоосном ферромагнетике, помещенном в магнитное поле, параллельное оси легкого намагничивания OZ . Пусть образец представляет собой эллипсоид, главные оси которого совпадают с магнитными. Будем считать, что в осесимметричном распределении намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ ось симметрии направлена вдоль оси OZ , а на оси вихря намагниченность \mathbf{M} антипараллельна направлению поля.

Неоднородное распределение намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ в объеме образца определяется минимизацией неравновесного потенциала

$$W = \int \left\{ \frac{1}{2} \alpha \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \right)^2 - \frac{1}{2} \beta M_z^2 - H M_z - \frac{1}{2} \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_M + w' \right\} dV, \quad (3)$$

где α — константа неоднородного обменного взаимодействия, β — константа анизотропии (при $\beta > 0$ ось OZ является осью легкого намагничивания); для определенности будем считать, что ферромагнетик принадлежит кристаллографическому классу C_{nv} и энергия неоднородного обменно-релятивистского взаимодействия w' задается соотношением (1); \mathbf{H}_M — магнитостатическое поле, удовлетворяющее уравнением магнитостатики

$$\text{rot } \mathbf{H}^{(m)} = 0, \quad \text{div } (\mathbf{H}^{(m)} + 4\pi \mathbf{M}) = 0. \quad (4)$$

Формирование неоднородных состояний в магнетике с энергией (3) обусловлено конкуренцией двух противоположных тенденций: с одной стороны, неоднородные состояния увеличивают энергию неоднородного обменного взаимодействия, энергию анизотропии, энергию взаимодействия с внешним полем, а с другой стороны, понижают энергию w' (1). Простейшая оценка области энергетической выгоды неоднородного состояния может быть получена из анализа плотности энергии плоской доменной границы, разделяющей однородные состояния магнетика σ . Ясно, что неравенство $\sigma < 0$ определяет область термодинамической устойчивости неоднородных состояний. Такой расчет проведен в [1] для доменной границы в ферромагнетике с энергией (3) при $\mathbf{H} = 0$. Выяснилось, что $\sigma < 0$ при

$$|\alpha'| > \frac{2}{\pi} (\alpha\beta)^{1/2}, \quad \beta = \beta + 4\pi. \quad (5)$$

Переходя к анализу структуры вихря, введем для вектора \mathbf{M} сферические координаты $\mathbf{M} = M_0 (\sin \theta \cos \psi, \sin \theta \sin \psi, \cos \theta)$, а для пространственных переменных — цилиндрические координаты (ρ, φ, z) . Учитывая, что в рассматриваемой модели вихря \mathbf{M} не зависит от z , энергию (3) представим в следующем виде (для определенности w' взято для магнетика, относящегося к кристаллографическому классу C_{nv}):

$$W = M_0^2 \int \left\{ \frac{\alpha}{2} \left[\theta_\rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \theta_\varphi^2 + \sin^2 \theta \left(\psi_\rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \psi_\varphi^2 \right) \right] + \alpha' \left[\cos(\varphi - \psi) \theta_\rho + \right. \right. \\ \left. \left. + \sin \theta \cos \theta \sin(\varphi - \psi) \psi_\rho - \frac{1}{\rho} \sin(\varphi - \psi) \theta_\varphi + \frac{1}{\rho} \sin \theta \cos \theta \cos(\varphi - \psi) \psi_\varphi \right] - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \beta \cos^2 \theta - \frac{H^{(e)}}{M_0} \cos \theta - \frac{1}{2M_0^2} i \mathbf{H}^{(m)} \cdot \mathbf{M} \right\} \rho d\rho d\varphi dz. \quad (6)$$

Вариационная задача для функционала (6) допускает решения $\psi = \varphi$, $\theta = \theta(\rho)$. Распределение \mathbf{M} с $\psi = \varphi$ обладает отличной от нуля внутренней магнитостатической энергией ($\text{div } \mathbf{M} \neq 0$). В «винтовом» приближении учет внутренней магнитостатической энергии сводится к перепределению константы анизотропии $\tilde{\beta} = \beta + 4\pi$. Вклад в магнитодипольную энергию связан также с размагничивающим действием поверхности магнетика. Будем считать, что поперечные размеры магнитного вихря значительно меньше размеров магнетика, поэтому размагничивающее поле создается практически только однородно-намагниченной частью ферромагнетика и равно (для уединенного вихря)

$$H_z^{(m)} = -4\pi N_z M_0, \quad H_x^{(m)} = H_y^{(m)} = 0, \quad (7)$$

N_z — компонента тензора размагничивающих коэффициентов.

С учетом вышесказанного после интегрирования по φ и z энергия (6) сводится к следующему функционалу:

$$W(\rho) = 2\pi M_0^2 L \int \rho d\rho \left\{ \frac{\alpha}{2} \left(\theta_\rho^2 + \frac{1}{\rho^2} \sin^2 \theta \right) + \alpha' \left(\theta_\rho + \frac{1}{\rho} \sin \theta \cos \theta \right) - \frac{1}{2} \tilde{\beta} \cos^2 \theta - \tilde{\beta} h \cos \theta \right\}, \quad (8)$$

$\tilde{\beta} h = H^{(e)}/M_0 - 4\pi N_z$ — внутреннее магнитное поле, L — размер магнетика вдоль оси OZ (высота вихря).

Уравнение Эйлера для функционала (8)

$$\alpha \left[\frac{d^2 \theta}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d\theta}{d\rho} - \frac{1}{\rho^2} \sin \theta \cos \theta \right] - \tilde{\beta} \sin \theta \cos \theta - \tilde{\beta} h \sin \theta + \frac{2\alpha'}{\rho} \sin^2 \theta = 0 \quad (9)$$

с граничными условиями $\theta(0) = \pi$, $\theta(\infty) = 0$ описывает распределение намагниченности в уединенном магнитном вихре.

При $\alpha' = 0$ уравнение (9) функционально совпадает с уравнением, описывающим двумерный топологический солитон в одноосном ферромагнетике (см. монографию [4], а также работы [5, 6]).

Анализ решений уравнения (9) начнем с изучения асимптотического поведения функции $\theta = \theta(\rho)$. В области $\rho \rightarrow 0$ в (9) «работают» только члены, связанные с неоднородным обменным взаимодействием. В этой области $(\pi - \theta) \sim \rho$. При $\rho \rightarrow \infty$ зависимость $\theta(\rho)$ для вихря совпадает с асимптотическим поведением распределения в плоской доменной границе ферромагнетика

$$\theta \sim \exp \left[- (1 + h)^{1/2} \rho / L_1 \right], \quad L_1 = (\alpha/\tilde{\beta})^{1/2}, \quad (10)$$

L_1 — эффективная толщина плоской доменной границы [11].

Отметим, что обменно-релятивистское взаимодействие, описываемое членами (1), не оказывает влияния на асимптотическое поведение $\theta(\rho)$ в вихре.

Перейдем к анализу решений уравнения (9) при произвольных ρ . Изменением масштаба пространственной переменной (переход к единицам, связанным с величиной L_1 (10)) $\rho = x L_1$ уравнению (9) можно придать следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \theta}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d\theta}{dx} - \frac{1}{x^2} \sin \theta \cos \theta - \sin \theta \cos \theta - \\ - h \sin \theta + \frac{4}{\pi x} \alpha' \sin^2 \theta = 0, \\ \theta(0) = \pi, \quad \theta(\infty) = 0; \quad \alpha = L_2 / L_1, \end{aligned} \quad (11)$$

где параметр L_2 имеет размерность длины и равен

$$L_2 = \frac{\pi}{2} \frac{|\alpha'|}{\tilde{\beta}}. \quad (12)$$

Параметр κ (11) определяет долю обменно-релятивистской энергии w' (1) в общем балансе энергии магнетика. Из (10) и (12) следует, что неравенство (5) выполняется при $\kappa > 1$, т. е. в ферромагнетиках с $\kappa > 1$ при $h=0$ неоднородное состояние термодинамически устойчиво.

На рис. 1 изображены зависимости $\theta(x)$ в вихре для ряда значений $\kappa < 1$ при $h=0$, полученные численным интегрированием уравнения (11). Во всей области, где $\kappa < 1$, энергия вихревого состояния E_v выше энергии однородного E_0 . Для количественной характеристики распределения $\theta(x)$ в вихре введем понятие радиуса вихря x_0 , численно равного расстоянию от центра вихря до точки пересечения касательной к линии $\theta(x)$, проведенной в точке

$$x_0 = -\pi (d\theta/dx)_{x=0}^{-1}. \quad (13)$$

Из рис. 1 видно, что с ростом κ ($\kappa < 1$) радиус вихря возрастает, причем в области $\kappa \approx 1$ распределение $\theta(x)$ качественно изменяется: в центре вихря начинает формироваться область с $\theta \approx \pi$, отделенная от внешней области

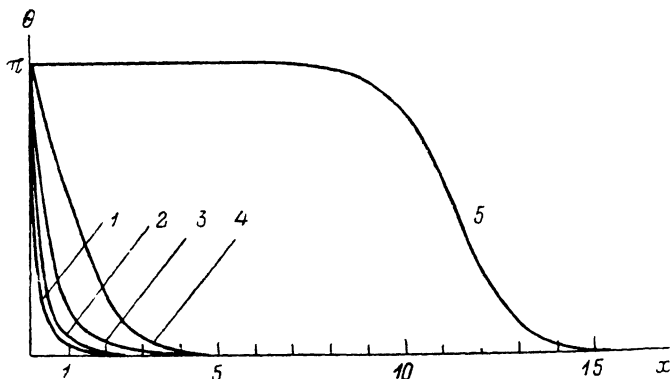


Рис. 1. Зависимость $\theta(x)$ при $h=0$ для $\kappa=0$ (1), 0.25 (2), 0.5 (3), 0.75 (4), ≈ 1 (5).

(с $\theta \approx 0$) «тонкой» доменной границей. При $\kappa \rightarrow 1$ радиус вихря неограниченно возрастает ($x_0 \rightarrow \infty$). В области $\kappa > 1$ ($h=0$) решений уравнения (11) в виде вихря с конечным радиусом не существует.

Представленные на рис. 1 результаты поддаются простой физической интерпретации. При $h=0$ в области $\kappa < 1$ неоднородное состояние энергетически невыгодно ($\sigma > 0$), поэтому здесь $E_v > E_0$, а неоднородное распределение намагниченности локализовано в окрестности $x=0$, причем с уменьшением κ локализация усиливается (уменьшение радиуса вихря) (рис. 1). Напротив, при $\kappa > 1$ неоднородное состояние обладает более низкой энергией по сравнению с однородным. Если учесть, что состояния с $\theta=0$ и $\theta=\pi$ при $h=0$ энергетически эквивалентны, то становится очевидным, что увеличение объема магнетика, находящегося в неоднородном состоянии, для модели одиночного вихря достигается за счет неограниченного радиуса вихря (при этом неограниченно растет объем, занимаемый «доменной границей»). Итак, можно сделать вывод, что при $h=0$ термодинамически устойчивое состояние одиночного магнитного вихря невозможно: в области $\kappa < 1$ такое состояние имеет более высокую энергию по сравнению с однородным, а при $\kappa \geq 1$ имеет место «радиальная» неустойчивость вихря.

Приведенные здесь энергетические соображения позволяют предположить, что в области $\kappa > 1$ и в магнитном поле возможно устойчивое состояние магнитного вихря конечного радиуса. Действительно, в конечном поле состояние с $\theta=\pi$ (M направлен против поля) энергетически невыгодно. Это обстоятельство будет препятствовать неограниченному росту радиуса вихря. Результаты численного интегрирования подтверждают это предположение. Во всей области, где $\kappa > 1$, существует такое поле $h^*(\kappa)$ (рис. 2), ниже которого энергия вихревого состояния ниже энергии одно-

родного ($E_s < E_0$). В поле фазового перехода $h^*(x)$ однородное состояние \leftrightarrow вихревое образуются вихри конечного радиуса. На рис. 3 сплошной линией отмечена зависимость равновесного размера вихря x_0^* от $h=h^*$. На рис. 4 приведена зависимость $x_0(h)$. С уменьшением поля $h < h^*(x)$ при всех $x > 1$ радиус вихря монотонно возрастает и стремится к бесконечности при $h \rightarrow 0$. (Однако возможно, что при некоторых $h > 0$ возникнет эллиптическая неустойчивость). На рис. 3 (штрихи) отмечена зависимость $x_0(h)$ при $x=2.5$. Таким образом, в окрестности $h=0$ при всех $x > 1$ реализуется распределение $\theta(x)$ с «тонкой» доменной границей. Ясно, что в области $x \approx 1$ такое распределение намагниченности сохранится во всей области существования вихря.

Проследим эволюцию вихревого состояния в магнитном поле. При умень-

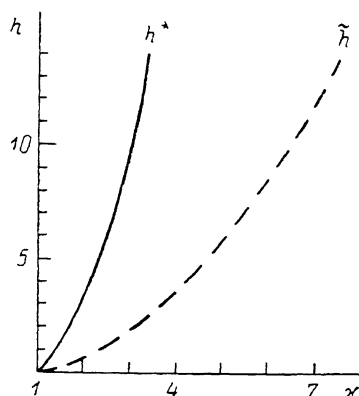


Рис. 2. $h-x$ фазовая диаграмма легкоосного ферромагнетика.

Ниже линии $h^*(x)$ — область существования смешанного состояния.

шении магнитного поля из области полей $h > h^*(x)$ в поле $h=h^*$ в магнетике начинают образовываться одиночные вихри. При дальнейшем уменьшении поля размеры вихрей растут, а их число увеличивается. Полученные в данной работе результаты применимы лишь в области, где размеры вихрей значительно меньше средних расстояний между ними (приближение невзаимодействующих вихрей). Однако ясно, что увеличение числа вихрей и их размеров в некотором поле $h < h^*$ приведет к формиро-

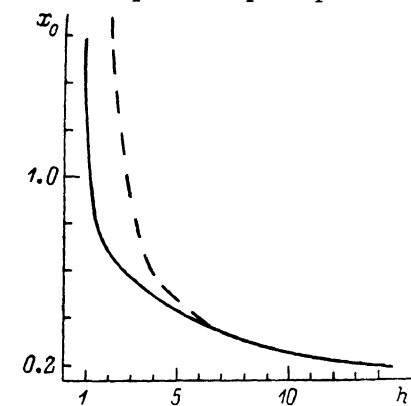


Рис. 3. Зависимость равновесного радиуса вихря x_0 от магнитного поля.

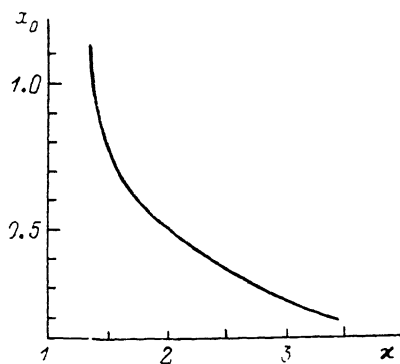


Рис. 4. Зависимость равновесного радиуса вихря x_0 от x на линии $h^*(x)$.

ванию решетки магнитных вихрей, которая может сохраниться и в поле $h=0$.

Кроме двумерных неоднородных состояний (одиночные вихри, решетка вихрей), в исследуемых в работе одноосных ферромагнетиках может возникнуть одномерное неоднородное состояние — геликоидальная магнитная структура. В [1] рассчитано поле перехода из однородного состояния в геликоидальное — $\tilde{h}(x)$. Штриховая линия на рис. 2 — $\tilde{h}(x)$. Видно, что при всех значениях $x > 1$ $h^*(x) > \tilde{h}(x)$. Ясно, что по крайней мере в диапазоне полей $h^* > h > \tilde{h}$ система вихрей термодинамически устойчива. Что же касается области полей $h < \tilde{h}(x)$, то здесь для определения границ существования различных типов неоднородных состояний необходимо провести дополнительное исследование.

3. Согласно проведенному расчету, область существования магнитных вихрей по параметру κ ($\kappa > 1$) совпадает с областью, где $\sigma < 0$ (см. неравенство (5)). Именно такой результат и предполагался в [1]. Это становится понятным, если учесть, что с приближением к границе существования неоднородных состояний ($h=0$, $\kappa=1$) неограниченным ростом радиуса магнитный вихрь «вырождается» в плоскую доменную границу. В [1] при расчете границы существования вихря использовалось модельное распределение намагниченности $(\pi-\theta) \sim x$. Поскольку в окрестности точки ($h=0$, $\kappa=1$) распределение $\theta(x)$ имеет существенно иной вид, в [1] для граничного значения κ было получено завышенное значение.

В работах [1, 12] было показано, что неоднородные состояния, возникающие в магнетиках, содержащих в энергии инварианты типа (1), (2), по многим физическим аспектам аналогичны смешанному состоянию, образующемуся в сверхпроводниках II рода [2]. В этой связи обратим внимание на то, что параметры L_1 (10) и L_2 (12) играют в теории рассматриваемых неоднородных состояний такую же роль, как в феноменологической теории смешанного состояния сверхпроводников длина когерентности ξ и глубина проникновения λ , а параметр κ (11) аналогичен параметру Гинзбурга—Ландау.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Богданов А. Н., Яблонский Д. А. // ЖЭТФ. 1989. Т. 95. № 1. С. 178—182.
- [2] Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Статистическая физика. Ч. 2. М., 1978. 448 с.
- [3] Белавин А. А., Поляков А. М. // Письма в ЖЭТФ. 1975. Т. 22. № 10. С. 503—506.
- [4] Косевич А. М., Иванов Б. А., Ковалев А. С. Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. Киев, 1983. 192 с.
- [5] Воронов В. П., Косевич А. М. // ЖЭТФ. 1986. Т. 90. № 6. С. 2145—2151.
- [6] Иванов Б. А., Стефанович В. А. // ЖЭТФ. 1986. Т. 91. № 2 (8). С. 638—648.
- [7] Борисов А. Б., Талуц Г. Г., Танкеев А. П., Безматерных Г. В. // Современные проблемы теории магнетизма. Киев, 1986. С. 103—111.
- [8] Ковалев А. С., Косевич А. М., Манжос И. В. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 11. С. 222—236.
- [9] Дзялошинский И. Е. // ЖЭТФ. 1964. Т. 46. № 4. С. 1420—1437.
- [10] Изюмов Ю. А. Дифракция нейтронов на длиннопериодических структурах. М., 1987. 200 с.
- [11] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., 1982. 624 с.
- [12] Богданов А. Н., Яблонский Д. А. // ЖЭТФ. 1989. Т. 95. № 7. С. 253—260.

Донецкий физико-технический институт АН УССР
Донецк

Поступило в Редакцию
13 апреля 1989 г.