

УДК 548 : 537.611.45

## К ТЕОРИИ ЗОННОГО АНТИФЕРРОМАГНЕТИЗМА В СИСТЕМЕ ВОЛНЫ ЗАРЯДОВОЙ ПЛОТНОСТИ

*Е. А. Баранник*

В приближении самосогласованного поля рассмотрено антиферромагнитное состояние системы с коллективизированными магнитными электронами, возникающее при наложении соизмеримых волн зарядовой (ВЗП) и спиновой (ВСП) плотности. С учетом всех магнитных степеней свободы системы получено высокотемпературное разложение функционала свободной энергии. Исследуется фазовая диаграмма и обсуждается возможность применения рассмотренной модели к описанию антиферромагнитных свойств фаз Магнелли  $V_nO_{2n-1}$  ( $2 < n \leq 9$ ).

Теории основного состояния и коллективных возбуждений антиферромагнетиков с достаточно широкой частично заполненной зоной магнитных электронов (случай коллективизированных магнитных электронов) посвящено большое число работ (см. обзоры [1-4]). Обилие теоретических подходов и моделей обусловлено прежде всего различием микроскопических механизмов магнитного упорядочения в реальных антиферромагнетиках, которые лишь на макроскопическом уровне, например в терминах свободной энергии, приводят к близким картинам. Выбор же конкретной модели для описания магнитных свойств того или иного антиферромагнетика определяется, как отмечалось в [1], особенностями его зонной структуры.

В настоящее время наиболее популярны модель антиферромагнетика с пространственной структурой ВСП [1, 5, 6] и модель двухзонного антиферромагнетизма [3, 4, 7, 8]. Последняя представляет собой непосредственное обобщение теории Стонера (см. [9]) на случай антиферромагнитного упорядочения и пригодна для описания магнетиков с двумя компонентами (зонами) фермиевской жидкости магнитных электронов. В частности, если уровень Ферми проходит через  $e_g$ -зону переходного  $3d$ -металла с кубической симметрией, то компонентами фермиевской жидкости магнитных электронов являются подзоны двукратновырожденной  $e_g$ -зоны, а антиферромагнитное состояние появляется в результате магнитного расщепления  $\Delta_d$  одноэлектронного спектра, при котором парциальные спонтанные намагниченности компонент  $m_1$  и  $m_2$  равны по величине и противоположны по направлению [7, 8].

Магнитная структура типа ВСП реализуется, как известно, в металлах, топология многосвязной поверхности Ферми которых характеризуется наличием электронного и дырочного участков, совмещающихся при параллельном переносе на некоторый вектор  $q$ . ВСП возникает из-за триплетного спаривания одночастичных возбуждений этих участков. Картина несколько усложняется [10-12], если ВСП накладывается на уже имеющуюся в системе ВЗП, обусловленную синглетным спариванием электронных и дырочных состояний. Сосуществующие однофазные соизмеримые ВСП и ВЗП индуцируют дополнительное магнитное расщепление  $\Delta_F$  спектра одночастичных возбуждений, в результате чего появляется магнитный момент  $m$  единицы объема кристалла — так называемый «экситонный ферромагнетизм» [10]. Как будет показано ниже,

парциальные индуцированные намагнитченности, отвечающие электронному и дырочному участкам поверхности Ферми, в общем случае оказываются различными и, следовательно, макроскопическое состояние системы характеризуется не только вектором  $\mathbf{m} = \mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2$ , но и отличным от нуля вектором «экситонного антиферромагнетизма»  $\mathbf{l} = \mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2$ . Иными словами, если под компонентами фермиевской жидкости понимать одночастичные возбуждения электронной и дырочной поверхностей, то при  $\mathbf{m}_1 \neq \mathbf{m}_2$  можно говорить о появлении в системе дополнительно к ВСП двухзонного антиферромагнетизма.

Модель состояния с сосуществующими ВЗП и ВСП, которым отвечают синглетный и триплетный параметры порядка  $\Delta_s$  и  $\Delta_t$ , применялась для объяснения антиферромагнетизма окислов ванадия  $V_nO_{2n-1}$  [13, 14], в которых антиферромагнитное превращение происходит на фоне уже имеющейся ВЗП. В этой связи представляет интерес выяснение условий, при которых возможно с учетом возникающего двухзонного антиферромагнетизма сосуществование соизмеримых с постоянной решетки ВСП и ВЗП.

## 1. У р а в н е н и я с а м о с о г л а с о в а н и я

При выводе самосогласованных уравнений параметров порядка удобно перейти к представлению Намбу, в котором для локальной плотности магнитного момента справедливо выражение

$$\mathbf{m}(\mathbf{r}) = -\mu_B \sum_{\mathbf{p}} \Phi_{\mathbf{p}, \mathbf{q}}^{\alpha' \beta'}(\mathbf{r}) \sigma_{\alpha\beta} F_{\beta\alpha}^{\beta' \alpha'}(\mathbf{p}), \quad (1)$$

где изотопические индексы  $\alpha'$ ,  $\beta'$  нумеруют компоненты и принимают значения 1 и 2;  $\mu_B$  — магнетон Бора;  $\sigma$  — спиновые матрицы Паули. Величины  $\Phi_{\mathbf{p}, \mathbf{q}}(\mathbf{r})$  и  $\sigma_{\alpha\beta} F_{\beta\alpha}(\mathbf{p})$  являются матрицами в изотопическом пространстве [3]

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_{\mathbf{p}, \mathbf{q}}(\mathbf{r}) &= \frac{1 + \tau_3}{2} |u_{1\mathbf{p}}(\mathbf{r})|^2 + \frac{1 - \tau_3}{2} |u_{2\mathbf{p}}(\mathbf{r})|^2 + \\ &+ \frac{\tau_+}{2} u_{1\mathbf{p}}^*(\mathbf{r}) u_{2\mathbf{p}}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} + \frac{\tau_-}{2} u_{1\mathbf{p}}(\mathbf{r}) u_{2\mathbf{p}}^*(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\sigma_{\alpha\beta} \hat{F}_{\beta\alpha} = (1/2 (n_1 + n_2) + 1/2 (n_1 - n_2) \tau_3 + \tilde{n}(\mathbf{R}_\gamma \tau)) \mathbf{P}. \quad (3)$$

Здесь  $\tau_{\pm} = \tau_1 \pm i\tau_2$ ,  $\tau_3$  — изотопические матрицы Паули;  $u_{1\mathbf{p}}(\mathbf{r})$  и  $u_{2\mathbf{p}}(\mathbf{r})$  — модулирующие блоховские функции возбуждений электронного и дырочного участков;  $\mathbf{P}$  — вектор спиновой поляризации;  $\mathbf{R}_\gamma = (\cos \gamma, \sin \gamma, 0)$  — изовектор, определяющий гибридизацию электронных и дырочных состояний;  $n_1(\mathbf{p})$ ,  $n_2(\mathbf{p})$  и  $\tilde{n}(\mathbf{p}) e^{\pm i\mathbf{q}\mathbf{r}}$  — соответственно внутри- и межкомпонентные аномальные средние (по спине) рассматриваемого состояния. Выражение (3) является наиболее общим, исключая из рассмотрения состояния с мнимой намагнитченностью. Подставляя (2) и (3) в (1), находим

$$\begin{aligned} \mathbf{m}(\mathbf{r}) &= -\mu_B \mathbf{P} \sum_{\mathbf{p}} \left\{ \frac{1}{2} (n_1 + n_2) [|u_{1\mathbf{p}}(\mathbf{r})|^2 + |u_{2\mathbf{p}}(\mathbf{r})|^2] + \right. \\ &+ \frac{1}{2} (n_1 - n_2) [|u_{1\mathbf{p}}(\mathbf{r})|^2 - |u_{2\mathbf{p}}(\mathbf{r})|^2] + 2\tilde{n} \cos(\mathbf{q}\mathbf{r} + \gamma) \operatorname{Re} [u_{1\mathbf{p}}(\mathbf{r}) u_{2\mathbf{p}}^*(\mathbf{r})] + \\ &\left. + 2\tilde{n} \sin(\mathbf{q}\mathbf{r} + \gamma) \operatorname{Im} [u_{1\mathbf{p}}(\mathbf{r}) u_{2\mathbf{p}}^*(\mathbf{r})] \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Первые два члена в (4) описывают двухзонный ферро- и антиферромагнетизм системы. Параметр  $\gamma$  в третьем слагаемом определяет фазу возникающей ВСП. Замечая, что спаривающим операторам  $\tau_1$  и  $\tau_2$  отвечают, согласно (4), пространственные волны плотности, сдвинутые по фазе на  $\pi/2$ , представим одночастичную функцию Грина состояния с сосуществующими однофазными ВСП и ВЗП в виде

$$\hat{G}(\mathbf{p}, \omega_n) = \{i\omega_n + \delta\mu + \Delta_F(\mathbf{p}\sigma) - [\xi + \Delta_A(\mathbf{p}\sigma)]\tau_3 - [\Delta_s + \Delta_t(\mathbf{p}\sigma)](\mathbf{R}_t\tau)\}^{-1}, \quad (5)$$

где  $\gamma=0$  или  $\pi/2$ ;  $\delta\mu$  — параметр неконгруэнтности электронной и дырочной поверхностей, играющий роль химического потенциала;  $\omega_n = \pi T(2n+1)$ ,  $n=0, \pm 1, \dots$ . В неупорядоченной фазе  $\delta\mu = \delta\mu_0$ , а полюсами гриновской функции для носителей с квадратичным законом дисперсии являются величины  $\pm \xi - \delta\mu_0 = \pm(p^2 - p_F^2)/2m - \delta\mu_0$ . В адекватности описания рассматриваемого состояния функцией Грина (5) несложно убедиться, сравнивая (3) со спиновой частью одночастичной матрицы плотности, получающейся из (5)

$$\hat{n} = \frac{1}{2}(n_+^F + n_-^F) + \frac{1}{2}\left(\frac{\xi_+}{\varepsilon_+}n_+ + \frac{\xi_-}{\varepsilon_-}n_-\right)\tau_3 + \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta_+}{\varepsilon_+}n_+ + \frac{\Delta_-}{\varepsilon_-}n_-\right)(\mathbf{R}_t\tau) + \left[\frac{1}{2}(n_+^F - n_-^F) + \frac{1}{2}\left(\frac{\xi_+}{\varepsilon_+}n_+ - \frac{\xi_-}{\varepsilon_-}n_-\right)\tau_3 + \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta_+}{\varepsilon_+}n_+ - \frac{\Delta_-}{\varepsilon_-}n_-\right)(\mathbf{R}_t\tau)\right](\mathbf{p}\sigma),$$

где

$$n_{\pm}^F = \frac{1}{2}[n(\varepsilon_{\pm} - \delta\mu_{\pm}) + n(-\varepsilon_{\pm} - \delta\mu_{\pm})], \quad n_{\pm} = \frac{1}{2}[n(\varepsilon_{\pm} - \delta\mu_{\pm}) - n(-\varepsilon_{\pm} - \delta\mu_{\pm})], \\ n(\varepsilon) = [1 + \exp(\varepsilon/T)]^{-1}.$$

Величины  $\varepsilon_{\pm} = \sqrt{\xi_{\pm}^2 + \Delta_{\pm}^2} = \sqrt{(\xi \pm \Delta_A)^2 + (\Delta_s \pm \Delta_t)^2}$  и  $\delta\mu_{\pm} = \delta\mu \pm \Delta_F$  характеризуют электронный спектр в упорядоченной фазе.

Применение  $\tau$ -матричного формализма позволяет использовать для получения уравнений самосогласования уравнение Дайсона в его каноническом виде [15]

$$\hat{G}^{-1}(\mathbf{p}, \omega_n) = i\omega_n - \xi\tau_3 + \delta\mu_0 - T \sum_{\omega_m} \text{Sp}' \int \frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi)^3} \hat{\Gamma}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \hat{G}(\mathbf{p}', \omega_m),$$

где след берется как по спиновым, так и по изотопическим индексам, поскольку вершинная функция затравочного взаимодействия электронов  $\hat{\Gamma}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  является матрицей в изотопическом пространстве [3]

$$\hat{\Gamma}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \sum_{i=0}^3 [\theta_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}') + \psi_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}')(\sigma\sigma')] \tau_i \tau'_i \quad (6)$$

( $\tau_0 \equiv 1$ ). Подставляя (5) и (6) в уравнение Дайсона, для  $\gamma=0$  находим

$$\Delta_s = \Delta_s 2\theta_1 \int d\xi N(\xi) \left(\frac{n_+}{\varepsilon_+} + \frac{n_-}{\varepsilon_-}\right) + \Delta_t 2\theta_1 \int d\xi N(\xi) \left(\frac{n_+}{\varepsilon_+} - \frac{n_-}{\varepsilon_-}\right), \\ \Delta_t = \Delta_t 2\psi_1 \int d\xi N(\xi) \left(\frac{n_+}{\varepsilon_+} + \frac{n_-}{\varepsilon_-}\right) + \Delta_s 2\psi_1 \int d\xi N(\xi) \left(\frac{n_+}{\varepsilon_+} - \frac{n_-}{\varepsilon_-}\right), \\ \Delta_A = 2\psi_3 \int d\xi N(\xi) \left(\frac{\xi_+}{\varepsilon_+}n_+ - \frac{\xi_-}{\varepsilon_-}n_-\right), \quad \Delta_F = 2\psi_0 \int d\xi N(\xi) (n_+^F - n_-^F). \quad (7)$$

Здесь и в дальнейшем полагаем для простоты вершинную функцию затравочного взаимодействия независимой от импульсов одночастичных возбуждений. Полную систему самосогласованных уравнений для параметров порядка получаем, учитывая уравнение баланса числа частиц, аналогичное [16]

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\xi N(\xi) [n_+^F + n_-^F - n(\xi - \delta\mu_0) - n(-\xi - \delta\mu_0)] + N_r(0)(\delta\mu - \delta\mu_0) = 0, \quad (8)$$

где  $N(\xi)$  и  $N_r(0)$  — энергетическая плотность числа состояний магнитных электронов и немагнитного резервуара.

Средняя по кристаллу намагниченность отсутствует, если  $\delta\mu_0=0$  [10, 11]. В этом случае без учета двухзонного антиферромагнетизма система самосогласованных уравнений нетривиальных решений не имеет, на основании чего в [10, 11] был сделан вывод о невозможности сосуществования однофазных соизмеримых ВСП и ВЗП при полностью конгруэнтных электронной и дырочной поверхностях. В то же время полная система уравнений (7)–(8) допускает решение, при котором  $\delta\mu=\Delta_F=0$ , но  $\Delta_s, \Delta_t, \Delta_A \neq 0$ . Имея в виду индуцированные сосуществующими ВЗП и ВСП параметр  $\Delta_A \propto \Delta_s \Delta_t$ , можно говорить о вырождении состояния «экситонного ферромагнетизма» в состояние «экситонного антиферромагнетизма». В пренебрежении различием пространственной зависимости модулирующих блоховских функций  $u_{1p}(r)$  и  $u_{2p}(r)$  реально возникающая в кристалле антиферромагнитная структура есть ВСП. В общем случае к ВСП, согласно (4), подмешивается неэлементарный подрешеточный антиферромагнитный порядок.

Функционал Ландау плотности свободной энергии, получающийся из (7)–(8) для состояния «экситонного антиферромагнетизма», имеет вид

$$F = \alpha_s \Delta_s^2 + \alpha_t \Delta_t^2 + \alpha_A \Delta_A^2 + \frac{\beta_1}{2} (\Delta_s^4 + \Delta_t^4) + \beta_2 \Delta_s^2 \Delta_t^2 + 2\beta_3 \Delta_s \Delta_t \Delta_A, \quad (9)$$

где

$$\alpha_A = -\frac{\pi^2}{6} \frac{N''(0)}{N(0)} (T^2 - T_A^2), \quad T_A^2 = -\frac{3}{2\pi^2} \frac{1 + 4\psi_3 N(0)}{\psi_3 N''(0)}, \quad \beta_3 = \frac{N'(0)}{N(0)} \ln \frac{2\gamma w}{\pi e T}, \quad (10)$$

а остальные коэффициенты даются выражениями [11]

$$\alpha_{s,t} = \alpha (T - T_{s,t}) = \frac{T_s - T_{s,t}}{T}, \quad 3\beta_1 = \beta_2 = \frac{3}{(\pi T^2)} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)^{-3} = \frac{21\zeta(3)}{8(\pi T)^2}. \quad (11)$$

Здесь  $N(0) = m r_F / 2\pi^2$ ; штрих означает производную по  $\xi$ , взятую при  $\xi=0$ ;  $w$  — масштаб обрезания кулоновского взаимодействия;  $\zeta(x)$  — дзета-функция Римана;  $\ln \gamma$  — постоянная Эйлера;  $T_s > T_t$  — температуры фазовых превращений в состоянии ВЗП (при  $\Delta_t=0$ ) и ВСП (при  $\Delta_s=0$ ) соответственно.

Уравнения для параметров порядка  $\Delta_s$ ,  $\Delta_t$  и  $\Delta_A$  вытекают из условия минимизации функционала свободной энергии (9). Ниже температуры магнитного фазового превращения  $T_N$ , когда отличны от нуля все три параметра, находим

$$\Delta_s^2 = \frac{\alpha_t (\beta_2 - \beta_3^2 / \alpha_A) - \alpha_s \beta_1}{\beta_1^2 - (\beta_2 - \beta_3^2 / \alpha_A)^2}, \quad \Delta_t^2 = \frac{\alpha_s (\beta_2 - \beta_3^2 / \alpha_A) - \alpha_t \beta_1}{\beta_1^2 - (\beta_2 - \beta_3^2 / \alpha_A)^2}, \quad (12)$$

$$\Delta_A = (-\beta_3 / \alpha_A) \Delta_t \Delta_s. \quad (13)$$

Вводя зависящую от температуры величину

$$\Theta(T) = T_s - \frac{\beta_1}{\beta_1 - \beta_2 + \beta_3^2 / \alpha_A} (T_s - T_t), \quad (14)$$

синглетный и триплетный параметры порядка можно представить в виде

$$\Delta_s^2 = \frac{\alpha_s + \alpha_t + \alpha(\Theta - T)}{\beta_1 + \beta_2 - \beta_3^2 / \alpha_A}, \quad \Delta_t^2 = \frac{\alpha(\Theta - T)}{\beta_1 + \beta_2 - \beta_3^2 / \alpha_A}. \quad (15)$$

Подставляя, наконец, соотношения (15) и (13) в (9), приходим к окончательному выражению для плотности свободной энергии вблизи точки магнитного фазового превращения

$$F = -\frac{\alpha^2}{2\beta_1} (T_s - T)^2 - \frac{\alpha^2}{2\beta_1} \frac{\beta_1 - \beta_2 + \beta_3^2 / \alpha_A}{\beta_1 + \beta_2 - \beta_3^2 / \alpha_A} (\Theta - T)^2. \quad (16)$$

Из выражения (16) следует, что антиферромагнитный фазовый переход термодинамически выгоден, если  $\beta_1 > \beta_2 - \beta_3^2/\alpha_A$  при одновременном выполнении неравенства  $\beta_1 > -\beta_2 + \beta_3^2/\alpha_A$ , а также при  $\beta_1 < \beta_2 - \beta_3^2/\alpha_A$  и  $\beta_1 < -\beta_2 + \beta_3^2/\alpha_A$ . Последняя система неравенств, однако, решений не имеет, поскольку, согласно (11),  $\beta_1 + \beta_2 > \beta_2 - \beta_1$ . В результате с учетом (10) и (11) появление «экситонного антиферромагнетизма» возможно в интервале температур

$$\frac{7\zeta(3)}{24} < -\frac{N'^2(0)}{N''(0)N(0)} \frac{T^2}{T^2 - T_A^2} \ln^2 \frac{2\gamma w}{\pi e T} < \frac{7\zeta(3)}{12}. \quad (17)$$

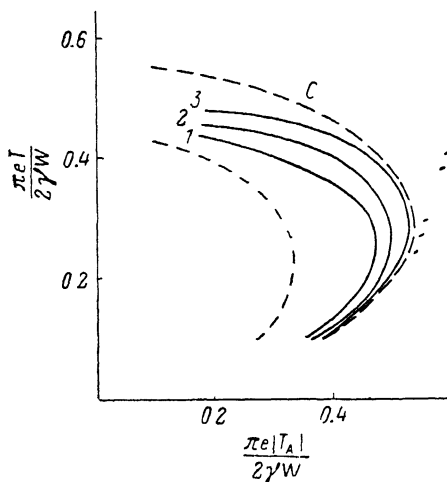
При этом ввиду  $T_s > T_t$  величина  $\Theta(T)$  оказывается меньше  $T_s$ , а для неотрицательности величины  $\Delta_t^2$  необходимо  $\Theta(T) \geq T$ .

Подчеркнем, что в пренебрежении вкладом в свободную энергию параметра порядка  $\Delta_A$  ( $\beta_3 = 0$ ) двойное неравенство (17) решений не имеет.

Искомый интервал температур определяется прежде всего величиной параметра  $T_A^2$  и, следовательно, величиной антиферромагнитного обменного взаимодействия  $\psi_3$ , которое

в терминах модели экситонного диэлектрика [8] равно  $-(g_0 - g_2)/4$ , где  $g_0, g_2$  — константы соответственно внутрizonного взаимодействия электронов и межzонного с обменом электронами. Состояние ВЗП наиболее выгодно, как известно, при  $g_2 < 0$ , поэтому для носителей с квадратичным законом дисперсии

$$T_A^2 = \frac{6}{\pi^2} \left( \frac{P_F^2}{2m} \right)^2 \frac{1 + 4\psi_3 N(0)}{\psi_3 N(0)} < 0,$$



Фазовая диаграмма состояния «экситонного антиферромагнетизма».

если  $1 + 4\psi_3 N(0) > 0$ . На рисунке область температур, удовлетворяющая (17) при  $T_A^2 < 0$ , ограничена штриховыми линиями.

Температуру Нееля фазового перехода второго рода можно найти, очевидно, приравняв нулю разность  $\Theta - T$

$$\frac{T_s - T_t}{T_s - T_{NII}} \frac{7\zeta(3)}{48} + \frac{7\zeta(3)}{24} = -\frac{N'^2(0)}{N''(0)N(0)} \frac{T_{NII}^2}{T_{NII}^2 - T_A^2} \ln^2 \frac{2\gamma w}{\pi e T_{NII}}. \quad (18)$$

Сплошными линиями на рисунке показаны границы раздела (18) парамагнитной фазы ВЗП и «экситонного антиферромагнетизма» для  $\pi e T_s / 2\gamma w = 0.5$  при  $\pi e (T_s - T_t) / 2\gamma w = 10^{-1}, 5 \cdot 10^{-2}$  и  $10^{-2}$  (линии 1, 2, 3 соответственно). Нетрудно видеть, что с уменьшением разности  $T_s - T_t$  линия фазовых переходов второго рода приближается к границе области существования (17), на которой  $\beta_1 = \beta_2 - \beta_3^2/\alpha_A$ .

Интересно отметить, что рассматриваемая модель допускает также антиферромагнитные фазовые переходы первого рода. С этой целью подробнее рассмотрим случай  $T_s = T_t$ , когда  $\Theta = T_s$ . Тогда из (15) получаем  $\Delta_t^2 = \Delta_s^2$ ; однако правее точки  $C$ , находящейся на пересечении прямой  $T = T_s$  и границы  $\beta_1 = \beta_2 - \beta_3^2/\alpha_A$ , возникновение состояния «экситонного антиферромагнетизма» энергетически выгодно не при  $T = T_s$ , а на границе области существования, которая является, таким образом, линией фазовых переходов первого рода

$$\frac{7\zeta(3)}{24} = -\frac{N'^2(0)}{N''(0)N(0)} \frac{T_{NII}^2}{T_{NII}^2 - T_A^2} \ln^2 \frac{2\gamma w}{\pi e T_{NII}}. \quad (19)$$

О первом роде антиферромагнитного перехода свидетельствует скачкообразное появление параметров порядка  $\Delta_f$  и  $\Delta_A$

$$\Delta_f^2(T_{N_I}) = \frac{\alpha(T_s - T_{N_I})}{2\beta_1}, \quad \Delta_A(T_{N_I}) = \frac{\beta_1 - \beta_2}{\beta_3} \Delta_f^2(T_{N_I}).$$

Приведенные выше результаты качественно не изменятся и в том случае, если в разложении Ландау свободной энергии удерживать члены более высокого порядка малости. В частности, следующие по порядку величины члены имеют вид

$$\frac{1}{3} \gamma_1 (\Delta_s^6 + \Delta_f^6) + \gamma_2 (\Delta_s^2 + \Delta_f^2) \Delta_s^2 \Delta_f^2 + \gamma_3 \Delta_A^2 (\Delta_s^2 + \Delta_f^2) + 2\gamma_4 \Delta_s \Delta_f \Delta_A (\Delta_s^2 + \Delta_f^2), \quad (20)$$

где

$$\gamma_4 = -\frac{N'(0)}{N(0)} \frac{\gamma_2(3)}{4(\pi T)^2}, \quad \gamma_3 = -\frac{N''(0)}{2N(0)} \ln \frac{2\gamma w}{\pi e^{\delta} T}, \quad \delta = \frac{3}{2} + \frac{N(0)}{N''(0)w}$$

(выражения для коэффициентов  $\gamma_{1,2}$  приведены в [12], поэтому мы их не выписываем). Тогда при  $\alpha_f = \alpha_s$  выигрыш в свободной энергии, обусловленный переходом в антиферромагнитное состояние, в окрестности точки  $C$  описывается выражением

$$\delta F = -\frac{\alpha_s^2}{4\beta_1^2} \left\{ \beta_1 - \beta_2 + \frac{\beta_3^2}{\alpha_A} - \frac{\alpha_s}{\beta_1} \left( \gamma_1 - \gamma_2 - \frac{\gamma_3 \beta_3^2}{\alpha_A^2} + 2 \frac{\gamma_4 \beta_3}{\alpha_A} \right) \right\}, \quad (21)$$

Отсюда следует, что с учетом добавки (20) уравнение для температуры Нееля фазового перехода первого рода имеет вид

$$\beta_1 \left( \beta_1 - \beta_2 + \frac{\beta_3^2}{\alpha_A} \right) - \alpha_s \left( \gamma_1 - \gamma_2 - \frac{\gamma_3 \beta_3^2}{\alpha_A^2} + 2 \frac{\gamma_4 \beta_3}{\alpha_A} \right) = 0 \quad (22)$$

и отличается от (19) слагаемым, пропорциональным  $\alpha_s$ . Аналогичным образом изменяется и уравнение, определяющее  $T_{AII}$

$$\beta_1 \frac{T_s - T_f}{T_s - T_{N_{II}}} = \beta_1 - \beta_2 + \frac{\beta_3^2}{\alpha_A} - \frac{\alpha_s}{\beta_1} \left( \gamma_1 - \gamma_2 - \frac{\gamma_3 \beta_3^2}{\alpha_A^2} + 2 \frac{\gamma_4 \beta_3}{\alpha_A} \right). \quad (23)$$

Отметим, наконец, что учет членов (20) устраняет также нефизическую расходимость параметров порядка (и свободной энергии) вблизи внутренней границы области (17).

### 3. Обсуждение результатов

В связи с антиферромагнетизмом окислов ванадия в работе [14] указывалось, что магнитный момент единицы объема не возникает и при сосуществующих ВЗП и ВСП, сдвинутых по фазе на  $\pi/2$ . В терминах изотопических операторов это обстоятельство является следствием антикоммутивности матриц  $\tau_1$  и  $\tau_2$ , определяющих добавку  $\Delta_s \tau_1 + \Delta_f (\mathbf{P}\sigma) \tau_2$  к одночастичному гамильтониану. Уравнение баланса числа электронов получается из (8) заменой  $\varepsilon_{\pm} \rightarrow \varepsilon = \sqrt{\xi^2 + \Delta_s^2 + \Delta_f^2}$  и  $\delta\mu_{\pm} \rightarrow \delta\mu$ . Подобное вырождение спектра одночастичных возбуждений по сравнению с «экситонным антиферромагнетиком» приводит к тому, что за вычетом членов  $a_s \Delta_s^2$  и  $a_f \Delta_f^2$  разложение функционала Ландау свободной энергии для соизмеримых ВСП и ВЗП является разложением по степеням суммы  $\Delta_s^2 + \Delta_f^2$ . В результате уравнения для параметров порядка имеют решение лишь при  $T_s = T_f$ , что существенно сужает, очевидно, возможности применения такой модели для объяснения свойств реальных антиферромагнетиков с ВЗП и, в частности, фаз Магнелли.

В то же время при любых  $T_s$  и  $T_f$  корректный учет вклада индуцированного двухзонного антиферромагнетизма, приводящего, согласно (13) и

(9), к дополнительному понижению энергии основного состояния системы, показывает возможность сосуществования однофазных сопоставимых ВЗП и ВСП по крайней мере в высокотемпературной области, где справедливо разложение (9), (20). Вопрос о том, какие из двух ( $\gamma=0$  или  $\pi/2$ ) ВЗП и, ниже  $T_N$ , ВСП реализуются, зависит от соотношения вершин  $\theta_1$  и  $\theta_2$  (см. (6)). В простейшем случае, когда  $q=1/2 G$  ( $G$  — вектор обратной решетки), инвариантность вершины  $\hat{\Gamma}$  относительно вращений в плоскости ХУ изотопического пространства отражает энергетическую неэквивалентность волн плотности, максимумы амплитуды которых приходятся на узлы и междоузлия кристаллической решетки. Такая неэквивалентность снимается для несоизмеримых структур, что в отсутствие пиннинга волн плотности примесями приводит, в частности, к появлению безактивационной фазовой (или трансляционной) моды спиновых волн [17, 18].

Представленная модель не учитывает особенностей микроскопической структуры окислов ванадия и потому неприменима для описания антиферромагнитных свойств этих соединений. С другой стороны, в работах [13, 14], где была построена такая феноменологическая теория, исключался из рассмотрения двухзонный параметр порядка  $\Delta_A$ . Непосредственным сравнением соответствующих выражений для величин  $\Delta_s^2$  и  $\Delta_z^2$  нетрудно, однако, убедиться, что выводы феноменологической теории [13, 14] остаются справедливыми с точностью до перенормировки коэффициента  $\beta_2$ , под которым следует понимать величину  $\beta_2 - \beta_3^2/\alpha_A$ . При учете членов более высокого порядка малости в разложении свободной энергии перенормировка затрагивает также коэффициент  $\gamma_2$ .

#### С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Куликов Н. И., Тугушев В. В. // УФН. 1984. Т. 144. № 4. С. 643—680.  
 [2] Кулатов Э. Т., Куликов Н. И., Тугушев В. В. // Тр. Ин-та общ. физ. 1986. № 3. С. 122—142.  
 [3] Ахизер И. А., Баранник Е. А. // Металлофизика. 1986. Т. 8. № 3. С. 3—21.  
 [4] Силин В. П. // Препринт ФИАН № 141. М., 1982. 27 с.  
 [5] Козлов А. Н., Максимов Л. А. // ЖЭТФ. 1965. Т. 48. № 4. С. 1184—1193.  
 [6] Fedders P. A., Martin P. C. // Phys. Rev. 1966. V. 143. N 1. P. 245—259.  
 [7] Ахизер И. А., Чудновский Е. М. // ФТТ. 1975. Т. 17. № 7. С. 1907—1913.  
 [8] Силин В. П., Солонцов А. З. // ЖЭТФ. 1977. Т. 73. № 3. С. 1073—1084.  
 [9] Уайт Р. Квантовая теория магнетизма: Пер. с англ. М., 1985. 304 с.  
 [10] Волков Б. А., Кобаев Ю. В., Русянов А. И. // ЖЭТФ. 1975. Т. 68. № 5. С. 1899—1914.  
 [11] Волков Б. А., Русинов А. И., Тимеров Р. Х. // ЖЭТФ. 1976. Т. 70. № 3. С. 1130—1141.  
 [12] Волков Б. А., Тугушев В. В. // ЖЭТФ. 1979. Т. 77. № 5. С. 2104—2116.  
 [13] Кобаев Ю. В., Мокеров В. Г. // ДАН СССР. 1982. Т. 264. № 6. С. 1370—1374.  
 [14] Idlis V. G., Koraev Yu. V. // Sol. St. Comm. 1983. V. 45. N 3. P. 301—304.  
 [15] Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М., 1962. 443 с.  
 [16] Rice T. M. // Phys. Rev. B. 1970. V 2. N 9. P. 3619—3630.  
 [17] Ахизер И. А., Баранник Е. А. // ФММ. 1984. Т. 57. № 4. С. 658—670.  
 [18] Psaltakis G. C. // Sol. St. Comm. 1984. V. 51. N 7. P. 535—538.

Харьковский государственный  
 университет им. А. М. Горького  
 Харьков

Поступило в Редакцию  
 26 декабря 1988 г.  
 В окончательной редакции  
 25 апреля 1989 г.