

УДК 539.211

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ НА ВОЛЬТ-АМПЕРНУЮ ХАРАКТЕРИСТИКУ ТУННЕЛЬНЫХ КОНТАКТОВ

Ю. В. Назаров

Теоретически исследуется влияние межэлектронного взаимодействия на темп туннелирования, приводящее к нулевым аномалиям вольт-амперной характеристики (ВАХ). Показано, что низкочастотные электромагнитные возбуждения, порождаемые проходящим через диэлектрическую прослойку электроном, влияют в ряде случаев определяющим образом на величину таких аномалий и на вид их зависимости от напряжения смещения. Приведен ряд новых результатов для еще экспериментально не исследованной области параметров.

Аномалии ВАХ туннельных контактов при нулевом смещении (zero-bias anomaly) наблюдались давно [1]. Некоторые из них удается объяснить как эффект рассеяния на парамагнитных примесях [2]; причина существования других, имеющих вид максимума в сопротивлении и зависимость от напряжения смещения $\delta G/G \sim V^{1/2}$ или $\delta G/G \sim \ln V$, имеет, как представляется, более фундаментальный характер.

Ключевую роль в понимании наблюдаемых явлений сыграли работы [3-5], в которых показано, что электромагнитное межэлектронное взаимодействие дает специфический вклад в плотность состояний носителей вблизи уровня Ферми. Этот малый вклад проявляется в наблюдаемых явлениях в силу его неаналитической зависимости от расстояния от уровня Ферми. Таким образом, удалось объяснить корневой вклад в контактанс контакта и переход с корневого закона на логарифмический при уменьшении толщины одного из электродов, что было подтверждено в экспериментах [6, 7].

В теории [3-5] имеются два пункта, требующие уточнения. Прежде всего здесь темп туннелирования считается пропорциональным плотности состояний в берегах контакта. Это предположение, несомненно верное в рамках одночастичной схемы, не выполняется при учете межэлектронного взаимодействия. Не учитывается здесь и запаздывание электромагнитного поля, что, как будет показано ниже, может оказаться существенным.

В статье изложен более последовательный подход к вычислению аномалий ВАХ, учитывающий эти моменты. Главным физическим отличием от результатов [3-5] является учет влияния на аномалии процессов порождения проходящим через диэлектрическую прослойку электроном низкочастотных электромагнитных возбуждений. Если материал достаточно чистый ($k_F l \gg c/e^2$), то вклад этих возбуждений определяющий; в обратном предельном случае получается ответ из [3, 5]. Характерный пространственный масштаб задачи также определяется этими возбуждениями, что проявляется в рассмотренных в статье эффектах конечности поперечного размера контакта.

Нашей задачей будет являться вычисление поправок к туннельному току при данном значении напряжения смещения V , происходящих от низкочастотной части электромагнитного взаимодействия с учетом запаздывания этого взаимодействия. Будем исходить из гамильтониана

$$H = H_R + H_L + H_{Imp} + H_T + H_{ph}. \quad (1)$$

Здесь $H_{R,L}$ описывают электроны в левом и правом берегах контакта и их взаимодействие с электромагнитным полем

$$H_{R,L} \int_{x \in R,L} d^3x \left(\psi^\dagger(x) \varepsilon_{R,L} \left(-i \frac{\partial}{\partial x} - \frac{e}{c} \hat{A}(x) \right) \psi(x) \pm \frac{eV}{2} \psi^\dagger(x) \psi(x) \right).$$

Переходы носителей заряда с берега на берег описываются туннельным членом

$$H_T = \hat{T} + \hat{T}^+, \quad \hat{T} = \int_{x \in L} d^3x \int_{x' \in R} d^3x' T(x, x' | \hat{A}) \psi^\dagger(x) \psi(x'),$$

при этом оператор туннельного тока есть $I + ie(\hat{T} - \hat{T}^+)$. Слагаемое H_{Imp} описывает рассеяние носителей на примесях и границе материала; H_{ph} — гамильтониан свободных фотонов.

Туннельный ток будем вычислять во втором порядке теории возмущений по H_T . В этом случае ВАХ можно получить путем аналитического продолжения мацубаровской функции Грина оператора тока и туннельного гамильтониана

$$I(V) = \text{Im} \left\{ \left| \int_{i\omega_n \rightarrow eV + i0}^{+\beta} d\tau \exp(i\omega_n \tau) \langle I(0) \hat{H}_T(\tau) \rangle_{V=0} \right| \right\}. \quad (2)$$

Для определения зависимости туннельной амплитуды от электромагнитного поля следует воспользоваться соображениями калибровочной инвариантности, а также тем обстоятельством, что носитель при туннелировании движется по наиболее выгодной траектории, соединяющей точки x, x' . Отсюда

$$T(x, x' | \hat{A}) = T(x, x') \exp \left(-ie \int_x^{x'} dz \hat{A}(z)/c \right).$$

Сформулированная таким образом задача исследовалась в [8] методом функциональных квадратур. Здесь будет применен более адекватный нашим целям и использованный в [3-5] метод диаграммной техники.

Как показано в [3], для вычисления интересного вклада в плотность состояний достаточно рассмотреть диаграммы, содержащие одну перенормированную функцию Грина электрического поля. Такая же ситуация имеет место и для вычисления аномалий ВАХ непосредственно. При этом аномальные поправки к току много меньше тока «в отсутствие взаимодействия» $I = VR_0$ (R_0 — сопротивление контакта) и выделяются благодаря неаналитической зависимости от V .

Различные типы возникающих при этом диаграмм приведены на рис. 1: волнистая линия — функция Грина фотона в среде D^{ab} ; прямые линии со стрелками — функции Грина электронов; овалы — туннельные амплитуды; черные треугольники — перенормировка примесями вершины взаимодействия с электромагнитным полем. Разложение идет по низкочастотной части электромагнитного поля; характерный масштаб времени в задаче, как можно видеть из (2), задается при $T=0$ напряжением смещения, $t_{\text{хар}} \sim (eV)^{-1}$.

Ввиду большого числа рассматриваемых диаграмм их целесообразно сгруппировать перед вычислением. Для этого, во-первых, перейдем к представлению Вигнера для электронных функций Грина $G(x, x') \rightarrow G(p, x)$;

во-вторых, для значений p , близких к Ферми-поверхности металла, заменим $G(p, x) \rightarrow G(n, \xi, x)$, где $\xi = \varepsilon(p) - \mu$, и выполним интегрирование по переменной ξ : $\tilde{G}(n, x) = \int d\xi G(n, x, \xi)$.

Для диаграммы б (рис. 1), например, получим выражение

$$\int d^2x_R d^2x_L d^2n_R d^2n_L w(n_R, n_L; x_R, x_L) \int d^3x_1 d^3x_2 \int_0^\beta d\tau_1 \int_0^\beta d\tau_2 \frac{\delta \tilde{G}(\tau, \tau', n_R, x_R)}{\delta A^\alpha(\tau_1, x_1)} \times \\ \times \frac{\delta \tilde{G}(\tau, \tau', n_L, x_L)}{\delta A^\beta(\tau_2, x_2)} D^{\alpha\beta}(x_1, \tau_1; x_2, \tau_2). \quad (3)$$

Здесь учтено, что туннельная амплитуда быстро спадает в глубь металла и поэтому интегрирование по переменным $x_{R, L}$ происходит по поверхности

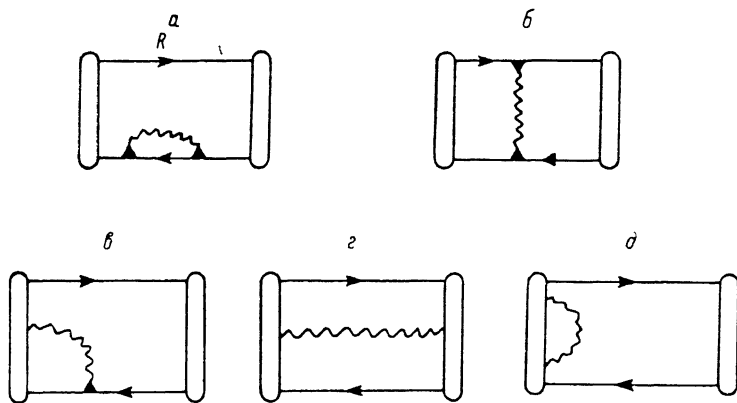


Рис. 1. Диаграммы для $\langle I(0) \hat{H}_T(\tau) \rangle$.

берегов. Произведение двух туннельных амплитуд заменено величиной $w(n_R, n_L; x_R, x_L)$, имеющей смысл квазиклассической вероятности туннелирования электрона с квазиимпульсом $p(n_R)$ из точки x_R в точку x_L с квазиимпульсом $p(x_L)$. Входящую в (3) вариационную производную проинтегрированную по ξ функции Грина электрона по внешнему электромагнитному полю можно представить в виде

$$\frac{\delta \tilde{G}(\tau, \tau', n, x)}{\delta A_{\omega_n}^\alpha(x_1)} = \tilde{G}_0(\tau - \tau') i (\exp(i\omega_n \tau) - \exp(i\omega_n \tau')) j_{\omega_n}^z(n, x, x_1),$$

где

$$\tilde{G}_0(\tau) = v_0 T \sum_{\varepsilon_n} \exp(-i\varepsilon_n \tau) \text{sign } \varepsilon_n \quad (\varepsilon_n = 2\pi(n + 1/2)T),$$

а $j_{\omega}^z(n, x, x_1)$ подчиняется кинетическому уравнению во мнимом времени (условие применимости такого уравнения $\omega \ll \varepsilon_F$, т. е. $eV \ll \varepsilon_F$)

$$\left(\omega_n + \frac{\partial}{\partial x} V(n) + \text{sign } \omega_n \int W(n, n') d^2n' \right) j_{\omega_n}^z(x, n) - \\ - \text{sign } \omega_n \int W(n', n) j_{\omega_n}^z(x, n') d^2n' = eV^\alpha(n)/c \cdot \delta^3(x - x_1). \quad (4)$$

Здесь $W(n, n')$ включает в себя рассеяние на примесях и на границе металла. Прямым вычислением соответствующих выражений можно показать, что

$$\frac{\delta^2 \tilde{G}(\tau, \tau', n, x)}{\delta A_{\omega}^\alpha(x_1) \delta A_{\omega}^\beta(x_2)} = \frac{1}{2} \tilde{G}_0(\tau - \tau') \sin^2(\omega(\tau - \tau')/2) j_{\omega}^z(x, x_1, n) j_{-\omega}^z(x, x_2, n).$$

Целесообразно также ввести величину $j^{RL}(x_R, x_L, x)$

$$\delta T(x_R, x_L | A) / \delta A^\alpha(x) = -i j_\alpha^{RL} T(x_R, x_L).$$

Тогда для поправки к току получим

$$\delta I(V) R_0 = \text{Im} \int_{\omega \rightarrow i\varepsilon V + 0} \left| 2T\pi^2 \int_{-\beta}^{+\beta} d\tau \frac{\sin^2(\omega_n \tau / 2)}{\sin^2(\pi T \tau)} \left(\int d^2 n d^2 n' \bar{w}(n, n') \right)^{-1} \int d^2 n d^2 n' T \times \right. \\ \left. \times \sum_{\nu_n} \sin^2(\nu_n \tau / 2) S(\nu_n, n, n') \bar{w}(n, n'), \right. \\ S(\omega, n, n') = \frac{1}{2} \int d^3 x d^3 x' j_{-\omega}^{\alpha}(x, n, n') j_{\omega}^{\beta}(x', n, n') D_{\omega}^{\alpha\beta}(x, x'), \\ \left. j_{\omega}(n, n', x) = j_{\omega}^{(R)}(0^R, x, n) - j_{\omega}^{(L)}(0^L, x, n') + j^{RL}(0^R, 0^L, x). \right. \quad (5)$$

При выводе этого соотношения контакт считается однородным, поэтому $w(n', n; x', x)$ зависит только от разности координат. Можно считать, что туннелирование происходит между ближайшими точками берегов, и записать символически $w(n', n; x', x) = \bar{w}(n', n) \delta(x' - x)$. Полный ток в силу однородности пропорционален току, создаваемому переходами между точками $0^R, 0^L$. Коэффициент пропорциональности можно выразить через сопротивление контакта.

Таким образом, задача сводится к решению кинетического уравнения (4) для определения «токов» $j^{(R), (L)}$ и материальной части уравнений Максвелла и решения уравнений электродинамики для определения $D_{\omega}^{\alpha\beta}$.

Д и ф ф у з и о н н о е п р и б л и ж е н и е и э л е к т р о н е й т р а л ь н о с т ь

Дальнейшие упрощения возникают, если ограничить наше рассмотрение пространственными и временными масштабами, много большими, чем время релаксации электронов по импульсу τ и длина свободного пробега l соответственно. Это позволяет перейти от кинетического уравнения (4) к уравнению диффузии

$$(|\omega| - D \nabla_x^2) j^{\alpha}(x, x') = -D \frac{e}{c} \frac{\partial}{\partial x^{\alpha}} (\delta(x - x')), \quad (6) \\ j_n(x) = 0, \quad x \subset \text{границе}, \quad x \neq x'.$$

Здесь D — коэффициент диффузии носителей; j^{α} мы положили не зависящим от n , поскольку в силу сделанных предположений изотропная по n часть \mathbf{j} много больше анизотропной. Величину j^{α} можно представить в виде градиента

$$j^{\alpha}(x, x') = \frac{\partial}{\partial x^{\alpha}} \Phi(x, x').$$

Нужную нам величину $S(w)$ из (5) удобно вычислить исходя из соотношения

$$S(\omega) = \frac{1}{2} \int j_{-\omega}^{\alpha}(x) A_{\omega}^{\alpha}(x) d^3 x. \quad (7)$$

Здесь A удовлетворяет уравнению Максвелла

$$\omega^2 A_{\omega}^{\alpha} / c^2 - \text{rot}_{\alpha} \text{rot } \mathbf{A} = 4\pi (j_{\text{мат}}^{\alpha} + j_{\omega}^{\alpha}) / c.$$

Материальная часть в диффузионном приближении есть

$$\mathbf{j}_{\text{мат}} = -|\omega| c \mathbf{A} / c - D \text{grad } \rho, \quad (8)$$

$$|\omega| \rho + \text{div } \mathbf{j}_{\text{мат}} = 0, \quad (8a)$$

$$j_{\text{мат}}^z = 0 \text{ на границе, } \mathbf{j}_{\text{мат}} = 0 \text{ вне металла.} \quad (8б)$$

Поскольку $\mathbf{j} = \nabla \Phi$, решение $\rho = D \Phi$, $\mathbf{A} = 0$ удовлетворяется внутри металла, но при этом нарушается условие (8б).

В силу электронейтральности $\text{div } \mathbf{A} = 0$ в металле везде, кроме слоя толщины $\sim r_D$ вблизи поверхности. Вклад этого слоя, считая r_D меньше

всех характерных размеров задачи, можно учесть в форме граничных условий на поверхности металла. Окончательно получим следующую систему уравнений для определения A :

$$\begin{aligned}(\omega^2 - c^2 \nabla^2) A &= -4\pi |\omega| \sigma c A \text{ в металле,} \\ (\omega^2 - c^2 \nabla^2) A &= 4\pi c j^{RL} \text{ вне металла,} \\ 4\pi c j_{\perp} + A_n^{(0)} \omega^2 - A_n^{(1)} (4\pi \sigma |\omega| + \omega^2) &\text{ на границе.}\end{aligned}\quad (9)$$

Здесь $A^{(0)}$ — поле вне, $A^{(1)}$ — внутри металла. Вклад в (7) от глубины металла можно представить в виде поверхностного интеграла

$$S(\omega) = \frac{1}{2} \int j_{\omega} A_{\omega} dV = -\frac{1}{2} \int ds \Phi A_n, \quad \text{так как } \operatorname{div} A = 0. \quad (10)$$

Вклад в действие от поверхностного ($\sim r_D$) слоя металла пренебрежимо мал, если толщина туннельного барьера $2a \gg 2r_D$, что обычно выполняется

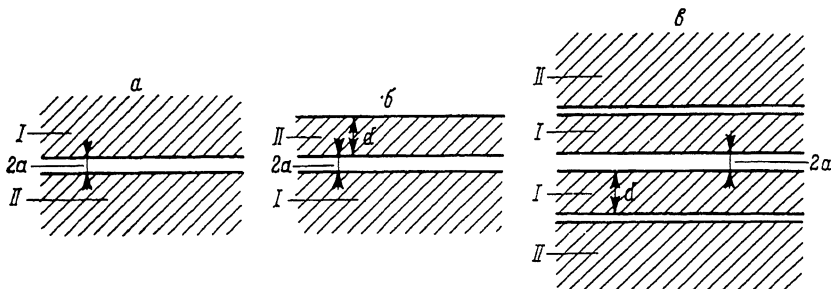


Рис. 2. Различные варианты геометрии туннельного эксперимента. Металлические электроды заштрихованы.

в хороших металлах. Если это условие нарушено, то, как можно показать, если при этом r_D все еще много меньше характерных длин задачи, достаточно во всех последующих формулах заменить $2a$ на $2a + r_{DI} + r_{DII}$.

Изотропия S по \mathbf{n} позволяет существенно упростить (5). Будем пользоваться наиболее удобной формулой, справедливой при нулевой температуре

$$e^{-1} R_0 \frac{\partial^2 I}{\partial V^2} = \frac{1}{2\pi} \operatorname{Im} \left(\left. \frac{1}{\omega + i\varepsilon V + 0} S(\omega) \right) \right). \quad (11)$$

Трехмерная геометрия

Рассмотрим простую геометрию контакта (рис. 2, а) — два полубесконечных берега, разделенных диэлектрической прослойкой толщины $2a$. Перейдя в Фурье-представление по координатам, параллельным плоскости контакта, решив системы (6), (9) и проинтегрировав по z в (7), получим, считая материал берегов одинаковым

$$\begin{aligned}S(\omega) &= \frac{8e^2 a}{|\omega|} \int dq q \frac{1}{|\omega| + 4\rho \delta q^2 a \delta_1^{-1}} \left(1 - \frac{q^2}{\delta_1 \delta_2} \right), \\ \delta_1^2 &= 4\pi c |\omega| / c + q^2 \equiv |\omega| / D^* + q^2, \quad \delta_2^2 = |\omega| / D + q^2.\end{aligned}\quad (12)$$

Учет диэлектрической проницаемости прослойки достигается заменой a на a/ε . Величина a обычно имеет атомный масштаб, и интересующие нас значения волнового вектора \mathbf{q} малы: $(qa) \ll 1$. Два слагаемых в скобке в (12) отвечают вкладам в (7) от металлов и диэлектрической прослойки. Поле в металле меньше поля в прослойке в отношении qa , но при интегрировании по z в (7) большее поле приобретает множитель a и поэтому оба слагаемых одного порядка величины. В выражении (12) фигурируют три различных знаменателя. Два из них $|\omega| / D + q^2$ и $|\omega| / D^* + q^2$ описывают

диффузное движение носителей и диффузию электромагнитного поля в металле. Знаменатель перед скобкой описывает специфическое для данной геометрии электромагнитное возбуждение, генерируемое прохождением заряда через прослойку. Если прониести через прослойку сторонний точечный заряд, то электроны металла, экранируя его, создадут на противоположных берегах контакта поверхностные заряды, локализованные в начальный момент вблизи точки прохождения. Эти поверхностные заряды начнут расплываться, и дальнейшая история описывается аналитическим продолжением знаменателя на ось действительных частот. Имеется граничная частота $\omega_0 = (4\pi\sigma a)^2/D^*$; при частотах много меньше ω_0 распространение рассматриваемых возбуждений определяется скин-эффектом, а при частотах больше ω_0 запаздывание поля несущественно. Для хороших металлов ω_0 , быстро растущая с повышением чистоты материала, много больше частот, ограничивающих применимость нашего рассмотрения, и только для очень грязных ($k_{Fl} \leq 5$) металлов это не так. Последнее обстоятельство разберем ниже, а пока будем считать $\omega \ll \omega_0$.

При этом условии, выполнив интегрирование по q в (12) и воспользовавшись (11), получим

$$e^{-1}R_0 \frac{\partial^2 I}{\partial V^2} = (2eV)^{-1/2} \frac{1}{\pi^2\sigma} \left(D^{-1/2} + \frac{(D^*)^{-1/2}}{4} \ln \frac{V_0}{V} \right), \quad (13)$$

$$eV_0 = 64 \exp(2 + \pi/2) \sigma^2 a^2 / D^*.$$

В слагаемое, пропорциональное $D^{-1/2}$, дает вклад область значений $q \sim (eV/D)^{1/2}$, т. е. диффузионные возбуждения. Это слагаемое совпадает с ответом, полученным в [3], с учетом удвоения поправки к плотности состояний на границе металла [5]. Второе слагаемое набирается при интегрировании от $q \sim (eV/D)^{1/2} (eV/\omega_0)^{1/4}$ до $q \sim (eV/D^*)^{1/2}$ и описывает вклад электромагнитных возбуждений. Относительный вклад слагаемых зависит от чистоты материала берегов контакта.

Если $k_{Fl} \ll c/e^2$, доминирует первое слагаемое и справедливы выводы [3-5]. В противоположном предельном случае доминирует второе слагаемое, изменяется зависимость аномалии от V . Логарифм в (13) может принимать большие значения; так, при $V=1$ мВ, $\sigma=10^{17}$ с⁻¹, $a=10$ Å $\ln(V_0/V) \approx 13$. При данном V аномальная поправка уменьшается с ростом удельной проводимости материала, чем затруднено ее наблюдение. Отметим, что в (13) при $k_{Fl} \gg c/e^2$ это уменьшение происходит по закону $\sigma^{-1/2}$, медленнее, чем предсказывалось ранее.

Приведем ответ для случая, когда материалы берегов разные

$$e^{-1}R_0 \frac{\partial^2 I}{\partial V^2} = \frac{(2eV)^{-1/2}}{\pi^2} \{ (\sigma_I D_I^{1/2})^{-1} + (\sigma_{II} D_{II}^{1/2})^{-1} + [(\sigma_I D_I^{1/2})^{-1} + (\sigma_{II} D_{II}^{1/2})^{-1}] \ln(V_0/V)/4 \}, \quad (14)$$

$$eV_0 = 16 \exp(4 + \pi/2) \{ \sigma_I (D_I^*)^{-1/2} + \sigma_{II} (D_{II}^*)^{-1/2} \}^2 a^2.$$

Как мы видим, имеется приближительная аддитивность вкладов различных берегов, неаддитивность происходит только из-за логарифмов. Доминирует вклад наиболее грязного материала.

Если вышеупомянутое условие $\omega \ll \omega_0$ нарушается, это не сказывается на вкладе диффузионных возбуждений, доминирующем в этом случае. Учет электромагнитных возбуждений при $\omega \gg \omega_0$ дает поправки к ВАХ, аналитические по V , т. е. не дающие вклад в аномалии.

Приведенное рассмотрение справедливо, если характерные частоты, задаваемые напряжением смещения, достаточно низкие, так что электромагнитное поле проникает в металл по закону нормального скин-эффекта. В чистом ($k_{Fl} \gg c/e^2$) материале имеется область $(c/l)^2/\sigma \ll eV \ll \ll 1/\tau$, в которой скин-эффект нужно рассматривать как аномальный, но при этом (6) остается справедливым. Приведем, заканчивая рассмотрение трехмерной геометрии, справедливое по порядку величины в этой области V выражение для аномальной части ВАХ

$$e^{-1}R_0 \frac{\partial^2 I}{\partial V^2} = (eV)^{-1} \left(\frac{eV\sigma}{c^2 l} \right)^{1/3} (e^2/\sigma) \ln(\sigma^2 a^3/c^2 l (eV)^5).$$

Двумерная геометрия

Рассмотрим случай, когда один из электродов имеет конечную толщину d , сравнимую с фигурирующими в рассматриваемой схеме характерными длинами $(D/eV)^{1/2}$, $(D^*/eV)^{1/2}$, и граничит с диэлектриком (рис. 2, б). В интересующей нас области частот можно положить $A_p=0$ на внешней границе. Разрешая (6), (9), получим общее выражение для $S(\omega)$

$$S(\omega) = \frac{8e^2 a}{|\omega|} \int dq q \frac{1}{|\omega| + 2\pi q^2 a/R} \left(1 - \frac{q^2}{\sigma_I R \delta_{2I}} - \frac{q^2 \operatorname{cth}(\delta_{2II} d)}{\sigma_{II} R \delta_{2II}} \right), \quad (15)$$

$$R = R_I + R_{II}, \quad R_I^{-1} = \sigma_I/\delta_{1I}, \quad R_{II}^{-1} = \sigma_{II}/\delta_{1II} \operatorname{cth}(\delta_{1II} d).$$

Слагаемые в скобке есть вклады в (7) от диэлектрической прослойки, первого и второго металлов. Распространение электромагнитных возбуждений описывается знаменателем перед скобкой и определяется сопротивлениями R_I , R_{II} электродов.

Рассмотрим сначала ситуацию, когда d имеет промежуточный масштаб между характерной длиной диффузии $l_D \sim (D_I/eV)^{1/2}$ и скин-глубиной $l_S \sim (D_{II}^*/eV)^{1/2}$. Если металл второго электрода чистый ($D \gg D^*$), то $l_S \ll d \ll l_D$. В этом случае, пренебрегая членами порядка $(d/l_D)^2$, получим

$$e^{-1}R_0 \frac{\partial^2 I}{\partial V^2} = (2eV\pi^4)^{-1/2} \left\{ (\sigma_I D_I^{1/2})^{-1} + [(\sigma_{II} D_{II}^{1/2})^{-1} + (\sigma_I D_I^{*1/2})^{-1}] \ln(\bar{V}_0/V)/4 - (\sigma_{II} D_{II}^{*1/2})^{-1} \right\} + (2\pi^2 \sigma_{II} d eV)^{-1/2} \ln(D/eV d^2). \quad (16)$$

Сравнивая (16) с (14), видим, что, во-первых, сменилась зависимость от eV диффузионного вклада первого металла, а во-вторых, изменился коэффициент при $V^{-1/2}$. Эти изменения малы в рассматриваемой области, но, по-видимому, могут быть выделены, если вычестить из измеряемых при $d \ll l_D$ значений аномалии продолжение на эту область измеренных при $d \gg l_D$ экспериментальных данных.

Если материал грязный, то реальны условия $l_D \ll d \ll l_S$. При этом

$$e^{-1}R_0 \frac{\partial^2 I}{\partial V^2} = (2eV\pi^4)^{-1/2} \left\{ (\sigma_I D_I^{1/2})^{-1} + (\sigma_{II} D_{II}^{1/2})^{-1} \right\} + (2\pi^2 \sigma_{II} eV d)^{-1} \ln(V_I/V), \quad eV_I = \pi \sigma_{II} a/d, \quad (17)$$

если $R_{II} = \sigma_{II} d \gg R_I$. Изменяется по сравнению с (14) зависимость от eV вклада электромагнитных возбуждений. Это малое изменение может быть выделено так же, как и в предыдущем случае.

Таким образом, при промежуточных масштабах d становится двумерным один из рассматриваемых вкладов, который не является доминирующим; при этом его зависимость от V переходит с закона $V^{-1/2}$ на закон $V^{-1} \ln V$ (ср. [4]). При дальнейшем уменьшении d : $d \ll l_S$, l_D становятся двумерными оба вклада, при этом

$$e^{-1}R_0 \frac{\partial^2 I}{\partial V^2} = e^2 (2\pi^2 eV)^{-1} R_{II} \ln(2\pi a/R_{II} D_{II}). \quad (18)$$

Эта формула совпадает с результатами [5]. В (18) вносит вклад интегрирование по q от $q^2 \sim eV/\sigma a d$ до $q^2 \sim eV/D$, вклады электромагнитных и диффузионных возбуждений сравнимы по величине. Можно обобщить (18) на случай, когда первый электрод также имеет конечную толщину d_I : $d_I \ll l_{SI}$, l_{DI} ,

$$e^{-1}R_0 \frac{\partial^2 I}{\partial V^2} = e^2 (2\pi^2 eV)^{-1} \left(R_I \ln \frac{2\pi a}{R D_I} + R_{II} \ln \frac{2\pi a}{R D_{II}} \right), \quad (19)$$

$$R_{I, II} = (\sigma_{I, II} d_{I, II})^{-1}.$$

Здесь, так же как и в (14), имеет место приближительная аддитивность вкладов двух берегов.

Может показаться, что зависимости аномалий ВАХ типа V^{-1} , $V^{-1} \ln V$ вообще характерны для двумерной геометрии эксперимента. Продемонстрируем, что это не так, для чего рассмотрим симметричную систему (рис. 2, е) двух электродов толщины d , составляющих туннельный контакт, отделенных изолирующей прослойкой толщины, много меньшей d , от массивного металла с высокой проводимостью $\sigma_{II} \gg \sigma_I$.

Граничное условие на внешней поверхности электрода имеет вид $\partial A_z / \partial z = -\delta_{II} \sigma_I / \sigma_{II}$. При $(eV/D_{II}^*)^{-1} \gg d^2$ можно считать $\partial A_z / \partial z = 0$, т. е. ситуация в корне отличается от только что разобранный. Будем считать материал электродов достаточно грязным: $D_I \ll D_I^*$. В этом случае при $eV \gg d^2 D$ доминирующий вклад в аномалию вносят процессы диффузии и

$$e^{-1} R_0 \frac{\partial^2 I}{\partial V^2} = e^2 (\pi^2 c d e V)^{-1} \ln (|1 + \text{ch}((1+i)(eV/D)^{1/2} d)|/2).$$

Это выражение стремится к нулю при $V \rightarrow 0$ в отличие от (18) $d^2 I / dV^2 \propto V$ и является аналитическим при $V=0$. Кривая кондактанса имеет точку перегиба при $eV \sim a D_I$. Поскольку диффузионный вклад стремится к нулю при достаточно малых напряжениях определяющим является вклад электромагнитных возбуждений. С учетом этого вклада при $eV \ll D d^{-2}$ имеем

$$\begin{aligned} e^{-1} R_0 \frac{\partial^2 I}{\partial V^2} &= \frac{e^2}{\pi c^2} \left(\frac{D_{II}^*}{2eV} \right)^{1/2} [\ln (D_{II}^* / eV d^2) + (D_{II}^* / D_I)^{1/2}], \quad D_{II}^* \gg D_I, \\ e^{-1} R_0 \frac{\partial^2 I}{\partial V^2} &= \frac{2e^2 d}{\pi c^2} \{ x [\ln (eV D_I d / c^2 a) + \ln (1 + 2x + 2x^2)/2] + \\ &+ (x+1) \{ \pi/2 + \arctg [x/(x+1)] \} \}, \quad x = (D_{II}^* / 2eV)^{1/2}, \quad D_{II}^* \ll D_I. \end{aligned} \quad (20)$$

Таким образом, в пределе низких частот для рассматриваемой двумерной геометрии характерен закон $V^{1/2} \ln V$, такой же, как и в случае трехмерной геометрии и чистого материала. Если параметры материалов допускают существование области напряжений $D_{II}^* / d^2 \ll eV \ll D_{II}^* / D_I d^2$, то в этой области $R_0 \partial^2 I / \partial V^2 \sim e^3 d / c^2$.

Э ф ф е к т ы к о н е ч н о с т и п о п е р е ч н о г о р а з м е р а

Как можно заметить, анализируя знаменатели в выражениях (15), (12), электромагнитные возбуждения распространяются быстрее, чем диффузионные, поэтому эффекты конечности поперечного размера начинают сказываться при значениях eV порядка обратного времени распространения электромагнитного возбуждения на весь контакт.

При таких V интегрирование по q необходимо заменить на суммирование по модам с дискретными значениями q

$$\int \frac{d^2 q (\dots)}{|\omega| + 2\pi q^2 a / R(\omega)} \rightarrow \frac{1}{L^2} \sum_{q_n} \frac{(\dots)}{|\omega| + 2\pi q_n^2 a / R(\omega)}, \quad q_n^2 \sim L^{-2}. \quad (21)$$

Здесь L^2 , L — площадь и характерный поперечный размер контакта. Учитывая, что интеграл в (21) логарифмически расходится, и рассматривая вклад мод с $q_n \neq 0$, замечаем, что конечность поперечного размера в логарифмическом приближении можно учесть, модифицировав нижнюю обрезку этого интеграла

$$q_{\text{обр}} \sim (\omega R(\omega) / a)^{1/2} \text{ при } \omega \gg \bar{\omega}, \quad q_{\text{обр}} \sim L^{-1} \text{ при } \omega \ll \bar{\omega}; \quad \bar{\omega} \sim a / R(\bar{\omega}) L^2.$$

Вклад моды с $q=0$, быстро расходящийся в пределе $\omega \rightarrow 0$, приводит к кулоновской блокаде туннелирования [8, 9]. Однако вклад этой моды становится заметным лишь при $\omega \ll e^2 a / L^2 \sim \bar{\omega} e^2 / R(\bar{\omega}) \ll \bar{\omega}$.

В случае трехмерной геометрии и чистого материала для симметричного контакта имеем

$$e^{-1}R_0 \frac{\partial^2 I}{\partial V^2} = (2eV)^{-1/2} (8\pi^2 (D^{*1/2}))^{-1} \ln (D^*/eVL^2), \quad eV \ll (cc^2 a/L^4)^{1/2}. \quad (22)$$

Если геометрия двумерная, в этом случае

$$e^{-1}R_0 \frac{\partial^2 I}{\partial V^2} = e^2 (4\pi^2 cd)^{-1} \ln (D/VeL^2), \quad eV \ll cda/L^2. \quad (23)$$

В (23) по сравнению с (18) добавляется растущий с уменьшением V логарифмический множитель. Закон изменения поправки к кондактансу в этой области $\delta G/G_0 \sim \ln^2 V$.

В заключение отметим, что изложенные результаты, касающиеся трехмерной геометрии и чистого материала (14), двумерной геометрии с экранированными электродами (20) и размерных эффектов (23), по-видимому, поддаются экспериментальной проверке на сегодняшнем уровне развития методики. Их наблюдение позволило бы однозначно решить вопрос о природе наблюдаемых нулевых аномалий.

Автор благодарен Д. В. Аверину за возбуждение интереса к тематике.

【Список литературы】

- [1] Роуэли Дж. // Туннельные явления в твердых телах. М.: Мир, 1973. С. 369—387.
- [2] Appelbaum J. // Phys. Rev. Lett. 1966. V. 17. N 1. P. 91—94.
- [3] Альтшулер Б. Л., Аронов А. Г. // ЖЭТФ. 1979. Т. 77. № 5 (11). С. 2028—2045.
- [4] Altshuler B. L., Aronov A. G., Lee P. A. // Phys. Rev. B. 1980. V. 44. N 16. P. 1288—1291.
- [5] Альтшулер Б. Л., Аронов А. Г., Зюзин А. Ю. // ЖЭТФ. 1984. Т. 86. № 2. С. 709—748.
- [6] Dynes R. G., Garno J. P. // Phys. Rev. Lett. 1981. V. 46. N 2. P. 137—140.
- [7] Amry Y., Ovadyahu Z. // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 49. N 11. P. 841—844.
- [8] Назаров Ю. В. // ЖЭТФ. 1989. Т. 95. № 3. С. 290—297.
- [9] Likharev K. K. // IBM J. Res. Develop. 1988. V. 39. N 1. P. 144—152.

Институт теоретической физики
им. Л. Д. Ландау
Черноголовка
Московская область

Поступило в Редакцию
5 января 1989 г.
В окончательной редакции
18 апреля 1989 г.