

## ВТОРОЙ МОМЕНТ ЛИНИИ ПАРАМАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА И ТЕПЛОЕМКОСТЬ ДИПОЛЬНОЙ ПОДСИСТЕМЫ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ПОЛЯРИЗАЦИИ И КОНЦЕНТРАЦИИ СПИНОВ

Е. К. Хеннер

Второй момент функции формы линии магнитного резонанса  $M_2$  и тесно связанная с ним теплоемкость подсистемы диполь-дипольных взаимодействий  $C_I$  — важнейшие параметры в спектроскопии магнитного резонанса, спиновой динамике и термодинамике в твердых телах [1]. В случае пространственно-регулярной спиновой системы (т. е. при отсутствии магнитного разведения) дипольная энергия (из которой легко находится  $C_d$ ) и  $M_2$  найдены при любых значениях поляризации соответственно в работах [2, 3] (см. также [1]). В случае же магнитного разведения вопрос, на наш взгляд, заслуживает дополнительного изучения; правильные результаты отнюдь не сводятся к умножению на концентрацию спинов выражений для  $C_d$  и  $M_2$ , полученных для регулярного случая. Магнитное разведение — ситуация, обычная для ЭПР;  $C_d$  и  $M_2$  важны здесь для теорий динамической поляризации ядер, релаксации ядер через парамагнитные примеси, насыщения и т. д.

Для квазиравновесной спиновой системы матрица плотности имеет вид

$$\rho = \exp(-\beta_z \omega_0 S_z - \beta H'_d) / \text{Sp} \exp(-\beta_z \omega_0 S_z - \beta H'_d), \quad (1)$$

где  $\omega_0$  — резонансная частота;  $\beta_z, \beta$  — обратные температуры зеemanовской и диполь-дипольной подсистем,

$$H'_d = \frac{1}{2} \sum_{j,k} n_j n_k A_{jk} \left( S_z^j S_z^k - \frac{1}{4} S_+^j S_-^k - \frac{1}{4} S_-^j S_+^k \right), \quad A_{jk} = \frac{\gamma^2 \hbar}{r_{jk}^3} (1 - 3 \cos^2 \theta_{jk}), \quad (2)$$

$n_j = 1$  или  $0$  в зависимости от того, занят ли узел  $j$  спином. Все суммы в данной работе берутся по всем узлам регулярной решетки. Теплоемкость  $C_d$ , определяемая, как это принято в теории магнитного резонанса, дифференцированием дипольной энергии по  $\beta$ , имеет вид

$$C_d = -\partial \langle \langle H'_d \rangle \rangle_{\rho} / \partial \beta = \langle \langle H_d'^2 \rangle \rangle_{\rho} - \langle \langle H'_d \rangle \rangle_{\rho}^2. \quad (3)$$

Ограничимся высокотемпературным приближением для подсистемы взаимодействий. Тогда внутренние угловые скобки в (3) — термодинамическое усреднение по матрице плотности

$$\rho_0 = \exp(-\beta_z \omega_0 S_z) / \text{Sp} \exp(-\beta_z \omega_0 S_z),$$

а  $\langle \dots \rangle_{\rho}$  — конфигурационное усреднение. Вычислим  $C_d$  и  $M_2$  при произвольной концентрации спинов  $f = N/N_{\text{з.т}}$  ( $N$  — число спинов), произвольной поляризации  $p = \langle S_z \rangle / S$  и произвольной величине спина  $S$ . Распределение спинов по узлам будем считать некоррелированным. Для конфигурационного усреднения решеточных сумм необходимо преобразовать их так, чтобы все индексы суммирования были попарно различны (такие суммы обозначаем  $\Sigma'$ ). Учитывая, что при некоррелированном распределении  $\langle n_j \rangle_{\rho} = f$ ,  $\langle n_j n_k \rangle_{\rho} = f^2$  ( $j \neq k$ ) и т. д., а также, что  $n_j^2 = n_j$ , после ряда преобразований получаем

$$C_d = \frac{1}{2} f^2 \sum_{j,k} A_{jk}^2 \left( \langle S_z^j \rangle^2 + \frac{1}{8} \langle S_+^j S_-^j \rangle \langle S_-^k S_+^k \rangle - 1 \right) +$$

$$+ f^3 \sum'_{jkm} A_{jk} A_{km} (\langle S_z^j \rangle \langle S_z^k \rangle \langle S_m^2 \rangle - 1) \quad (4)$$

(выписаны лишь отличные от нуля термодинамические средние). Теперь удобно вернуться к суммам без ограничений на совпадение индексов. Имеем

$$\sum'_{jkm} A_{jk} A_{km} = \sum_k \left( \sum_j A_{jk} \right) \left( \sum_m A_{mk} \right) - \sum_{jk} A_{jk}^2.$$

Обозначая

$$\sum_j A_{jk} = a_k, \quad \frac{1}{N_{\text{узл}}} \sum_k a_k^2 = \bar{a}^2, \quad \frac{1}{N_{\text{узл}}} \sum_{jk} A_{jk}^2 = \sigma^2,$$

получим

$$C_d = \frac{1}{2} f N S^2 \left[ (S+1) \left( S+1 + 2p \operatorname{cth} \frac{\beta_x \omega_0}{2} \right) + p^2 \left( \frac{9}{8} \operatorname{cth}^2 \frac{\beta_x \omega_0}{2} - \frac{1}{8} + p^2 S^2 \right) \right] \sigma^2 + \\ + f^2 N p^2 S^3 \left( S+1 + p \operatorname{cth} \frac{\beta_x \omega_0}{2} - p^2 S \right) (\bar{a}^2 - \sigma^2). \quad (5)$$

Здесь  $p$  — поляризация

$$p = \operatorname{cth} \frac{\beta_x \omega_0}{2} - (2S+1) \operatorname{cth} \left( \frac{2S+1}{2} \beta_x \omega_0 \right),$$

при переходе от (4) к (5) использованы явные выражения для  $\langle S_z^j \rangle$ ,  $\langle S_z^j S_z^j \rangle$ , приведенные в [2]. Аналогичные вычисления дают

$$M_2 = \frac{9}{4} f S \left( S+1 + p \operatorname{cth} \frac{\beta_x \omega_0}{2} \right) \sigma^2 + \frac{9}{4} f^2 S^2 p^2 (\bar{a}^2 - \sigma^2), \quad (6)$$

а для центрального второго момента, с учетом сдвига частоты резонанса

$$m_2 = M_2 - \frac{9}{4} f^2 S^2 p^2 \bar{a}^2, \quad \text{где} \quad \bar{a} = \frac{1}{N_{\text{узл}}} \sum_k a_k.$$

Рассмотрим частные случаи. При  $S = 1/2$

$$C_d = \frac{1}{64} f N (1 - p^2) [(3 + 2p^2) \sigma^2 + 4fp^2 (\bar{a}^2 - \sigma^2)], \quad (7)$$

$$M_2 = \frac{9}{16} f [\sigma^2 + fp^2 (\bar{a}^2 - \sigma^2)], \quad m_2 = M_2 - \frac{9}{16} f^2 p^2 \bar{a}^2. \quad (8)$$

Для решеток с кристаллографически эквивалентными узлами и эллипсоидальных образцов  $a_k$  не зависит от номера узла и  $\bar{a}^2 = a^2$ . При  $f=1$ , т. е. в отсутствие разведения, формулы (6), (8) переходят в соответствующие формулы работы [3]. В частности, для случая эквивалентных узлов

$$m_2 = 9/16 (1 - p^2) \sigma^2 = m_2(0) (1 - p^2), \quad (9)$$

где  $m_2(0) = m_2(\beta_x = 0)$ . В противоположном предельном случае очень сильного разведения (при  $f \ll 1$ )

$$m_2 = 9/16 f \sigma^2 = m_2(0) \quad (10)$$

не зависит от поляризации. Это отражает качественную разницу между поведением линии магнитного резонанса в регулярной и разбавленной системах. Заметим, что при  $f \ll 1$  величина  $\bar{a}^2$  не влияет на  $m_2$ .

При  $f=1$  формула (7) принимает вид

$$C_d = \frac{N}{64} (1 - p^2) (3 - 2p^2) \sigma^2 + \frac{N}{16} p^2 (1 - p^2) \bar{a}^2 \quad (11)$$

и совпадает с формулой, которую легко получить из выражения для  $\langle H'_d \rangle$ , приведенного в [1, 3] (для  $S=1/2$ ; для произвольного спина аналогичный расчет выполнен в [4], его результаты сопоставимы с (5) при  $f=1$ ). При сильном разведении ( $f \ll 1$ ) формула (7) дает

$$C_d = \frac{N}{64} f(1 - p^2)(3 + 2p^2) \sigma^2 \quad (12)$$

и величина  $\bar{a}^2$  не влияет на значение теплоемкости. Отметим, что даже при  $\bar{a}^2 = 0$  зависимость теплоемкости от поляризации при  $f=1$  и при  $f \ll 1$  существенно различна (множитель  $3 - 2p^2$  меняется на  $3 + 2p^2$ ).

Учет нелинейных эффектов по спиновой температуре позволил продвинуться за пределы высокотемпературного приближения для подсистемы взаимодействий при отсутствии разведения ( $f=1$ ), а метод концентрационного разложения [5] — при сильном разведении ( $f \ll 1$ ). Однако получение вне высокотемпературного приближения для подсистемы взаимодействий формул типа (5) — (8), справедливых при любой концентрации спинов, весьма проблематично.

Автор благодарен В. А. Адаркину за обсуждения, стимулировавшие выполнение данной работы.

### С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Абрагам А., Гольдман М. Ядерный магнетизм: порядок и беспорядок. М.: Мир. 1984. Т. 1, 2.
- [2] Abragam A., Chapellier M., Coldman M., Jacquinet J. F. // J. Magn. Reson. 1973. V. 10. N 3. P. 322—346.
- [3] Goldman M., Jacquinet J. F., Chapellier M., Vu Hoang Chau // J. Magn. Reson. 1975. V. 18. N 1. P. 22—40.
- [4] Сабиров Р. Х. // УФЖ. 1988. Т. 33. № 6. С. 885—888.
- [5] Хеннер Е. К. // ФТТ. 1988. Т. 30. № 9. С. 2569—2575.

Пермский государственный  
педагогический институт  
Пермь

Поступило в Редакцию  
18 января 1989 г.  
В окончательной редакции  
3 апреля 1989 г.

УДК 536.48; 537.622

Физика твердого тела, том 31, в. 8, 1989  
Solid State Physics, vol. 31, N 8, 1989

## МАГНИТНОЕ УПОРЯДОЧЕНИЕ ПРИ ДАВЛЕНИЯХ ДО 2.2 ГПа И УПРУГИЕ СВОЙСТВА СОЕДИНЕНИЙ $\text{CuM}_2\text{Vr}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$

В. П. Дьяконов, В. И. Маркович

Ранее было установлено [1-3], что в гейзенберговских ферромагнетиках  $\text{CuM}_2\text{Vr}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  ( $M = \text{NH}_4, \text{Rb}$ ) обменные взаимодействия в двух ближайших координационных сферах имеют ферромагнитный характер. При этом рост температуры Кюри при всестороннем сжатии до 1 ГПа происходит за счет увеличения обмена в первой координационной сфере  $\mathcal{J}_1$ , так как эффективный обмен во второй координационной сфере  $\mathcal{J}_2$ , являющийся суперпозицией сверхобмена в базисной плоскости  $\mathcal{J}_{2\parallel}$  и вдоль оси  $C_4 - \mathcal{J}_{2c}$ , под давлением уменьшается [4].

Исследования изоморфных соединений с хлором  $\text{CuM}_2\text{Cl}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  [5], у которых  $\mathcal{J}_1 > 0$ ,  $\mathcal{J}_2 < 0$ , показали, что антиферромагнитное взаимодействие  $\mathcal{J}_{2c}$ , при котором осуществляется  $\sigma$ -связь между двумя наполовину заполненными  $\psi(x^2 - y^2)$  орбиталями, возрастает с уменьшением размеров элементарной ячейки вдоль тетрагональной оси, что при достаточно больших давлениях ( $P > 1$  ГПа) приводит к качественному изменению характера зависимости  $T_c(P)$ . Так, в  $\text{CuRb}_2\text{Cl}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  рост  $T_c(P)$  при  $P \approx 1.5$  ГПа практически прекращается, а критическая температура  $\text{CuK}_2\text{Cl}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  и  $\text{Cu}(\text{NH}_4)_2\text{Cl}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  начинает резко уменьшаться при  $P \approx 1$  ГПа.