

УДК 539.2

**ТЕМПЕРАТУРНЫЕ АНОМАЛИИ ЗАТУХАНИЯ
И СКОРОСТИ ЗВУКА
ПРИ СТРУКТУРНЫХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДАХ
В ОБЛАСТИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУР**

M. И. Щедрин, Н. В. Щедрина

В рамках модели, учитывающей взаимодействие акустической волны с мягкой модой, ответственной за структурный фазовый переход, получены формулы для поправки к комплексному модулю упругости. В отличие от имеющихся в литературе результатов, справедливых в высокотемпературном приближении для кристаллической решетки, в работе расчеты выполнены в низкотемпературной асимптотике. Показано, что появившиеся в последнее время экспериментальные данные о температурных аномалиях скорости звука и коэффициента затухания при структурных фазовых переходах, сопровождающих сверхпроводящий переход в керамиках, могут быть объяснены в рамках низкотемпературного приближения. Проведено детальное сравнение результатов работы с опытными данными, указаны температурные интервалы, где полученные теоретические формулы хорошо согласуются с экспериментом. Делается вывод о том, что мягкая мода, ответственная за структурный переход в лантановых керамиках, имеет, по-видимому, передемптированный характер.

Температурные аномалии при структурных фазовых переходах (СФП) в высокотемпературных сверхпроводящих керамиках в настоящее время широко экспериментально исследуются [¹⁻⁶]. Интерес к упругим свойствам таких веществ связан с достаточно известной точкой зрения о том, что сверхпроводящие свойства тесно связаны с акустическими модами [⁷], которые в свою очередь являются аномальными вследствие структурных неустойчивостей. Поэтому теоретическое рассмотрение температурно-особенных характеристик акустических возбуждений вблизи таких СФП представляется в настоящее время весьма актуальным. Хотя известно довольно большое число работ, в которых исследовалась упругие особенности при СФП, они, как правило, относились к области высокотемпературной (ВТ) асимптотики для фононов [⁸⁻¹⁰]. При СФП, сопутствующих сверхпроводящему, речь идет о температурах порядка нескольких десятков градусов Кельвина, так что по отношению к фононам ВТ приближение может не выполняться. Поэтому в данной работе рассмотрены аномалии акустических свойств в низкотемпературной (НТ) асимптотике. Сравнение с экспериментальными данными [³⁻⁵] показывает, что в определенном температурном интервале (указанном ниже) вблизи СФП полученные теоретические зависимости скорости звука v и коэффициента затухания χ от $(T - T_c)$ (T_c — температура СФП) находятся в достаточно хорошем согласии с результатами [³⁻⁵].

1. В наиболее удобной для теоретического сравнения форме приведены экспериментальные данные в работах [³⁻⁵] для лантановых керамик $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$. Предполагая, что температурные поправки к модулю упругости $\Delta\lambda$ (или скорости звука Δv) и коэффициенту затухания χ вблизи T_c имеют степенной характер $\Delta v \sim \Delta\lambda \sim (T - T_c)^{-n}$, $\chi \sim (T - T_c)^{-m}$, показатели n и m определялись из экспериментальных данных [³⁻⁵], представленных на рис. 1, 2 в логарифмическом масштабе. Можно указать определенные температурные интервалы, в которых экспериментальные

данные хорошо укладываются в линейную зависимость, а именно для поперечной акустической волны [3] (рис. 1, a) в интервале $\Delta T = T - T_c = -15 \div 75$, $T_c = 62$ К получается $n \approx 1.5$. Для продольной волны [5] (рис. 1, б)

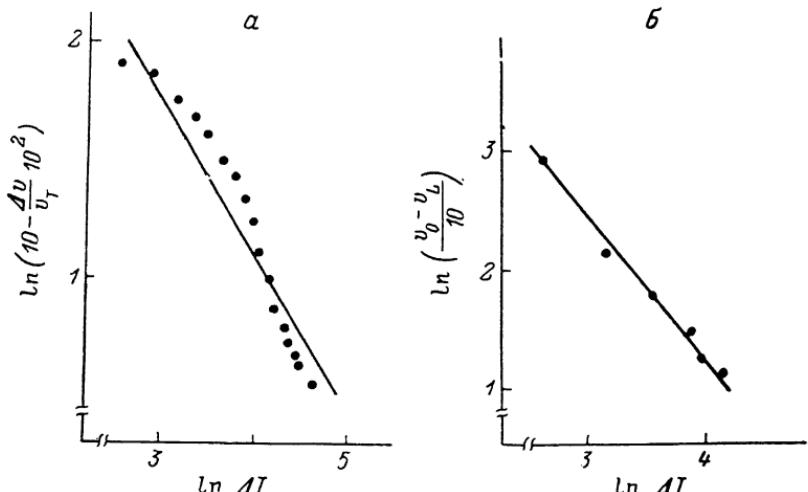


Рис. 1. Температурная зависимость скорости ультразвука.

б) в интервале $\Delta T = 14 \div 60$, $T_c = 136$ К, показатель $n \approx 1.33$. Для коэффициента затухания продольной волны [5] в том же температурном интервале (ΔT по отношению к температуре T_m максимума \times) получается $m \approx 2.6$ (рис. 2). Известные в настоящее время флюктуационные поправки при СФП

в ВТ асимптотике имеют вид: для чисто колебательной мягкой моды, соответственной за СФП, $\Delta\lambda \sim (T - T_c)^{-1/2}$, $\times \sim (T - T_c)^{-1/2}$; для передемпфирированной мягкой моды $\Delta\lambda \sim (T - T_c)^{-1/2}$, $\times \sim (T - T_c)^{-3/2}$ [8, 9]. Видно, что температурные зависимости экспериментальных данных сильно отличаются от приведенных выше, температурные аномалии в высокотемпературных сверхпроводящих керамиках существенно сильнее. Как было отмечено, в данных веществах ВТ приближение для решетки в рассматриваемом температурном интервале не выполняется (температура Дебая T_D для лантановых керамик порядка 400 К). Поэтому в работе исследована НТ асимптотика для фононов. Как оказывается, при определенных условиях (указанных ниже) она дает более резкие температурные аномалии.

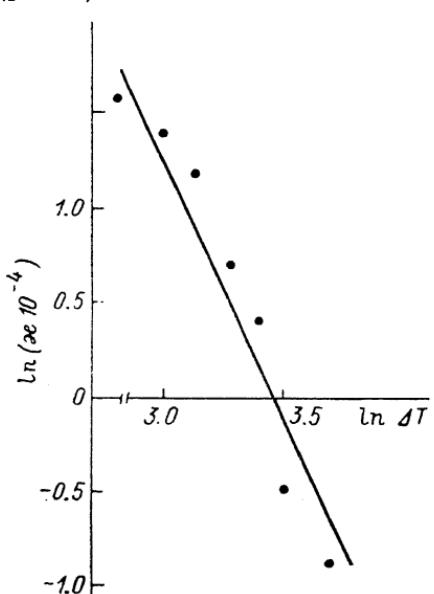


Рис. 2. Температурная зависимость коэффициента поглощения продольного ультразвука по данным [5].

2. Для взаимодействия акустической волны с мягкой модой η вида $1/2 g \eta^2 u$ (u — тензор объемной деформации) вклад в комплексный модуль упругости во втором порядке теории возмущений по константе взаимодействия g равен

$$\Delta\lambda(\omega_n, q) = -\frac{1}{2} g^2 T \sum_v \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} G(\omega_v, \mathbf{k}) G(\omega_n + \omega_v, \mathbf{q} + \mathbf{k}), \quad (1)$$

Здесь $G(\omega_n, \mathbf{k}) = -[\mu \omega_n^2 + \gamma |\omega_n| + \alpha(\mathbf{k})]^{-1}$ — температурная гриновская функция [11] параметра η ; μ — эффективная масса; γ учитывает эффекты

затухания данной моды; $\alpha(\mathbf{k}) = \mu\omega_0^2(\mathbf{k})$; $\omega_0(\mathbf{k})$ — частота фонона; $\alpha(\mathbf{k})$ описывает дисперсию по \mathbf{k} , для изотропного спектра $\alpha(\mathbf{k}) = \alpha(T) + \delta k^2$; $\alpha(T)$ определяет температурную зависимость щели в спектре критических фононов. Обычно принимается линейная зависимость $\alpha(T) = \alpha'(T - T_c)$, хотя следует иметь в виду, что при низких T это может оказаться неверным.

В чисто колебательном режиме ($\gamma=0$) из (1) для НТ асимптотики ($\omega_c/T > 1$ ($\omega_c = \omega_0(\mathbf{k}=0)$)) для $\Delta\lambda = \Delta\lambda' + i\Delta\lambda''$ получается

$$\begin{aligned} \Delta\lambda'(\omega_n, \mathbf{q}) = & -\frac{g^2}{8\mu^2} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \left\{ \omega_0(\mathbf{k}) \omega_0(\mathbf{k}+\mathbf{q}) \operatorname{sh} \left[\frac{\omega_0(\mathbf{k})}{2T} \right] \operatorname{sh} \left[\frac{\omega_0(\mathbf{k}+\mathbf{q})}{2T} \right] \right\} \times \\ & \times \left\{ \frac{[\omega_0(\mathbf{k}) - \omega_0(\mathbf{k}+\mathbf{q})] \operatorname{sh}[(\omega_0(\mathbf{k}) - \omega_0(\mathbf{k}+\mathbf{q}))/2T]}{[\omega_0(\mathbf{k}) - \omega_0(\mathbf{k}+\mathbf{q})]^2 + \omega_n^2} + \right. \\ & \left. + \frac{[\omega_0(\mathbf{k}) + \omega_0(\mathbf{k}+\mathbf{q})] \operatorname{sh}[(\omega_0(\mathbf{k}) + \omega_0(\mathbf{k}+\mathbf{q}))/2T]}{[\omega_0(\mathbf{k}) + \omega_0(\mathbf{k}+\mathbf{q})]^2 + \omega_n^2} \right\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь нас пока будет интересовать поправка к статическому модулю. Поэтому, полагая $\omega_s=0$, $q=0$, имеем

$$\Delta\lambda' = -\frac{g^2}{8\mu^2} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \operatorname{cth} \left[\frac{\omega_0(\mathbf{k})}{T} \right] \omega_0^{-3}(\mathbf{k}). \quad (3)$$

Учитывая, что

$$\operatorname{cth} \left[\frac{\omega_0(\mathbf{k})}{2T} \right] = 1 + \frac{2}{\exp[\omega_0(\mathbf{k})/2T] - 1}, \quad (4)$$

(3) разбивается на два слагаемых. Первое слагаемое в (3) приводит к довольно слабой логарифмической особенности по температуре

$$\Delta\lambda'_1 = -\frac{g^2}{16\pi^2\mu^2} \int_0^\infty k^2 \omega_0^{-3}(k) dk = -\frac{g^2}{16\pi^2 \sqrt{\mu\delta^3}} \left[\ln \left(\frac{2\omega_m}{\omega_c} \right) - 1 \right], \quad (5)$$

где ω_m обозначено граничное значение $\omega_0(k)$. Второе слагаемое в (3) путем замены переменных можно привести к виду

$$\Delta\lambda'_2 = -\frac{g^2}{8\pi^2 \sqrt{\mu\delta^3}} \int_{\omega_c/T}^\infty x^{-2} \sqrt{x^2 - \left(\frac{\omega_c}{T} \right)^2} [\exp x - 1]^{-1} dx. \quad (6)$$

Теперь в (6) будем использовать асимптотику НТ, при которой можно пренебречь единицей в знаменателе подынтегрального выражения (учтено, что для $x > 1 \exp x \gg 1$). После этого (6) преобразуется к виду

$$\Delta\lambda'_2 = -\frac{g^2}{8\pi^2 \sqrt{\mu\delta^3}} \exp \left(-\frac{\omega_c}{T} \right) \int_0^\infty (1+x)^{-2} \sqrt{(1+x)^2 - 1} \exp \left(-\frac{\omega_c x}{T} \right) dx. \quad (7)$$

В приближении НТ основной вклад в интеграл определяется значением предэкспоненциального множителя при малых x , что асимптотически дает

$$\begin{aligned} \Delta\lambda'_2 = & -\frac{g^2}{4\pi^2 \sqrt{2\mu\delta^3}} \exp \left(-\frac{\omega_c}{T} \right) \int_0^\infty \sqrt{x} \exp \left(-\frac{\omega_c x}{T} \right) dx = \\ = & -\frac{g^2}{8\sqrt{2\pi^3\mu\delta^3}} \left(\frac{T}{\omega_c} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{\omega_c}{T} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Относительный скачок скорости звука $\Delta v/v = \Delta\lambda'/2\lambda$ определяется суммой вкладов (5) и (8), причем, как видно, основная температурная аномалия имеет степенной характер $\Delta v/v \sim (T - T_c)^{-3/4}$. Из (1) можно показать, что общее выражение для мнимой части $\Delta\lambda'$ имеет вид

$$\Delta\omega'' = \frac{\pi}{16} g^2 \omega^{-2} \operatorname{sh}\left(\frac{\omega}{2T}\right) \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \left\{ \omega_0(\mathbf{k}) \omega_0(\mathbf{k} + \mathbf{q}) \operatorname{sh}\left[\frac{\omega_0(\mathbf{k})}{2T}\right] \operatorname{sh}\left[\frac{\omega_0(\mathbf{k} + \mathbf{q})}{2T}\right] \right\}^{-1} \times$$

$$\times \sum_{\pm} \delta[\omega_0(\mathbf{k}) \pm \omega_0(\mathbf{k} + \mathbf{q}) \pm \omega]. \quad (9)$$

Наибольший интерес представляет вклад критических флюктуаций в области, где длина волны звука много больше радиуса корреляции флюктуаций $r_c = (\delta/\alpha)^{1/2}$ [9]. Именно в этом случае имеют место наиболее сильные аномалии в окрестности T_c . Указанное условие ограничивает частоту звука $\omega \ll (v/r_c)$. Отметим сразу же, что обычно $r_c \sim (10 \div 10^2) a$, где a — порядка постоянной решетки, поэтому $\omega \ll 10^{11} \text{ c}^{-1}$. С точки зрения эксперимента, — это довольно широкий диапазон частот. При малых \mathbf{q} в (9) интерес представляет только слагаемое с аргументом δ -функции, равным $\omega_0(\mathbf{k}) - \omega_0(\mathbf{k} + \mathbf{q}) + \omega$. Остальные слагаемые в (9) при $\mathbf{q} \rightarrow 0$ либо зануляются, либо дают неаномальный вклад с «порогом» ($\sim \omega^{-1} \operatorname{cth}(\omega/4T) \sqrt{\omega^2 - 4\omega_c^2}$). Представляя для малых \mathbf{q}

$$\omega_0(\mathbf{k} + \mathbf{q}) \approx \omega_0(\mathbf{k}) + \delta k q \cos \theta / \mu \omega_0(\mathbf{k})$$

и подставляя в (9), получим

$$\Delta\omega''(\omega, \mathbf{q}) = \frac{1}{64\pi} g^2 \omega^{-2} \operatorname{sh}\left(\frac{\omega}{2T}\right) \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{K_m} \frac{k dk}{\omega_0^2(k) \operatorname{sh}^2[\omega_0(k)/2T]} \delta\left[\frac{\delta k q \cos \theta}{\mu \omega_0(k)} - \omega\right] =$$

$$= \frac{1}{32\pi} g^2 T \delta^{-2} q^{-1} \operatorname{sh}\left(\frac{\omega}{2T}\right) \left\{ \operatorname{cth}\left(\frac{\omega_c}{2T}\right) - \operatorname{cth}\left(\frac{\omega_m}{2T}\right) \right\}. \quad (10)$$

Из (10) видно, что законы сохранения энергии и импульса, обеспечиваемые обращением аргумента δ -функции в нуль, выполняются лишь при условии

$$|\nabla \omega_0(\mathbf{k})| = \frac{\delta k}{\mu \omega_0(\mathbf{k})} > \frac{\omega}{q} = v,$$

т. е. когда групповая скорость мягкого фонона больше скорости звука. В частности, при $T \rightarrow T_c$ это накладывает условие на параметры $\sqrt{\delta/\mu} > v$. Выполнение требования обращения аргумента δ -функции в нуль обеспечивается за счет области интегрирования по двум переменным k и θ ; θ — угол между векторами \mathbf{k} и \mathbf{q} . Удерживая в (10) только температурно-аномальную часть коэффициента затухания, получим

$$\kappa = \frac{\Delta\lambda'' \omega}{2\lambda v} = \frac{1}{64\pi} g^2 \omega \delta^{-2} \lambda^{-1} \left[\exp\left(\frac{\omega_c}{T}\right) - 1 \right]^{-1}. \quad (11)$$

Напомним, что ВТ приближение приводит к степенной аномалии

$$\kappa = \frac{1}{64\pi} g^2 \omega T \delta^{-2} \lambda^{-1} \omega_c^{-1} \propto (T - T_c)^{-1/2}, \quad (12)$$

тогда как при $(\omega_c/T) > 1$ из (11) имеем довольно слабую температурную зависимость $\kappa \sim \exp(-\omega_c/T)$.

Для передемптированной мягкой моды ($\mu = 0$) из (1) получаем

$$\Delta\lambda(\omega_n, \mathbf{q}) = -\frac{g^2 \gamma}{\pi} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \left\{ [\gamma \omega_n + \alpha(\mathbf{k} + \mathbf{q})] \times \right.$$

$$\times \int_0^\infty \frac{x \operatorname{cth}(x/2T) dx}{[\alpha^2(\mathbf{k}) + \gamma^2 x^2] \{[\alpha(\mathbf{k} + \mathbf{q}) + \gamma \omega_n]^2 + \gamma^2 x^2\}} +$$

$$+ [\gamma \omega_n + \alpha(\mathbf{k})] \int_0^\infty \frac{x \operatorname{cth}(x/2T) dx}{[\alpha^2(\mathbf{k} + \mathbf{q}) + \gamma^2 x^2] \{[\alpha(\mathbf{k}) + \gamma \omega_n]^2 + \gamma^2 x^2\}} \right\}. \quad (13)$$

Формула (13) получается из (1) после суммирования по дискретным частотам v с использованием дисперсионного соотношения для гриневских

функций [11]. Представляя $\text{csh}(x/2T)$ в виде суммы, аналогичной (4), каждый интеграл в (13) дает два слагаемых, как и в приведенном выше случае колебательной динамики. Первое слагаемое представляет собой вклад нулевых колебаний (строго говоря, это так называемое «приближение нулевой температуры», когда температурная зависимость определяется только зависимостью исходных затравочных параметров, например $\alpha(T)$)

$$\Delta\lambda_1(\omega_n, q) = -\frac{g^2}{\pi\gamma^2} \int \frac{dk}{(2\pi)^3} \left\{ \frac{[\omega_p(k+q) + \omega_n] \ln [(\omega_p(k+q) + \omega_n)/\omega_p(k)]}{[\omega_p(k+q) + \omega_n]^2 - \omega_p^2(k)} + \right. \\ \left. + \frac{[\omega_p(k) + \omega_n] \ln [(\omega_p(k) + \omega_n)/\omega_p(k+q)]}{[\omega_p(k) + \omega_n]^2 - \omega_p^2(k+q)} \right\}. \quad (14)$$

В (14) введена релаксационная частота $\omega_p(k) = \alpha(k)/\gamma$. Как показывает детальное исследование, (14) не дает аномального вклада по температуре при $T \rightarrow T_c$, проявляя рост $\Delta\lambda_1$ с особенностью в производной по температуре. Так, для относительного скачка скорости звука имеем

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{8\pi^3} g^2 k_m (\gamma \delta \lambda)^{-1} \left[1 - \frac{\pi^4}{2} \sqrt{\frac{\alpha}{\delta k_m^2}} \right], \quad (15)$$

где k_m — граничное значение k . Вторые слагаемые из (13) оцениваем в асимптотике НТ $(\omega_p/T)^2 \gg 1$. Тогда

$$\Delta\lambda_2(\omega_n, q) = -\frac{2}{\pi} \zeta(2) g^2 T^2 \gamma^{-2} \int \frac{dk}{(2\pi)^3} \times \\ \times \left\{ \frac{1}{\omega_p^2(k) [\omega_p(k+q) + \omega_n]} + \frac{1}{\omega_p^2(k+q) [\omega_p(k) + \omega_n]} \right\}. \quad (16)$$

Здесь $\zeta(x)$ — дзета-функция Римана. Из (16) при $\omega_n=0, q=0$ получаем

$$\Delta\lambda'_2 = -\frac{1}{48} g^2 \gamma \delta^{-3/2} T^2 \alpha^{-5/2}, \quad (17)$$

в нижнем порядке по частоте

$$\Delta\lambda''_2 = \frac{1}{192} g^2 \gamma^2 \omega \delta^{-3/2} T^2 \alpha^{-5/2}. \quad (18)$$

Отметим характерную особенность, возникающую при НТ приближении. В отличие от асимптотики ВТ, где температурные аномалии всегда имеют место только в случае, когда длина волны звука много больше радиуса корреляции r_c (т. е. при $q \rightarrow 0$), в (16) первое слагаемое приводит к аномалии для произвольного q , хотя и более слабой, чем при $q \rightarrow 0$, а именно в отличие от (18) $\Delta\lambda'_2 \sim \alpha^{-1/2}$.

Формула (11) справедлива, когда частота звука $\omega \gg \Gamma = \gamma/\mu$, $\omega_c \gg \Gamma$, а формула (18) — при $\omega \gg \Gamma$, $\omega_c \ll \Gamma$. Рассмотрим теперь случай, когда $\omega \ll \Gamma$, $\Gamma \ll \omega_c$. Результаты получаются из общей формулы (1), в которой теперь $\Gamma \neq 0$, а производится разложение в ряд по малому параметру ω/Γ , до первого порядка. Тогда

$$\Delta\lambda''_3 = -\frac{g^2}{2\pi} T \frac{\omega \Gamma^2}{\mu^2} \int \frac{dk}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{x}{\sinh(x/2T)} \right)^2 \frac{dx}{[(x^2 - \omega_0^2(k))^2 + \Gamma^2 x^2]}, \quad (19)$$

откуда в классическом пределе высоких температур получаем

$$\Delta\lambda''_3 = -\frac{g^2 T}{4\pi} \left(\frac{\omega}{\Gamma} \right) \int \frac{dk}{(2\pi)^3} \alpha^{-2}(k) = -\frac{g^2 T}{32\pi^2} \left(\frac{\omega}{\Gamma} \right) \delta^{-3/2} \alpha^{-1/2}. \quad (20)$$

Из (20) следует, что $x \sim \omega^2 (T - T_c)^{-1/2}$. Такая асимптотика была получена в [12]. В НТ приближении из (19) имеем

$$\Delta\lambda''_3 = -\frac{g^2}{16\pi}\left(\frac{\omega}{T}\right)\frac{1}{\Gamma\mu^2}\int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \omega_0^{-2}(\mathbf{k}) \operatorname{sh}^{-2}\left(\frac{\omega_+(\mathbf{k})}{2T}\right) = \\ = -\frac{3}{2}\frac{g^2}{(2\pi)^{5/2}}\left(\frac{\omega}{\Gamma}\right) T^{1/2}\mu^{-1/2}\omega_0^{-3/2}\omega_c^{-3/2} \exp\left(-\frac{\omega_c}{T}\right) \left(1 + \frac{2}{3}\frac{\omega_c}{T}\right). \quad (21)$$

В этом случае наибольшая температурная аномалия коэффициента затухания имеет вид

$$\propto \sim \omega (\omega/\Gamma) (T - T_c)^{-3/4} \exp(-\omega_c/T). \quad (22)$$

3. Сделаем несколько замечаний по поводу полученных результатов.

Формула (11) имеет экспоненциально малый вклад при низких T и линейную частотную зависимость и не содержит температурных аномалий вблизи T_c . Результат (21) также экспоненциально мал, но имеет особенность вблизи T_c и квадратичную зависимость от частоты звука ω . Для сравнения с экспериментом более подходящими, как обсуждается ниже, оказываются результаты, полученные в НТ приближении для передемпфированной мягкой моды, — формулы (17), (18).

Второе замечание относительно возможности существования сильно демпфированной мягкой моды при низких T . В достаточно чистых совершенных кристаллах не слишком близко к температуре СФII моды скорее всего имеют колебательный характер. Однако для таких веществ, какими являются высокотемпературные сверхпроводящие керамики, это может оказаться неверным из-за их сильно неоднородной структуры. Кроме того, в таких сравнительно новых и не до конца изученных материалах трудно сделать окончательный вывод о характере динамики мягкой моды из-за отсутствия надежных экспериментальных данных.

Приведем некоторые численные оценки, а также рассмотрим условия малости полученных результатов. Для этого удобно ввести параметры: $T_{at} = \delta^2/a\beta_0$ (β_0 — коэффициент фононной нелинейности четвертого порядка), имеющий смысл атомной температуры ($T_{at} \sim 10^4 \div 10^5$ К); $\Delta\lambda = g^2/2\beta_0$ — скачок модуля упругости при фазовом переходе второго рода. Тогда $g^2 = 2\Delta\lambda\delta^2/aT_{at}$ и из (17), (18) получаем относительное изменение компонент модуля упругости

$$\left|\frac{\Delta\lambda'}{\lambda}\right| \sim \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right) \left(\frac{r_c}{a}\right) \left(\frac{T}{T_{at}}\right) \left(\frac{T}{w_p}\right), \quad (23)$$

$$\frac{\Delta\lambda''}{\lambda} \sim \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right) \left(\frac{r_c}{a}\right) \left(\frac{T}{T_{at}}\right) \left(\frac{T}{\omega_p}\right) \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right) = \left|\frac{\Delta\lambda'}{\lambda}\right| \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right). \quad (24)$$

Поскольку результаты получены по теории возмущений во втором порядке по g , необходимо, чтобы $|\Delta\lambda'/\lambda| \ll 1$ и $(\Delta\lambda''/\lambda) \ll 1$. Оценим величины безразмерных параметров, входящих в (23) и (24). Экспериментальное значение скачка модуля упругости $(\Delta\lambda/\lambda) \sim 10^{-1}$ приведено в [3-5]. Остальные параметры возьмем следующие: $(r_c/a) \sim 10 \div 10^2$, $(T/T_{at}) \sim 10^{-2} \div 10^{-3}$, $(T/\omega_p) \sim 10^{-1}$. Тогда $|\Delta\lambda'/\lambda| \sim 10^{-2} \div 10^{-3}$. В (24) входит дополнительный множитель (ω/ω_p) . Для частот, при которых проявляются температурные аномалии, имеет место $(\omega/\omega_p) \ll 1$. Полагая $(\omega/\omega_p) \sim 10^{-1}$, получим для (24) $(\Delta\lambda''/\lambda) \sim 10^{-3} \div 10^{-4}$. Амплитудный коэффициент затухания звуковой волны $\propto \sim (\omega/v)(\Delta\lambda''/\lambda)$, откуда для затухания на длине волны $(\propto/q) \sim (\Delta\lambda''/\lambda)$. По порядку величины именно такое экспериментальное значение приведено в работе [3].

Оценим теперь область температур, для которой можно использовать НТ приближение $(T/\omega_p)^2 \ll 1$. Вводя константу затухания $\Gamma = \gamma/\mu$, запишем ω_p в виде $\omega_p = \alpha/\gamma = \omega_c (\omega_c/\Gamma)$. Для релаксационной динамики $(\Gamma/\omega_c) \geqslant 1$. Удобно выразить ω_c через r_c : $\omega_c = \sqrt{\delta/\mu} r_c^{-1} = v/r_c$, поскольку $\sqrt{\delta/\mu}$ обычно имеет порядок скорости звука. Для лантановых керамик $v \approx 4 \times 10^5$ см/с [3] и для $r_c \sim 40a$ получаем $\omega_c \sim 10^{12}$ с⁻¹ ~ 10 мэВ. На существование фононной моды с частотой $\sim 5 \div 10$ мэВ указывалось в ра-

бите [1³]. Такие частоты соответствуют температурам порядка 120 К. Поэтому для СФП в области 40—60 К, видимо, более оправданным является приближение НТ.

Сравнение полученных в работе результатов (8), (12), (17), (18) для двух динамических режимов мягкой моды — чисто колебательного и передемптированного — с экспериментальными данными работ [3—5] показывает, что эксперимент достаточно хорошо описывается в рамках взаимодействия акустической волны с передемптированной мягкой модой, вызывающей СФП. Сразу же оговоримся, что данные [3—5] относятся к лантановым керамикам. Что же касается иттриевых соединений, то вопрос о существовании и характере СФП в них нельзя в настоящее время считать окончательно выясненным. В лантановых же керамиках акустические эксперименты, по-видимому, указывают на то, что СФП, сопровождающий сверхпроводящий, вызывается нестабильностью мягкой моды, имеющей передемптированный характер. Этот результат может иметь значение в вопросе о механизме спаривания электронов в сверхпроводниках. Конечно, весьма желательно полученный результат проверить другими независимыми экспериментами, например методом рассеяния нейтронов. Как указывалось выше, простые степенные зависимости для $\Delta\lambda$ и x имеют место в ограниченном температурном интервале и нарушаются при приближении к T_c , проявляя явную тенденцию к размытию. В этой области температур можно, очевидно, предположить, что те неоднородности, которые имеются в керамике, могут эффективно ограничивать радиус корреляции флуктуации и вблизи T_c влияние неоднородностей растет. Отметим также, что флуктуационные поправки в НТ асимптотике ранее не применялись для интерпретации экспериментальных данных. Последние эксперименты указывают на важность учета таких эффектов при определенных условиях. С точки зрения исследования акустических свойств, представляется желательным экспериментальное изучение температурных и частотных зависимостей других упругих параметров, в частности нелинейных модулей упругости.

Авторы выражают благодарность А. П. Леванюку за интерес к работе и полезные обсуждения.

Список литературы

- [1] Bishop D. J., Ramirez A. P., Gammel P. L. et al. // Phys. Rev. 1987. V. B36. N 4. P. 2408—2410.
- [2] Esquinazi P., Luzuriaga J., Duran C., Esparza D. A., D'ovidio C. // Phys. Rev. 1987. V. B36. N 4. P. 2316—2318.
- [3] Гайдук А. Л., Жерлицын С. В., Панфилов А. С. и др. // ФНТ. 1987. Т. 13. № 6. С. 653—655.
- [4] Баръяхтар В. Г., Пан В. М., Таберов В. Ф. и др. // ФНТ. 1987. Т. 13. № 8. С. 848—849.
- [5] Бурханов А. М., Гудков В. В., Жевостовских Н. В. и др. // ФММ. 1987. Т. 64. № 2. С. 397—399.
- [6] Макаров В. И., Ключко В. С., Заварицкий Н. В., Петров С. В. // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 46. Приложение. С. 156—157.
- [7] Проблема высокотемпературной сверхпроводимости / Под ред. В. Л. Гинзбурга и Д. А. Киржника. М.: Наука, 1977. 400 с.
- [8] Лайнс М., Гласс А. Сегнетоэлектрики и родственные им материалы. М.: Мир, 1981. 736 с.
- [9] Леванюк А. П. // ЖЭТФ. 1965. Т. 49. С. 1304—1312.
- [10] Леванюк А. П., Щедрина Н. В. // ФТТ. 1972. Т. 14. № 10. С. 3012—3016.
- [11] Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М.: ГИФМЛ, 1962. 443 с.
- [12] Pytte E. // Phys. Rev. 1970. V. B1. N 2. P. 924—930.
- [13] Weber W. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 1371—1373.

Горьковский институт инженеров
водного транспорта
Горький

Поступило в Редакцию
14 июля 1988 г.
В окончательной редакции
16 февраля 1989 г.