

# Морфологическая устойчивость островков малых размеров при осаждении вещества на поверхности кристалла

© А.В. Коропов

Институт прикладной физики Национальной академии наук Украины,  
40030 Сумы, Украина

E-mail: ipfmail@ipfcentr.sumy.ua

(Поступила в Редакцию 19 ноября 2007 г.  
В окончательной редакции 22 февраля 2008 г.)

Рассмотрен диффузионный рост плоского цилиндрического островка новой фазы при осаждении вещества на поверхности кристалла. В случае, когда радиус островка мал по сравнению с характерной диффузионной длиной адатомов, проанализирована устойчивость растущего островка относительно малых возмущений его формы с учетом граничной кинетики адатомов на границе островка. Найдены пороговые радиусы островка, выше которых нарастает амплитуда искажения формы и амплитуда относительной деформации формы островка.

PACS: 61.43.Nv, 64.60.Qb, 68.43.Jk

1. В связи с возможностью экспериментальных исследований *in situ*, многообразием механизмов переноса атомов вдоль поверхности кристалла и др. зарождение и рост островков новой фазы традиционно вызывают значительный интерес (см. обзоры [1–3], а также работу [4]). В последние годы внимание к этим вопросам связано, главным образом, с проблемой получения различных твердотельных поверхностных наноструктур (см., например, [2,3,5–8]). Так, островковые наноструктуры могут формироваться на начальном этапе осаждения сплошных пленок при их росте как по механизму Фольмера–Вебера, так и по механизму Странского–Крастанова (см. обзоры [1–3]). Отметим также, что островковые структуры могут возникать в результате распада достаточно толстых сплошных пленок, который обусловлен напряжениями, обычно имеющимися в пленке и приповерхностном слое подложки [4].

В теоретических работах, посвященных зарождению и росту островков новой фазы, как правило, считается, что островки имеют форму шарового сегмента с краевым углом  $\theta$ , цилиндра или параллелепипеда с квадратным основанием [1,4,9–13]. Однако при экспериментальном исследовании механизмов образования островков на поверхности кристалла оказалось, что их форма бывает весьма сложной и разнообразной [1,3,14–18]; в частности, кластер может являться дендритообразным или фрактальным объектом [1,14,16–18]. Как показано в работах [19,20], одним из механизмов формирования таких кластеров как в анизотропных, так и в изотропных системах является потеря устойчивости формы центра новой фазы в процессе его роста. В [19] были получены общие уравнения, описывающие устойчивость формы (морфологическую устойчивость) островка в процессе его диффузионного роста на твердой поверхности. Однако на момент написания этой работы для исследователей представляли интерес островки достаточно большого радиуса, поэтому в [19] детально проанализирована морфологическая устойчивость именно таких островков.

В настоящей работе анализируется морфологическая устойчивость островка достаточно малых размеров с учетом граничной кинетики адатомов на границе островка.

2. Уравнение диффузии адатомов вокруг островка запишем в виде

$$\frac{\partial n_S}{\partial t} = D_S \Delta n_S + \alpha I \left( 1 - \frac{n_S}{N} \right) - \frac{n_S}{\tau_S}. \quad (1)$$

Здесь  $n_S$  — плотность адатомов,  $D_S$  — коэффициент их диффузии,  $N (N \gg n_S)$  — плотность адатомов в полностью заполненном монослое,  $\tau_S$  — среднее время жизни адатомов до испарения,  $I$  — внешний поток конденсации атомов на поверхность,  $\alpha$  — вероятность конденсации атома в свободной позиции, множитель  $(1 - n_S/N)$  при  $\alpha I$  — вероятность того, что падающий на поверхность атом попадает в свободную позицию.

Как и в работе [19], будем рассматривать плоский цилиндрический островок с высотой  $h$ . Такой островок, по существу, является двумерным кристаллом на подложке [21], изотропным в плоскости подложки.

Граничные условия к уравнению (1) в случае неискаженного островка формы кругового цилиндра выбираем следующими [4,11,12]:

$$D_S \frac{\partial n_S}{\partial r} \Big|_{r=R} = \beta_S \{ n_S(R) - n_{SR} \}, \quad n_S|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow \bar{n}_S. \quad (2)$$

Здесь  $r$  — расстояние от центра островка радиуса  $R = R(t)$ ,  $n_{SR}$  — термодинамически равновесное значение  $n_S(R)$ ,  $\beta_S$  — граничный кинетический коэффициент. Для величины  $n_{SR}$  имеет место формула

$$n_{SR} = n_{S\infty} \exp(\Gamma_S/R), \quad (3)$$

где  $n_{S\infty}$  — значение  $n_{SR}$  при  $R \rightarrow \infty$ ,  $\Gamma_S \equiv \sigma \omega/kT$ ,  $\sigma$  — удельная поверхностная энергия боковой поверхности островка,  $\omega$  — объем атома в островке. Плотность  $\bar{n}_S$  в (2) определяется условием стационарности при

$r \rightarrow \infty$ , т.е. равенством потоков испарения и конденсации атомов,

$$\bar{n}_S = \frac{\alpha I \tau_S}{1 + \alpha I \tau_S / N} \approx \alpha I \tau_S \ll N. \quad (4)$$

Далее будем считать, что двумерный газ адатомов пересыщен ( $\bar{n}_S > n_{S\infty}$ ).

В квазистационарном приближении ( $\partial n_S / \partial t = 0$ ) уравнение (1) принимает вид [4]

$$\lambda_S^2 \Delta n_S - n_S + \bar{n}_S = 0, \quad (5)$$

где  $\lambda_S^2 \equiv D_S \tau_S (1 + \alpha I \tau_S / N)^{-1} \approx D_S \tau_S$  — квадрат характерного масштаба длины задачи, а  $\bar{n}_S$  задается формулой (4).

В дальнейших формулах фигурирует термодинамически равновесный перепад плотности адатомов на островке радиуса  $R$

$$\Delta n_{SR} \equiv (\bar{n}_S - n_{SR}) = n_{S\infty} \{ \exp(\Gamma_S / R^*) - \exp(\Gamma_S / R) \}, \quad (6)$$

где

$$R^* = \frac{\Gamma_S}{\ln(\bar{n}_S / n_{S\infty})} \quad (7)$$

— критический радиус островка.

3. Перейдем к анализу устойчивости круговой формы островка малого радиуса ( $R \ll \lambda_S$ ). Считая отклонение формы островка от круговой малым, запишем

$$R(\varphi, t) = R(t) + \sum_{l \geq 1} \delta_l(t) \exp(il\varphi), \quad (8)$$

где  $\varphi$  — полярный угол и  $\delta_l \ll R$ . Далее в формулах члены, содержащие  $\delta_l / R \ll 1$  в степени, выше первой, опускаем. Будем также для простоты рассматривать возмущение формы островка, описываемое одной круговой гармоникой  $\exp(il\varphi)$ . Граничное условие (2) на границе островка возмущенной формы примет вид

$$D_S \frac{\partial n_S}{\partial r} \Big|_B = \beta_S \{ n_S - n_{S\infty} \exp(\Gamma_S K) \}_B, \quad (9)$$

где символ  $B$  обозначает границу,  $K$  — кривизна границы островка,

$$K = \frac{1}{R} + (l^2 - 1) \frac{\delta_l}{R^2} \exp(il\varphi). \quad (10)$$

Введем  $\nu_l$  — инкремент амплитуды возмущения формы островка  $\delta_l(t)$ ,

$$\nu_l \equiv \frac{d}{dt} \ln \{ \delta_l(t) \} = \frac{\dot{\delta}_l}{\delta_l}. \quad (11)$$

Явное выражение для  $\nu_l$  при произвольных значениях  $a \equiv R / \lambda_S$  таково:

$$\nu_l = \frac{D_S \omega}{h \lambda_S} \left\{ G_S \phi_l(a) - (l^2 - 1) \frac{\Gamma_S n_{SR}}{R^2} \frac{|K'_l(a)|}{F_l(a)} \right\}. \quad (12)$$

Здесь

$$G_S \equiv \frac{\partial n_S}{\partial r} \Big|_{r=R} = \frac{\Delta n_{SR}}{\lambda_S} \frac{K_1(a)}{F_0(a)} \quad (13)$$

— величина градиента плотности адатомов на границе неискаженного (кругового) островка,

$$F_l(a) \equiv K_l(a) + \frac{D_S}{\beta_S \lambda_S} |K'_l(a)|, \quad (14)$$

$$\phi_l(a) \equiv \frac{F_l(a)}{K_1(a)} \frac{|K'_l(a)|}{F_l(a)} - \frac{|K'_1(a)|}{K_1(a)} \quad (15)$$

— функции радиуса островка  $a$ , возникающие при анализе его устойчивости,  $K_l(x)$  — функция Макдональда  $l$ -го порядка [22],  $\Delta n_{SR}$  дается формулой (6).

Введем также  $\mu_l$  — инкремент амплитуды относительной деформации формы островка,

$$\mu_l \equiv \frac{d}{dt} \ln \left\{ \frac{\delta_l(t)}{R(t)} \right\} = \frac{\dot{\delta}_l}{\delta_l} - \frac{\dot{R}}{R}. \quad (16)$$

Явное выражение для  $\mu_l$  при произвольных  $a$  имеет вид

$$\mu_l = \frac{D_S \omega}{h \lambda_S} \left\{ G_S \left( \phi_l(a) - \frac{1}{a} \right) - (l^2 - 1) \frac{\Gamma_S n_{SR}}{R^2} \frac{|K'_l(a)|}{F_l(a)} \right\}. \quad (17)$$

Далее выпишем и проанализируем формулы (12), (17) для случая островка малого радиуса ( $R \ll \lambda_S$ )

$$\nu_l = \frac{(l-1) D_S \omega}{h R} \frac{1}{1 + l D_S / \beta_S R} \left\{ G_S - l(l+1) \frac{\Gamma_S n_{SR}}{R^2} \right\}, \quad (18)$$

$$\mu_l = \frac{D_S \omega}{h R} \frac{1}{1 + l D_S / \beta_S R} \times \left\{ \left[ l \left( 1 - \frac{D_S}{\beta_S R} \right) - 2 \right] G_S - l(l^2 - 1) \frac{\Gamma_S n_{SR}}{R^2} \right\}, \quad (19)$$

$$G_S = \frac{\Delta n_{SR}}{R K_0(R / \lambda_S) + D_S / \beta_S}. \quad (20)$$

В качестве примера актуальности неравенства  $R \ll \lambda_S$  для твердотельных поверхностных наноструктур приведем следующие численные оценки. Диффузионная длина адатомов Си на углеродной подложке при  $T \approx 1000$  К  $\lambda_S \approx 2 \cdot 10^{-6}$  м [4]. Поэтому для островков Си на углеороде с размерами  $R \sim 5-50$  нм, которые наблюдаются экспериментально [4] и относятся к наноразмерным объектам, условие  $R \ll \lambda_S$ , очевидно, выполняется. Отметим, что в случае  $R \ll \lambda_S$

$$K_0(R / \lambda_S) = - \{ \ln(R / 2 \lambda_S) + \gamma \} + O \{ (R / 2 \lambda_S)^2 \ln(R / 2 \lambda_S) \}, \quad (21)$$

где  $\gamma \approx 0.5772$  — постоянная Эйлера [22].

Пороговый радиус островка  $R_{C1}(l)$ , выше которого  $\delta_l(t)$  нарастает ( $\nu_l > 0$ ), определяется уравнением, следующим из (18),

$$G_S - l(l+1) \frac{\Gamma_S n_{SR}}{R^2} = 0. \quad (22)$$

В случае малых пересыщений двумерного газа адатомов

$$\frac{\bar{n}_S - n_{S\infty}}{n_{S\infty}} \ll 1 \quad (23)$$

и в пренебрежении зависимостью функции  $K_0(R/\lambda_S)$  от  $R$  физическое решение уравнения (22) имеет вид

$$R_{C1}(l) = \frac{1}{2} l(l+1)K_0R^* + \left\{ \left[ \frac{1}{2} l(l+1)K_0 \right]^2 + l(l+1) \frac{D_S}{\beta_S R^*} \right\}^{1/2} R^*, \quad (24)$$

$$K_0 \equiv K_0(R/\lambda_S). \quad (25)$$

Поскольку  $R_{C1}(l)$  (см. (24)) возрастает с ростом  $l$ , неустойчивость круговой формы островка по мере его роста впервые наступает на второй гармонике (при  $l = 2$ ). Соответствующий пороговый радиус равен

$$R_{C1}(2) = 3K_0R^* + \{ (3K_0)^2 + 6D_S/\beta_S R^* \}^{1/2} R^*. \quad (26)$$

Если рост островка лимитируется диффузией адатомов ( $D_S/\beta_S \rightarrow 0$ ), то формулы (24) и (26) принимают вид

$$R_{C1}(l) = l(l+1)K_0(R/\lambda_S)R^*, \quad (27)$$

$$R_{C1}(2) = 6K_0(R/\lambda_S)R^*. \quad (28)$$

В случае логарифмически больших пересыщений

$$\frac{\Gamma_S}{R^*} = \ln \left( \frac{\bar{n}_S}{n_{S\infty}} \right) \gg 1 \quad (29)$$

решение уравнения (22) ищем в виде  $R = R^* + \delta R$ , где  $\delta R \ll R^*$ . Поскольку малым параметром здесь является величина  $R^*/\Gamma_S \ll 1$ , положим

$$R_{C1}(l) = R^* \left( 1 + X_l \frac{R^*}{\Gamma_S} \right), \quad (30)$$

где  $X_l$  — численный коэффициент, зависящий от  $l$ . Вычисления  $X_l$  дают

$$X_l = \ln \{ l(l+1)(\Gamma_S/R^*)(K_0^* + D_S/\beta_S R^*) \}, \quad (31)$$

$$K_0^* \equiv K_0(R^*/\lambda_S). \quad (32)$$

Для случая малых пересыщений (23) приведем также пороговый радиус  $R_{C2}(l)$ , выше которого нарастает амплитуда относительной деформации формы островка  $\delta_l/R$  ( $\mu_l > 0$ ),

$$R_{C2}(l) = U_l R^* + \{ U_l^2 + V_l \}^{1/2} R^*, \quad (33)$$

где

$$U_l \equiv l \frac{(l^2 - 1)K_0 + D_S/\beta_S R^*}{2(l - 2)}, \quad (34)$$

$$V_l \equiv \frac{l(l^2 - 1)}{(l - 2)} \frac{D_S}{\beta_S R^*}. \quad (35)$$

Формула (33), как и формула (24), получена в пренебрежении зависимостью  $K_0$  от  $R$ . Анализ показывает, что нарастание амплитуды относительной деформации формы островка  $\delta_l/R$  наступает, начиная с третьей гармоники ( $l = 3$ ). Соответствующий пороговый радиус равен

$$R_{C2}(3) = \left\{ 12K_0 + \frac{3}{2} \frac{D_S}{\beta_S R^*} \right\} R^* + \left\{ \left( 12K_0 + \frac{3}{2} \frac{D_S}{\beta_S R^*} \right)^2 + 24 \frac{D_S}{\beta_S R^*} \right\}^{1/2} R^*. \quad (36)$$

4. Исследуем далее вопрос о наиболее быстро растущей гармонике возмущения круговой формы островка малого радиуса ( $R \ll \lambda_S$ ) при  $R > R_{C1}(l)$ . Рассмотрим здесь два предельных случая. В случае  $lD_S/\beta_S R \ll 1$ , где  $l \gg 1$ , как следует из формул (18), (20),

$$v_l = \frac{D_S \omega}{hR^2} \left\{ l \frac{\bar{n}_S - n_{SR}}{K_0(R/\lambda_S)} - l^3 \frac{\Gamma_S n_{SR}}{R} \right\}. \quad (37)$$

Неравенство  $l \gg 1$  (развитая неустойчивость) позволяет приближенно считать номер гармоники  $l$  непрерывной, а не дискретной переменной и исследовать  $v_l$  (см. (37)) на экстремум дифференцированием по  $l$ . Для номера  $l^*$  наиболее быстро растущей гармоники и соответствующей длины волны гармоники  $\lambda^* = 2\pi R/l^*$  имеют место формулы

$$l^* = \left\{ \frac{R}{3\Gamma_S} \frac{(\exp(\Gamma_S/R^*) - \exp(\Gamma_S/R))}{\exp(\Gamma_S/R)K_0(R/\lambda_S)} \right\}^{1/2}, \quad (38)$$

$$\lambda^* = 2\pi \left\{ \frac{3\Gamma_S R \exp(\Gamma_S/R)}{(\exp(\Gamma_S/R^*) - \exp(\Gamma_S/R))} K_0 \left( \frac{R}{\lambda_S} \right) \right\}^{1/2}. \quad (39)$$

В случае малых пересыщений (23) приближенно получим

$$l^* = \left( \frac{R/R^*}{3K_0(R/\lambda_S)} \right)^{1/2} \sim \left( \frac{R}{R^*} \right)^{1/2}, \quad (40)$$

$$\lambda^* = 2\pi (3RR^*K_0(R/\lambda_S))^{1/2} \sim (RR^*)^{1/2}, \quad (41)$$

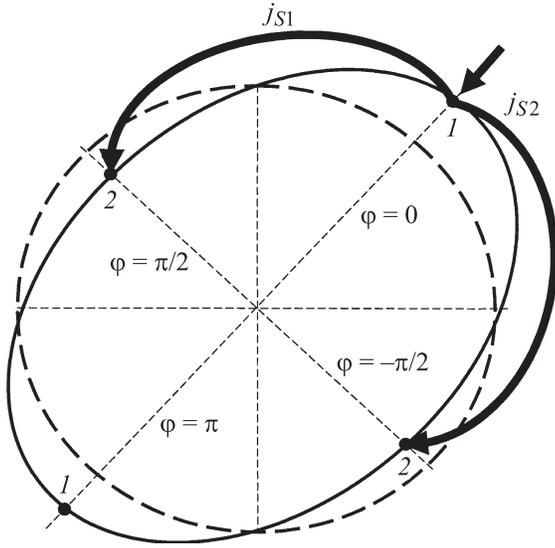
а условие  $l^* \gg 1$  достаточно хорошо выполняется при  $R/R^* > 10^3$ .

Если же  $lD_S/\beta_S R \gg 1$  (без предположения  $l \gg 1$ ), то, как можно показать,

$$v_l = \frac{\beta_S \omega}{hR} \left\{ \left( 1 - \frac{1}{l} \right) \frac{\bar{n}_S - n_{SR}}{K_0 + D_S/\beta_S R} - (l^2 - 1) \frac{\Gamma_S n_{SR}}{R} \right\}. \quad (42)$$

В этом случае  $v_l$ , очевидно, убывающая функция  $l$  ( $l \geq 2$ ), а наиболее быстро растущая гармоника возмущения отвечает  $l^* = 2$ .

5. Приведем качественный анализ устойчивости формы островка малого радиуса ( $R \ll \lambda_S$ ) и сопоставим его со строгим линейным анализом, приведенным выше. Для



Механизм неустойчивости формы островка, связанный с анизотропией диффузионных потоков на подложке. Жирной сплошной линией показана форма островка, соответствующая возмущению вида  $\delta_2 \exp(2i\varphi)$ . 1 — „горбы“, 2 — „впадины“ возмущения. Смысл диффузионных потоков  $j_{S1}$  и  $j_{S2}$  объясняется в тексте.

этого рассмотрим возмущение формы островка, соответствующее  $l = 2$  (см. рисунок). Длина волны такого возмущения

$$\lambda_2 = \frac{2\pi R}{2} = \pi R, \quad (43)$$

а кривизна границы островка (см. (10))

$$K = \frac{1}{R} + \frac{3\delta_2}{R^2} \exp(2i\varphi). \quad (44)$$

Максимальное и минимальное значения кривизны отвечают „горбу“ и „впадине“ возмущения соответственно (см. рисунок)

$$K_{\max} = \frac{1}{R} + \frac{3\delta_2}{R^2}, \quad K_{\min} = \frac{1}{R} - \frac{3\delta_2}{R^2}. \quad (45)$$

Далее будем рассматривать случай малых пересыщений (23) и считать, что рост островка лимитируется диффузией ( $D_S/\beta_S \rightarrow 0$ ). Тогда плотности адатомов вблизи „горба“ и „впадины“ возмущения соответственно равны (см. граничное условие (9))

$$n_{S \max} = n_{S\infty} + n_{S\infty} \Gamma_S \left( \frac{1}{R} + \frac{3\delta_2}{R^2} \right),$$

$$n_{S \min} = n_{S\infty} + n_{S\infty} \Gamma_S \left( \frac{1}{R} - \frac{3\delta_2}{R^2} \right). \quad (46)$$

Перепад плотности адатомов между „горбом“ и „впадиной“

$$\Delta n_S \equiv n_{S \max} - n_{S \min} = 6n_{S\infty} \Gamma_S \frac{\delta_2}{R^2} \quad (47)$$

осуществляется на расстоянии

$$\frac{\lambda_2}{2} = \frac{\pi R}{2} \approx \frac{3}{2} R. \quad (48)$$

Вследствие перепада плотности  $\Delta n_S$  (см. (47)) возникает диффузионный поток адатомов  $j_{S1}$ , который направлен от „горба“ к „впадине“ возмущения и стремится заглаживать (выровнять) возмущение,

$$j_{S1} \approx D_S \frac{\Delta n_S}{(3R/2)} = \frac{4D_S n_{S\infty} \Gamma_S}{R^2} \left( \frac{\delta_2}{R} \right). \quad (49)$$

При рассматриваемом возмущении формы островка помимо диффузионного потока  $j_{S1}$  (см. (49)) возникает дополнительный диффузионный поток  $j_{S2}$ , идущий на „горб“ возмущения за счет образования больших градиентов плотности адатомов на участках границы с большей локальной кривизной. Благодаря этому выдвинутые вперед фрагменты границы островка продвигаются быстрее. Поток  $j_{S2}$  для островка малого радиуса ( $R \ll \lambda_S$ ) можно оценить как

$$j_{S2} \approx D_S G_S \left( \frac{\delta_2}{R} \right) = \frac{D_S \Delta n_{SR}}{R K_0(R/\lambda_S)} \left( \frac{\delta_2}{R} \right). \quad (50)$$

В случае малых пересыщений (23), как следует из (6),

$$\Delta n_{SR} \equiv \bar{n}_S - n_{SR} = n_{S\infty} \Gamma_S \left( \frac{1}{R^*} - \frac{1}{R} \right). \quad (51)$$

В качестве критерия неустойчивости круговой формы островка возьмем неравенство (см. рисунок)

$$j_{S2} > 2j_{S1}, \quad (52)$$

при выполнении которого величина  $\delta_2(t)$  нарастает. Подстановка (49)–(51) в неравенство (52) дает

$$R > 8K_0(R/\lambda_S)R^*, \quad (53)$$

в то время как строгий линейный анализ устойчивости островка малого радиуса ( $R \ll \lambda_S$ ) дает  $R_{C1}(2) = 6K_0(R/\lambda_S)R^*$  (см. (28)).

6. Таким образом, проанализирована устойчивость растущего на поверхности кристалла цилиндрического островка малого радиуса ( $R \ll \lambda_S$ ) относительно произвольных малых возмущений его формы (см. (8)) с учетом граничной кинетики адатомов на границе островка (граничное условие (9)). Обсуждаемые далее конкретные результаты (если специально не оговорено иное) получены в случае малых пересыщений двумерного газа адатомов (23).

Найдены пороговый радиус островка  $R_{C1}(l)$ , выше которого нарастает амплитуда возмущения формы островка  $\delta_l(t)$  (см. (24)), и пороговый радиус  $R_{C2}(l)$ , выше которого нарастает амплитуда относительной деформации формы островка  $\delta_l/R$  (см. (33)–(35)).

Неустойчивость круговой формы островка при произвольном значении  $D_S/\beta_S R^*$  впервые наступает на второй гармонике ( $l = 2$ ). Соответствующий пороговый радиус  $R_{C1}(2)$  дается формулой (26). Нарастание же относительной деформации формы островка  $\delta_l/R$  начинается на третьей гармонике ( $l = 3$ ). Величина  $R_{C2}(3)$  представлена формулой (36). Как следует из формул (24), (33)–(35), возрастание роли граничной кинетики в переносе адатомов к островку (рост отношения  $D_S/\beta_S$ ) приводит к увеличению пороговых радиусов  $R_{C1}(l)$  и  $R_{C2}(l)$ . В том случае, когда рост островка лимитируется диффузией адатомов ( $D_S/\beta_S \rightarrow 0$ ), проведенный качественный анализ устойчивости формы островка дает для  $R_{C1}(2)$  значение  $8K_0(R/\lambda_S)R^*$  (см. неравенство (53)), а строгий линейный анализ приводит к формуле (28) с близкой величиной численного коэффициента, равной 6.

Если же пересыщения двумерного газа адатомов логарифмически велики (29), пороговый радиус  $R_{C1}(l)$  определяется формулами (30)–(32). В этом случае радиус  $R_{C1}(l)$  близок к критическому  $R^*$ , а разность  $(R_{C1}(l) - R^*) \ll R^*$  слабо (логарифмически) зависит как от  $l$ , так и от  $D_S/\beta_S$ .

В случае развитой неустойчивости формы островка (неустойчивости на гармониках с номерами  $l \gg 1$ ) при произвольных пересыщениях двумерного газа адатомов найдены номер наиболее быстро растущей гармоники  $l^*$  (см. (38)) и соответствующая длина волны гармоники  $\lambda^*$  (см. (39)). При этом предполагается, что  $lD_S/\beta_S R \ll 1$ .

Автор благодарит П.И. Фомина и В.В. Слезова за поддержку настоящей работы.

## Список литературы

- [1] С.А. Кукушкин, А.В. Осипов. УФН **168**, 1083 (1998).
- [2] V.A. Shchukin, D. Vimberg. Rev. Mod. Phys. **71**, 1125 (1999).
- [3] О.П. Пчеляков, Ю.Б. Болховитянов, А.В. Двуреченский, Л.В. Соколов, А.И. Никифоров, А.И. Якимов, Б. Фойхтлендер. ФТП **34**, 1281 (2000).
- [4] Я.Е. Гегузин, Ю.С. Кагановский. Диффузионные процессы на поверхности кристалла. Энергоатомиздат, М. (1984). 128 с.
- [5] Р.З. Бахтизин, Ю. Хасегава, К.-К. Шуе, Т. Сакурай. ЖЭТФ **118**, 1153 (2000).
- [6] А.В. Двуреченский, А.И. Якимов. УФН **171**, 1371 (2001).
- [7] А.А. Шкляев, М. Ичикава. УФН **176**, 913 (2006).
- [8] С.Б. Эренбург, Н.В. Бауск, А.В. Двуреченский, Ж.В. Смагина, А.В. Ненашев, А.И. Никифоров, В.Г. Мансуров, К.С. Журавлев, А.И. Торопов. Поверхность **1**, 31 (2007).
- [9] A.V. Osipov, S.A. Kukushkin, F. Schmitt, P. Hess. Phys. Rev. B **64**, 205 421-1 (2001).
- [10] A.V. Osipov, F. Schmitt, S.A. Kukushkin, P. Hess. Appl. Surf. Sci. **188**, 156 (2002).
- [11] А.В. Коропов, В.В. Сагалович. Поверхность **6**, 50 (1987); **5**, 55 (1989); **2**, 17 (1990).
- [12] А.В. Коропов, П.Н. Остапчук, В.В. Слезов. ФТТ **33**, 2835 (1991); Препринт ХФТИ № 90-50. Харьков (1990). 19 с.; Препринт ХФТИ № 91-16. Харьков (1991). 22 с.

- [13] В.И. Перекрестов, А.В. Коропов, С.Н. Кравченко. ФТТ **44**, 1131 (2002).
- [14] Э.Л. Нагаев. УФН **162**, 49 (1992).
- [15] M.J. Yacamán, J.A. Ascencio, H.B. Liu, J. Gardea-Torresdey. J. Vac. Sci. Technol. B **19**, 1091 (2001).
- [16] Б.М. Смирнов. Физика фрактальных кластеров. Наука, М. (1991). 136 с.
- [17] В.Д. Борман, А.В. Зенкевич, М.А. Пушкин, В.Н. Тронин, В.И. Троян. Письма в ЖЭТФ **73**, 684 (2001).
- [18] J. Bansmann, S.H. Baker, C. Binns, J.A. Blackman, J.-P. Bucher, J. Dorantes-Dávila, V. Dupuis, L. Favre, D. Kechrakos, A. Kleibert, K.-H. Meiwes-Broer, G.M. Pastor, A. Perez, O. Toulemonde, K.N. Trohidou, J. Tuaille, Y. Xie. Surf. Sci. Rep. **56**, 189 (2005).
- [19] С.А. Кукушкин, А.В. Осипов. ФТТ **37**, 119 (1995).
- [20] S.A. Kukushkin, A.V. Osipov. Phys. Rev. E **53**, 4964 (1996).
- [21] И.Ф. Люксютов, А.Г. Наумовец, В.Л. Покровский. Двумерные кристаллы. Наук. думка, Киев (1988). 220 с.
- [22] Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. Наука, М. (1979). 832 с.