

УДК 538.935+538.945

О НИЗКОЧАСТОТНЫХ ШУМАХ В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ

Ю. М. Гальперин, В. Л. Гуревич, В. И. Козуб

Рассмотрено влияние структурных дефектов с внутренней степенью свободы, существующих в сверхпроводящих керамических материалах, на электрические шумы в последних. Показано, что такие дефекты, с одной стороны, приводят к флуктуациям сопротивления фликкерного типа в нормальном состоянии, а с другой — ограничивают чувствительность квантовых интерферометров с ВТСП элементами. Приведены оценки шумов, вытекающие из экспериментальных данных для ВТСП керамики.

Одной из характерных особенностей высокотемпературных сверхпроводников является присутствие в той или иной степени структурного беспорядка. Наиболее выражен этот беспорядок в сверхпроводящей керамике, представляющей собой гранулярную систему. Однако такой беспорядок, видимо, имеет место и в монокристаллах, в частности, за счет неупорядоченности распределения вакансий кислорода, наличия плоскостей двойникования и т. п. С другой стороны, известно, что в неупорядоченных системах (например, в стеклах) существуют специфические низкоэнергетические возбуждения, соответствующие движению атомов (или их групп) в двухъямных потенциалах [1, 2]. При самых низких температурах играют роль лишь два нижних квантовых уровня, и, таким образом, мы имеем дело с двухуровневыми системами (ДУС) [1, 2]. Наличие ДУС определяет практически все термодинамические и кинетические свойства неупорядоченных сред при предельно низких температурах. При более высоких температурах движение атомов становится более сложным и начинают преобладать процессы активации через барьеры.

В настоящее время выполнен целый ряд экспериментов ([3-5] и др.), в которых обнаружены ДУС и в высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП). Сделанные в указанных работах оценки концентрации ДУС свидетельствуют о том, что в ВТСП этих объектов примерно на порядок больше, чем в металлических стеклах.

Структурные дефекты типа ДУС могут служить источником низкочастотных шумов. Дело в том, что сечения рассеяния электронов на ДУС, находящейся в различных конфигурациях, различны. А поскольку ДУС осуществляют переходы между разными конфигурациями, возникают флуктуации сечения рассеяния во времени.

Другим важным обстоятельством является то, что времена релаксации ДУС с одним и тем же расстоянием между уровнями могут различаться на много порядков.

Различие обусловлено тем, что в туннельном режиме время релаксации экспоненциально зависит от величины туннельного параметра, а в активационном — от высоты барьера. При этом и туннельные параметры, и высоты барьеров в аморфных средах являются случайными величинами, распределенными в достаточно широкой области. Вследствие широкого разброса времен релаксации в соответствии с гипотезой Мак-Уортера [6] спектральная функция соответствующих шумов должна быть близка к $1/\omega$. На то, что ДУС могут явиться источником таких шумов, впервые

обратили внимание Коган и Нагаев [7]. Анализ влияния ДУС на шумы в нормальных проводниках и в сверхпроводящих джозефсоновских структурах выполнен в работах одного из авторов [8-11]. В первом случае имеют место флуктуации сопротивления, а во втором — флуктуации критического тока.

Из сказанного ясно, что в ВТСП (и в первую очередь в керамике) можно ожидать высокого уровня НЧ шумов, что важно с точки зрения анализа перспективы технических применений.

На первый взгляд, все эти рассуждения относятся к области сверхнизких температур (меньше нескольких градусов Кельвина) и не важны в наиболее интересной для приложений области азотных температур. Действительно, двухуровневый спектр имеет место лишь для сравнительно малых энергий возбуждения. Если же нас интересуют большие энергии, то надо рассматривать потенциалы с более высокими барьерами, где помещается уже большее число уровней. Поэтому в актуальной для ВТСП области результаты работ [7-11] непосредственно неприменимы, поскольку они базируются на модели ДУС.

На самом деле высказанные выше качественные соображения основаны не на двухуровневом характере спектра, а лишь на наличии двух метастабильных конфигураций (ям) и возможности туннельного или активационного перехода между ними. Дело в том, что в НЧ шумы вносят вклад объекты с большими временами релаксации ($\sim \omega^{-1}$), которые могут быть достигнуты за счет высоких и широких барьеров. При этом наличие в каждой яме более чем одного уровня не сказывается на НЧ шумах, поскольку переходы между уровнями происходят достаточно быстро. На больших же временах каждая яма может описываться усредненными по времени характеристиками.

Теория НЧ электрических шумов в неупорядоченных проводниках и туннельных структурах была построена в работе [12] на основе модели мягких ангармонических потенциалов [13, 14]. В этой работе был вычислен коррелятор токов через проводник в нормальном состоянии, а также через туннельные контакты и микроконтакты.

Основная цель настоящей работы — обсудить последствия наличия дефектов со внутренними степенями свободы для шумов в ВТСП. Изложение организовано следующим образом. В разделе 1 приведены выражения для флуктуаций тока в нормальном состоянии, а также флуктуаций критического тока джозефсоновских переходов между неупорядоченными сверхпроводниками. В разделах 2, 3 рассмотрены следствия этих флуктуаций для двух систем: одноконтактного сверхпроводящего интерферометра (СКВИДа) и одиночного перехода, через который пропускается ток. В разделе 2 обсуждаются малые флуктуации с целью определения так называемой «частоты среза» ω_c . Указанная частота определяется таким образом, что при более низких частотах фликкерный (НЧ) шум преобладает над найквистовским.

В разделе 3 изучены большие флуктуации, способные осуществить переходы между квазистационарными состояниями системы.

1. Основные соотношения для НЧ шумов

Возникающие шумы, как уже отмечалось, обусловлены тем, что вероятность рассеяния электрона i -дефектом зависит от состояния последнего

$$W_{pp'}^{(i)} = W_{pp'}^{(i1)}n + W_{pp'}^{(i2)}(1-n), \quad (1)$$

n — число заполнения первой конфигурации, а $(1-n)$ — второй; $W^{(i, 1, 2)}$ суть вероятности переходов в соответствующих конфигурациях. Имея это в виду и интегрируя кинетическое уравнение Больцмана по оператору столкновений с интересующими нас дефектами с внутренними степенями свободы (считаем, что таких дефектов гораздо меньше, чем обычных примесей), можно получить [8-11]

$$S_j = \frac{\langle (\delta j)^2 \rangle_\omega}{j_0^2} = \sum_i s_i \frac{\Gamma_i}{\Gamma_i^2 + \omega^2}, \quad (2)$$

где j_0 — средний ток через образец, Γ_i — скорость релаксации заселенности i -го дефекта в определенной конфигурации,

$$s_i = \frac{l^2 (\sigma_1^{(i)} - \sigma_2^{(i)})^2}{V_0^2} n_0^{(i)} (1 - n_0^{(i)}) \quad (3)$$

— безразмерная «сила» i -го флуктуатора. Здесь l — длина свободного пробега по отношению к рассеянию на остальных (нефлуктуирующих) примесях; $\sigma_{1,2}^{(i)}$ — сечения рассеяния электрона на i -м центре в конфигурациях (1), (2) соответственно; V_0 — объем образца; n_0 — равновесное число заполнения.

В массивном материале имеется много структурных дефектов указанного типа. Поэтому для суммирования вкладов разных флуктуаторов нужно знать функцию распределения двух случайных величин: расстояние между низшими уровнями частицы в разных ямах E и частоты релаксации Γ . Указанная функция распределения $\mathcal{P}(E, \Gamma)$ была подробно проанализирована в работе [12], и здесь мы укажем лишь необходимые сведения о ней. В первую очередь для вычисления шумов нам интересна лишь функция \mathcal{P} при $E \leq T$ (мы будем называть ее $\mathcal{P}(\Gamma)$). Действительно, комбинация $n_0(1-n_0)$, входящая в (3), выделяет значения $E \sim T$. Физически это является следствием того, что переходы между конфигурациями центров происходят за счет взаимодействия с элементарными возбуждениями проводника (при низких температурах с электронными возбуждениями, а при больших температурах — с фононами), а сверхтепловых возбуждений экспоненциально мало. Вид функции $\mathcal{P}(\Gamma)$ определяется тем, какой из механизмов — туннелирование или активация — ответствен за переходы между конфигурациями. В обоих случаях, однако, эту функцию (нормированную на одну частицу) можно представить в виде

$$\mathcal{P}(\Gamma) = \frac{1}{\mathcal{L}\Gamma} F^{(\alpha, t)} \left[\ln \frac{1}{\Gamma\tau_0} \right] \Theta(\Gamma_0 - \Gamma). \quad (4)$$

Здесь $F^{(\alpha, t)}$ — приведенные в [12] функции, разные для процессов активации и туннелирования; τ_0 — время порядка периода колебаний в отдельной яме; Γ_0 — максимальная частота переходов для $E = T$; $\mathcal{L} = \int d\Gamma \mathcal{P}(\Gamma)$ — нормированная константа. Такой вид $\mathcal{P}(\Gamma)$ приводит к спектру флуктуаций

$$S_i = \langle (\delta j)^2 \rangle_\omega / j_0^2 = 2\pi\alpha / N_e \omega, \quad (5)$$

где N_e — число электронов в образце; α — так называемый параметр Хоуге [15], слабо (по логарифмическому закону) зависящий от частоты и относительно слабо — от температуры. Зависимости $\alpha(\omega, T)$, вытекающие из модели мягких потенциалов, приведены в [12]. Грубая оценка α имеет вид

$$\alpha \simeq \frac{l^2 n_e \bar{P} \Gamma}{2\pi} \langle (\sigma_1 - \sigma_2)^2 \rangle, \quad (6)$$

n_e — концентрация электронов; \bar{P} — плотность состояний ДУС, определяемая из низкотемпературных экспериментов.

Приведенное рассмотрение непосредственно применимо к микроконтактам между двумя проводниками. При этом в случае контактов достаточно малых размеров в активной области может присутствовать конечное, достаточно малое число дефектов. Тогда вместо $1/\omega$ шума должны различаться лоренцевы крылья, что и наблюдалось на опыте.

Очень похожая ситуация имеет место и в туннельных контактах. Наличие дефектов с внутренними степенями свободы приводит к модуля-

ции высоты барьера, а значит, прозрачности. Как показано в [8-11], флуктуации тока через контакт можно выразить в виде (2), где

$$s_i = (\bar{\sigma}_1^{(i)} - \bar{\sigma}_2^{(i)})^2 / A^2, \quad (7)$$

A — площадь контакта, а «эффективные сечения» $\bar{\sigma}_{1,2}^{(i)}$ зависят от потенциала дефекта и характеристика барьера.

Соответствующая оценка для параметра Хоуге приобретает вид

$$\alpha/N \simeq d \langle (\sigma_1 - \sigma_2)^2 \rangle \bar{P}T/A, \quad (8)$$

где d — толщина туннельного перехода.

До сих пор речь шла о нормальном состоянии, не специфичном для ВТСП. Однако, как показано в [8-11], в случае сверхпроводящего перехода Джозефсона указанные выше дефекты приводят к флуктуациям критического тока Джозефсона I_c . Расчет, приведенный в [8-11] применительно к взаимодействию с ДУС, показывает, что

$$\langle (\delta I_c)^2 \rangle_\omega / I_c^2 = S_j, \quad (9)$$

где S_j определяется прежним выражением (5). Это соотношение имеет место как для контактов обычного типа $S-I-S$, так и для структур $S-C-S$. По существу соотношение (9) не удивительно — оно есть следствие того, что флуктуации как тока в нормальном состоянии, так и I_c обусловлены модуляцией вероятности прохождения электронов с одного берега структуры на другой.

2. Влияние дефектов на свойства джозефсоновских систем. Малые флуктуации

Рассмотрим влияние флуктуаций в двух джозефсоновских системах. Первая состоит из перехода, включенного в цепь с постоянной эдс \mathcal{E} и нагрузкой с импедансом R_N . Используя резистивную модель перехода и обозначения книги [16], запишем уравнение для скачка фаз на переходе φ

$$\ddot{\varphi} + \gamma \dot{\varphi} + \omega_p^2 \sin \varphi = \omega_p^2 \sin \varphi_0. \quad (10)$$

Здесь $\omega_p^2 = 2eI_c / \hbar C$, C — емкость перехода, $\sin \varphi_0 \equiv I / I_c < 1$, I — средний ток через переход, $\gamma = C^{-1} (R_N^{-1} + R^{-1})$ — затухание. Мы не будем учитывать флуктуаций затухания γ , поскольку в первую очередь нам интересен случай, когда γ достаточно мало. В такой ситуации флуктуирующей величиной является ω_p^2 в левой части (10)

$$\omega_p^2 \rightarrow \omega_p^2 (1 + \delta I_c(t) / I_c). \quad (11)$$

В правой части произведение $\omega_p^2 \sin \varphi_0$ не зависит от I_c . Линеаризуя уравнение (10) по отклонению φ от φ_0 и используя соотношение Джозефсона $\dot{\varphi} = 2eV / \hbar$, имеем

$$\langle |V|^2 \rangle_\omega = \left(\frac{\hbar}{2e} \right)^2 \frac{\omega_p^2 \omega_c^4 \sin^2 \varphi_0}{(\omega_p^2 \cos \varphi_0 - \omega)^2 + \omega^2 \gamma^2} S_j(\omega). \quad (12)$$

Для определения частоты среза это выражение нужно сопоставить с найквистовскими шумами, выражение для которых получается из (12) заменой

$$I_c^2 \sin^2 \varphi_0 S_j(\omega) \rightarrow (C/\pi) \gamma T. \quad (13)$$

Частота среза определяется равенством в выражении (13)

$$\omega_c = I_c^2 2\pi^2 \alpha \sin^2 \varphi_0 / NT (R_N^{-1} + R^{-1}). \quad (14)$$

Используя оценку (9), получаем

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} \simeq \frac{\pi \sin^2 \varphi_0 R_N}{R_N + R} \frac{V_c^2 \bar{P}d}{AR} \langle (\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_2)^2 \rangle. \quad (15)$$

Полагая $V_c = 100$ мкВ при $T = 100$ К, $\bar{P} \approx 4 \cdot 10^{33}$ эрг $^{-1}$ ·см $^{-3}$, $d \approx 4 \times 10^{-7}$ см [16], $(\bar{\varepsilon}_1 - \bar{\varepsilon}_2) \approx 10^{-15}$ см 2 [8-11], $AR \approx (10^{-4} - 10^{-7})$ Ом·см 2 [16], $\sin^2 \varphi_0 \approx 1/2$, $R_N \approx R$, имеем $f_c = 1 \div 10^3$ Гц. Здесь $V_c = I_c R$. Видно, что частота среза в туннельных джозефсоновских контактах может быть достаточно большой. Отметим, что для таких же значений параметров плазменная частота дается оценкой

$$\omega_p = \left(\frac{2eV_c}{\hbar} \frac{1}{AR} \frac{A}{C} \right)^{1/2}. \quad (16)$$

Наибольшие значения НЧ флуктуации имеют при малых значениях произведения $AR \approx 10^{-7}$ Ом·см 2 . Полагая $C/A \approx 5 \cdot 10^{-6}$ Ф/см 2 , $2eV_c/\hbar \approx 3 \cdot 10^{11}$ с $^{-1}$, получаем $\omega_p/2\pi \approx 10^{11}$ Гц.

Таким образом, при частотах ниже частоты среза флуктуационное напряжение можно записать в виде

$$\langle |V|^2 \rangle_\omega = \left(\frac{\hbar}{2e} \right)^2 S_j(\omega) \frac{I^2}{I_0^2 - I^2}. \quad (17)$$

Переходим теперь к случаю интерферометра Циммермана—Сильвера, представляющего собой замкнутое сверхпроводящее кольцо с индуктивностью L , содержащее джозефсоновскую связь. Здесь, как и в [16], удобно ввести безразмерные фазы φ и φ_0 , связанные с магнитным потоком Φ через петлю и внешним потоком Φ_0 соотношениями

$$\varphi = 2\pi\Phi/\Phi_0, \quad \varphi_0 = 2\pi\Phi_0/\Phi_0, \quad (18)$$

где $\Phi_0 = hc/2e$ — сверхпроводящий квант магнитного потока. В этих обозначениях уравнение интерферометра приобретает вид

$$\varphi + \gamma\dot{\varphi} + \omega_p^2 \sin \varphi + \omega_0^2 \varphi = \omega_0^2 \varphi_0, \quad (19)$$

где $\omega_0^2 = (LC)^{-1}$, причем, как и раньше, единственной флуктуирующей величиной является ω_p^2 . Частота среза снова определяется выражением (15), а флуктуации магнитного потока — выражением (при $\omega \ll \omega_c$)

$$\langle |\varphi_\omega|^2 \rangle = \frac{\sin^2 \varphi_0}{(\cos \varphi_0 + 1/l)^2} S_j(\omega), \quad (20)$$

где введена важная для описания работы СКВИДа безразмерная индуктивность

$$l = 2\pi LI_c/\Phi_0 = (\omega_0/\omega_p)^2, \quad (21)$$

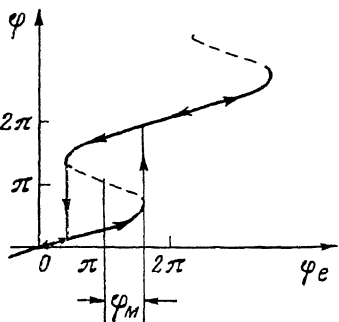
а φ_0 — есть решение уравнения

$$\varphi_0 + l \sin \varphi_0 = \varphi_0. \quad (22)$$

Выражение для флуктуаций магнитного потока и напряжения (20) и (17) пригодны, если соответствующие знаменатели в формулах не слишком малы. В случае (17) ток должен быть не слишком близким к критическому току I_c . В противном случае флуктуации могут переводить переход в нестационарный режим. В случае интерферометра выражение (20) хорошо работает в безгистерезисном режиме, когда $l < 1$. Обратим внимание, что в этом случае спектр флуктуаций магнитного потока аналогичен $S_j(\omega)$, т. е. имеет вид фликкер-шума $1/\omega$.

В случае $l > 1$ существуют два типа решений уравнения (22) — устойчивые и неустойчивые, — а равенство нулю знаменателя в (20) как раз соответствует границе между ними [16]. Поэтому возникает так называемый гистерезисный режим работы СКВИДа и вблизи точек потери устойчивости, соответствующих изменению числа квантов в интерферометре, флуктуации I_c нельзя считать малыми. К анализу этой ситуации мы сейчас и приступаем.

Для определенности рассмотрим интерферометр Циммермана—Сильвера с одним джозефсоновским переходом. В стационарном состоянии магнитный поток в интерферометре определяется уравнением (22), решение которого графически изображено на рисунке [16]: сплошные линии — устойчивые участки, а штриховые — неустойчивые. Рассмотрим прямую ветвь зависимости φ (φ_e), соответствующую росту внешнего магнитного поля. Будем считать, что рабочая точка φ_e находится вблизи точки переключения. $|\varphi_e - \varphi_m| \ll \pi$. Учтем также, что переходные процессы в интерферометре происходят достаточно быстро (во всяком случае быстрее, чем время γ^{-1}), гораздо быстрее, чем происходят скачки в структурных дефектах. Поэтому можно анализировать стационарное уравнение (22), считая, что в нем флуктуирует параметр l



$$l \rightarrow l(1 + \delta I_c / I_c). \quad (23)$$

Будем различать два случая.

1) Случай туннельного перехода очень малых размеров, в котором присутствует один структурный дефект, вклад которого в отношении $\delta I_c / I_c$ порядка \sqrt{s} , а частота скачков Γ .

2) Случай контакта больших размеров, когда в нем имеется $N \gg 1$ таких дефектов (для простоты будем считать их вклады во флуктуации I_c одинаковыми).

Переходы каждого из центров можно моделировать так называемым телеграфным случайным процессом. В соответствии с этим представим $\delta I_c / I_c$ в виде $\sqrt{s} \xi(t)$, где случайная величина $\xi(t)$ принимает значения ± 1 в случайные моменты времени, причем средняя частота скачков равна Γ . Для такого процесса легко вычислить производящий функционал [17]

$$K(x, y) = \langle e^{-ix\xi(t) - iy\xi(t+\tau)} \rangle = e^{-\Gamma\tau} [\text{ch } \Gamma\tau \cos(x+y) + \text{sh } \Gamma\tau \cos(x-y)], \quad (24)$$

с помощью которого легко вычисляется как одноточечная, так и парная условные вероятности случайной величины ξ

$$w_1(\xi) = 1/2 [\delta(\xi - 1) + \delta(\xi + 1)], \quad (25)$$

$$w_2(\xi, \xi_\tau | \tau) = w_1(\xi) w_1(\xi_\tau) + \frac{e^{-2\Gamma|\tau|}}{4} \{ [\delta(\xi - 1) - \delta(\xi + 1)] [\delta(\xi_\tau - 1) - \delta(\xi_\tau + 1)] \}. \quad (26)$$

Знание указанных вероятностей позволяет вычислить интересные нас средние и моменты

$$\langle \varphi \rangle = \int d\xi \varphi[\varphi_e, \varphi_m(\xi)] w_1(\xi), \quad (27)$$

$$\langle \varphi(t) \varphi(t + \tau) \rangle = \int d\xi d\xi_\tau \varphi[\varphi_e, \varphi_m(\xi)] \varphi[\varphi_e, \varphi_m(\xi + \tau)] w_2(\xi, \xi_\tau, \tau). \quad (28)$$

В этих выражениях мы учли, что в критической области флуктуации величины l наиболее сильно влияют на разность $\varphi_e - \varphi_m$, приводя к вкладу в эту разность $-\gamma \xi$, где

$$\gamma = \sqrt{s} l (\partial \varphi_m / \partial l) = \sqrt{l^2 - 1} s \quad (29)$$

(при получении этого выражения использована явная зависимость $\varphi_m(l)$ [16]). Ответ в этом случае имеет простой вид

$$\langle \varphi \rangle = 1/2 [\varphi(\varphi_e + \gamma) + \varphi(\varphi_e - \gamma)], \quad (30)$$

зависимость $\varphi(\varphi_e)$ представлена на рисунке (а аналитически — в книге [16]). Таким образом, при $\gamma \ll 1$ характерная ширина области

перехода между ветвью «-» и ветвью «+» есть 2γ . Таким образом, при изменении внешнего магнитного потока на величину порядка $(\gamma/\pi)\Phi_0$, захваченный в интерферометре средний поток изменяется на величину порядка одного кванта.

Парная корреляционная функция потоков

$$K_{\Phi}(\tau) = \langle \Phi(t+\tau)\Phi(t) \rangle - \langle \Phi^2 \rangle = (\Phi_0^2/(2\pi)^2) [\langle \varphi(t+\tau) - \varphi(t) \rangle - \langle \varphi^2 \rangle] \quad (31)$$

равна

$$K_{\Phi} = \frac{e^{-2\Gamma|\tau|}}{4} \left[\frac{\varphi(\varphi_e + \gamma) - \varphi(\varphi_e - \gamma)}{2\pi} \right]^2. \quad (32)$$

Видно, что эта величина немала в области $|\varphi_e - \varphi_m| \simeq \gamma$ и экспоненциально убывает со временем (а следовательно, спектр флуктуаций лоренцевский).

Таким образом, неопределенность положения точки перехода с одной ветви на другую имеет оценку (по магнитному потоку)

$$\Phi_0\gamma/2\pi \simeq (\Phi_0/2\pi) \sqrt{s(l^2 - 1)}. \quad (33)$$

При $l \sim 1$, $A = 10^{-8}$ см², $\sigma_+ - \sigma_- \simeq 5 \cdot 10^{-15}$ см² эта величина составляет примерно $10^{-7} \Phi_0$.

Флуктуации магнитного потока достигают максимума при $\varphi_e = \varphi_m$ и близки к

$$K_{\max} = \frac{\Phi_0^2 e^{-2\Gamma|\tau|}}{4} \left[\frac{\varphi_+ - \varphi_-}{2\pi} \right]^2, \quad (34)$$

при $l \gg 1$ $\varphi_+ - \varphi_- \simeq 2\pi$.

Переходим теперь к контактам больших размеров, в окрестности которых имеется $N \simeq PTV_0$ центров. В этой ситуации случайная величина ξ представляет собой сумму некоррелированных вкладов отдельных дефектов и для вычисления одноточечных и парных распределений нужно усреднить

$$K = \prod_{i=1}^N \langle e^{-ix\xi^{(i)} - iy\xi_z^{(i)}} \rangle.$$

При $N \gg 1$ такое усреднение легко выполняется с помощью метода Хольтсмарка [18] и вместо (24) получается

$$\exp \left\{ -N \int_0^{\infty} \mathcal{P}(\Gamma) d\Gamma [1 - K(x, y, \Gamma\tau)] \right\}. \quad (35)$$

Непосредственный расчет приводит к гауссовскому выражению для одноточечного распределения

$$\omega_1^{(N)}(\xi) = (1/\sqrt{2\pi N}) \sum_k \delta(\xi - k) \exp(-k^2/2N). \quad (36)$$

Более сложно выглядит формула для парной вероятности

$$\omega_2^{(N)}(\xi, \xi_\tau | \tau) = \frac{1}{2} \sum_{l, m} \delta\left(\frac{\xi + \xi_\tau}{2} - l\right) \delta\left(\frac{\xi - \xi_\tau}{2} - m\right) \frac{e^{-l^2/2N(1-\psi) - m^2/2N\psi}}{2\pi N \sqrt{(1-\psi)\psi}}, \quad (37)$$

где

$$\psi(\tau) = \int d\Gamma \mathcal{P}(\Gamma) (1 - e^{-2\Gamma|\tau|})/2. \quad (38)$$

Величина $\psi(\tau)$ может быть проанализирована на основе выражений для $\mathcal{P}(\Gamma)$, приведенных в [12]. Мы не будем приводить результатов во всех случаях, а лишь укажем наиболее важные факты. Величина ψ зависит от двух безразмерных параметров $\Gamma_0\tau$ и $\Gamma_{\min}\tau$, где Γ_{\min} — частота переключений наиболее медленного дефекта в окрестности контакта. Пренебрегая слабыми логарифмическими зависимостями, имеем

$$\psi(\tau) = \begin{cases} \Gamma_0 \tau / \ln(\Gamma_0 / \Gamma_{\min}), & \Gamma_0 \tau \ll 1, \\ \frac{1}{2} \frac{\ln(\Gamma_0 \tau)}{\ln(\Gamma_0 / \Gamma_{\min})}, & \Gamma_{\min}^{-1} \gg \tau \gg \Gamma_0^{-1}, \\ 1/2, & \tau \gg \Gamma_{\min}^{-1}. \end{cases} \quad (39)$$

Из (39) следует тривиальный факт, что при $\Gamma_{\min} \tau \gg 1$

$$w_{\frac{1}{2}}^{(N)}(\xi, \xi_\tau | \infty) = w_1^{(N)}(\xi) w_1^{(N)}(\xi_\tau).$$

При самых малых временах $\psi \rightarrow 0$ и, как легко показать,

$$w_{\frac{1}{2}}^{(N)}(\xi, \xi_\tau | 0) = \delta(\xi - \xi_\tau) w_1^{(N)}(\xi),$$

что тоже очевидно. Наконец, в широкой области времен

$$\Gamma_0^{-1} \ll \tau \ll \Gamma_{\min}^{-1}$$

должна наблюдаться логарифмическая релаксация магнитного потока. Вследствие экспоненциально широкого распределения времен релаксации в стеклах отношение Γ_0 / Γ_{\min} может быть очень большим и составлять несколько порядков. Не исключено, что эффектами типа рассмотренного и объясняется логарифмическое проникновение магнитного потока в керамические образцы.

Оценим основные ограничения на параметры СКВИДа с большими контактами. Нетрудно убедиться, что характерным масштабом изменения в этом случае является величина $\gamma \sqrt{2N} = \sqrt{2sN(l^2 - 1)}$. При $T \sim 100$ К, $l \sim 1$ и параметрах, указанных выше, она имеет порядок $2 \cdot 10^{-4}$. Это и есть характерная чувствительность измерения фазы (для оценки чувствительности по магнитному потоку эту величину нужно разделить на 2π и умножить на Φ_0).

Оценим флуктуации для простейшего случая, когда $\varphi_e = \varphi_m$. Тогда зависимость $\varphi(\xi)$ можно записать в виде

$$\varphi = \frac{\varphi_+ + \varphi_-}{2} + \frac{\varphi_+ - \varphi_-}{2} \text{sign } \xi. \quad (40)$$

В этом случае коррелятор магнитных потоков имеет вид

$$K_\Phi = \frac{\Phi_0^2}{2\pi} \left(\frac{\varphi_+ - \varphi_-}{2\pi} \right)^2 \arctg \frac{2\sqrt{\psi(1-\psi)}}{1-2\psi}. \quad (41)$$

При $\Gamma_0 \tau \ll 1$ мы имеем $\psi \rightarrow 0$ и

$$K_\Phi \rightarrow \frac{\Phi_0^2}{4} \left(\frac{\varphi_+ - \varphi_-}{2\pi} \right)^2.$$

При $\Gamma_{\min} \tau \rightarrow \infty$ $\psi \rightarrow 1/2$ и $K_\Phi \rightarrow 0$, как и должно быть. В промежуточной области функция ψ может быть аппроксимирована выражением $\psi \simeq 1/2 \ln(\Gamma_0 \tau) / \ln(\Gamma_0 / \Gamma_{\min})$. В этой области релаксация происходит логарифмически по времени. В частотном представлении это соответствует шуму типа $1/\omega$. С ростом величины $|\varphi_e - \varphi_m|$ величина флуктуаций уменьшается и при

$$|\varphi_e - \varphi_m| \gg \gamma \sqrt{N} = \sqrt{Ns(l^2 - 1)} \quad (42)$$

становятся справедливыми формулы, полученные выше для случая малых флуктуаций.

Приведенные оценки показывают, что структурные дефекты с внутренними степенями свободы могут существенно ограничивать чувствительность СКВИДа. Поскольку

$$\sqrt{Ns(l^2 - 1)} \simeq \left[(l^2 - 1) \frac{FTd \langle (\sigma_1 - \sigma_2)^2 \rangle}{A} \right]^{1/2}, \quad (43)$$

эта чувствительность определяется температурой и размерами контакта.

В заключение отметим, что классические переходы между состояниями с различным числом квантов потока, обусловленные флуктуациями дефектов, могут конкурировать с макроскопическими туннелированием.

Для оценки сравним ширину области, в которой эти эффекты существенны, с соответствующей величиной области для макроскопического туннелирования. Для этого примем во внимание, что обратная вероятность макроскопического туннелирования $1/\tau$ есть (ср. с [16])

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\omega_p}{2\pi} (2\varepsilon)^{7/8} \left(432\pi \frac{I_c}{e\omega_p} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{12}{5} \frac{I_c (2\varepsilon)^{5/4}}{e\omega_p} \right],$$

где «безразмерная подкритичность» ε есть

$$\varepsilon = 1 - I/I_c = (\sqrt{l^2 - 1}/l) (\varphi_m - \varphi_0).$$

Коэффициент при $(2\varepsilon)^{5/4}$ велик, в противном случае система не может работать как джозефсоновская. Если же весь показатель экспоненты велик, вероятность перехода мала и каждый такой переход меняет поток на один квант. В этом специфика квантовых флуктуаций такого типа. Они происходят редко, и для того чтобы они осуществились, требуется большое время ожидания; однако, коль скоро флуктуация имеет место, ее величина составляет порядка одного кванта потока.

Из сказанного явствует, что максимальная чувствительность осуществляется в таком режиме, когда, с одной стороны, производная $d\Phi/d\Phi$, как можно больше, если, с другой стороны, вероятность квантового скачка за время измерения подавляюще мала. Этими условиями и определяется чувствительность СКВИДа с точки зрения квантовых флуктуаций.

Отсюда, в частности, явствует, что фликкер-шум в таких системах по существу невозможно изучать на таких частотах, которые порядка или меньше обратного времени жизни квазистационарного квантового состояния.

Все рассуждения, касающиеся квантового туннелирования, справедливы, если туннельный джозефсоновский переход не имеет дополнительных степеней свободы. Если же таковые имеются, т. е. если, например, в переходе есть туннельные двухуровневые системы, их флуктуационные переходы с нижнего уровня на верхний и обратно приводят к флуктуациям критического тока I_c . Наличие последних должно модифицировать радикальным образом всю картину квантовых флуктуаций, однако, на наш взгляд, эта актуальная и интересная физическая задача заслуживает специального рассмотрения.

В настоящей работе, таким образом, рассмотрен определенный круг задач, связанных со стационарным эффектом Джозефсона. Есть еще обширный круг таких задач, имеющих отношение к нестационарному эффекту, к их рассмотрению мы надеемся вернуться в будущем.

Список литературы

- [1] Anderson P. W., Halperin B. I., Varma C. M. // *Phil. Mag.* 1972. V. 25. N 1. P. 1—9.
- [2] Phillips W. A. // *J. Low Temp. Phys.* 1972. V. 7. N 3—4. P. 351—360.
- [3] Esquinazi P., Luzuriaga J., Duran C., Esparza D., D'Ovidio C. // *Phys. Rev.* 1987. V. B36. P. 2316—2318.
- [4] Esquinazi P., Duran S., Fainsteen C., Requeizo M. // *Phys. Rev.* 1988. V. B37. N 1. P. 545—547.
- [5] Golding B., Birge N. O., Haemmerle W. H., Cava R. J., Rietman E. // *Phys. Rev.* 1987. V. B36. N 10. P. 5606—5608.
- [6] McWhorter A. L. // *Semiconductor surfac physics.* University Pennsylvania Press, Philadelphia, 1957.
- [7] Коган Ш. М., Нараев К. Э. // *Письма в ЖТФ.* 1984. Т. 10. № 5. С. 313—316.
- [8] Козуб В. И. // *ЖЭТФ.* 1984. Т. 86. № 6. С. 2239—2254.
- [9] Козуб В. И. // *ФТТ.* 1984. Т. 26. № 7. С. 1955—1963.
- [10] Козуб В. И. // *ФТТ.* 1984. Т. 26. № 6. С. 1851—1853.
- [11] Козуб В. И. // *ЖЭТФ.* 1984. Т. 87. № 4. С. 1410—1422.

- [12] Гальперин Ю. М., Карпов В. Г., Козуб В. И. // ЖЭТФ. 1989. Т. 95. № 3. С. 1123—1133.
- [13] Karrov V. G., Linger M. I., Ignat'ev F. I. // Sol. St. Comm. 1982. V. 44. N 12. P. 333—337.
- [14] Карпов В. Г., Клингер М. И., Игнатьев Ф. И. // ЖЭТФ. 1983. Т. 84. № 2. С. 760—775.
- [15] Hooge F. N., Horrenbrouwers A. M. H. // Phys. Lett. 1969. V. 29. N 11. P. 642—643.
- [16] Лихарев К. К. Введение в динамику джозефсоновских переходов. М.: Наука, 1985. 320 с.
- [17] Рытов С. Н. Введение в статистическую физику. М.: Наука, 1976. 494 с.
- [18] Чандрасекар С. Стохастические проблемы в физике и астрономии. М.: ИЛ, 1947. 168 с.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
6 декабря 1988 г.