УДК 537.876.22 : 537.632

ПОЛЯРИТОНЫ В МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ

С. Б. Борисов, И. Л. Любчанский, В. Л. Соболев

Теоретически исследованы нормальные электромагнитные волны (поляритоны) в кристаллах с магнитоэлектрическим эффектом в феноменологическом и микроскопическом подходах. Вычислены перенормировки тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей, обусловленные магнитоэлектрическим взаимодействием.

Кристаллы, в которых проявляется так называемый магнитоэлектрический эффект (МЭ), теоретически предсказанный в [1] и обнаруженный экспериментально в [2], обладают интересным набором специфических свойств. Существование в этих веществах непосредственной связи между электрической и магнитной поляризациями приводит к возможности воздействия на электрическую подсистему кристалла внешним магнитным полем и, наоборот, возбуждения магнитной подсистемы внешним электрическим полем. Вопросы, связанные с возбуждением колебаний намагниченности внешним электрическим полем, обсуждались в ряде работ [3-9], в которых проводились микроскопические расчеты спектров возбуждений, эффектов, обусловленных их взаимодействиями, динамических МЭ восприимчивостей в подходе уравнений движения, условий возбуждения спиновых волн электрическим полем и ряд других вопросов.

Изучению электродинамики МЭ сред посвящено весьма значительное количество работ, результаты которых собраны в монографиях [10, 11].

Как хорошо известно [12], взаимодействие поля излучения с элементарными возбуждениями кристалла приводит к перенормировке спектра последних и в среде распространяются нормальные электромагнитные волны (ЭМВ) или поляритоны. Влияние магнитоэлектрического взаимодействия на спектр магнитных поляритонов в ферромагнетике было исследовано в [13].

На наш взгляд, описание нормальных ЭМВ в кристаллах с МЭ эффектом целесообразно проводить, используя представление о магнитоэкситонных поляритонах (МЭП) [14, 15], поскольку в указанном подходе одновременно учитывается взаимодействие переменных электрического и магнитного полей с кристаллическими элементарными возбуждениями: колебаниями электрической поляризации (экситонами) и спиновыми волнами. Важным является вопрос об определении величины констант, характеризующих МЭ эффект. Для этого необходимо проследить связь между макро- и микроскопическим подходом в теории нормальных ЭМВ для МЭ сред.

Целью настоящей работы является феноменологическое и микроскопическое исследование нормальных ЭМВ в кристаллах с МЭ эффектом, обладающих произвольной симметрией. Сопоставление этих двух способов описания поляритонов в магнитоэлектриках позволяет получить явную связь выражений для МЭ восприимчивостей, вычисленных в рамках микроскопической теории с феноменологическими постоянными, которые могут быть найдены непосредственно из оптических экспериментов.

1. Феноменологическая теория

Рассмотрим МЭ среду произвольной симметрии, в которой распространяется монохроматическая плоская ЭМВ с частотой ω и волновым вектором $\mathbf{k}$, описывающаяся решениями уравнений Максвелла

$$[\mathbf{s}, \mathbf{H}] = \frac{\omega}{kc}\mathbf{D}, \quad [\mathbf{s}, \mathbf{E}] = -\frac{\omega}{kc}\mathbf{B}, \tag{1}$$

где $\mathbf{s} = \mathbf{k}\cdot k^{-1}$; $k \equiv |\mathbf{k}|$; $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{D}$, $\mathbf{B}$ — напряженности и индукции электрического и магнитного полей. Уравнения (1) следует дополнить материальными соотношениями, которые при учете МЭ взаимодействия имеют вид

$$D_\alpha = \varepsilon^{\perp}_{\alpha\beta}E_\beta + b^{\perp}_{\alpha\beta}H_\beta, \quad B_\alpha = a^{\perp}_{\alpha\beta}E_\beta + \mu^{\perp}_{\alpha\beta}H_\beta. \tag{2}$$

В (2) значком «$\perp$» обозначены поперечные компоненты векторов; $\varepsilon^{\perp}_{\alpha\beta}$, $\mu^{\perp}_{\alpha\beta}$ — поперечные тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей. Прямой и обратный МЭ тензоры $a^{\perp}_{\alpha\beta}$ и $b^{\perp}_{\alpha\beta}$ связаны между собой

$$a^{\perp}_{\alpha\beta} = (b^{\perp}_{\alpha\beta})^*. \tag{3}$$

Решение уравнений Максвелла (1) с учетом материальных соотношений (2) целесообразно проводить в системе координат, связанной с волновым вектором ЭМВ $\mathbf{k}$ [16]. Единичные векторы $\mathbf{s}$, $\mathbf{e}_{\mathbf{k}j}$ ($j=1, 2$), образующие трехмерный декартов базис (который будем называть «подвижным»), удовлетворяют соотношениям

$$\mathbf{s} = [\mathbf{e}_{\mathbf{k}1}, \mathbf{e}_{\mathbf{k}2}] \quad (\mathbf{e}_{\mathbf{k}j}, \mathbf{e}_{\mathbf{k}j'}) = \delta_{jj'}. \tag{4}$$

В «подвижном» базисе уравнения Максвелла (1) и материальные соотношения (2) принимают вид

$$\begin{gathered}\mathbf{E}_j = -1/n\cdot[\mathbf{s}, \mathbf{B}]_j, \quad \mathbf{D}_j = -1/n\cdot[\mathbf{s}, \mathbf{H}]_j, \\ \mathbf{D}_j = \varepsilon_{jj'}\mathbf{E}_{j'} - a^{+}_{jj'}[\mathbf{s}, \mathbf{H}]_{j'}, \\ [\mathbf{s}_1\mathbf{B}]_j = -a_{jj'}\mathbf{E}_{j'} + \mu_{jj'}[\mathbf{s}, \mathbf{H}]_{j'},\end{gathered} \tag{5}$$

где $n = kc/\omega$ — показатель преломления; $\varepsilon_{jj'}$, $a_{jj'}$, $\mu_{jj'}$ — двумерные материальные тензоры

$$\varepsilon_{jj'} = e^{\alpha}_{\mathbf{k}j}\varepsilon^{\perp}_{\alpha\beta}e^{\beta}_{\mathbf{k}j'}, \quad a_{jj'} = [\mathbf{s}, \mathbf{e}_{\mathbf{k}j}]_\alpha a^{\perp}_{\alpha\beta}e^{\beta}_{\mathbf{k}j'}, \quad \mu_{jj'} = [\mathbf{s}, \mathbf{e}_{\mathbf{k}j}]_\alpha \mu^{\perp}_{\alpha\beta}[\mathbf{s}, \mathbf{e}_{\mathbf{k}j'}]_\beta. \tag{6}$$

Здесь и далее индексы j, $j'=1$, 2 определяют векторы и тензоры в «подвижной» системе координат (4), а греческие (α, $\beta = x$, y, z) — в базисе, связанном с осями кристалла. Отметим, что переход от трех- к двумерным тензорам (6) оказывается возможным в силу того, что материальные соотношения (2) содержат информацию только о поперечных составляющих электрического и магнитного полей ЭМВ. В отсутствие внешних зарядов и токов продольные компоненты $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ определяются из уравнений $(\mathbf{s}, \mathbf{D}) = (\mathbf{s}, \mathbf{B}) = 0$.

Из системы (5) получим уравнения для $\mathbf{E}_j$

$$\{\delta_{jj'} - [(n\hat{\delta} - \hat{a})^{-1}\hat{\mu}(n\hat{\delta} - \hat{a}^{+})^{-1}\hat{\varepsilon}]_{jj'}\}\,\mathbf{E}_{j'} = 0. \tag{7}$$

(В (7) и далее «шляпкой» обозначены двумерные тензоры в «подвижном» базисе). Уравнение для $[\mathbf{s}, \mathbf{H}]_j$ получается из (7) при замене $\hat{\varepsilon} \rightleftarrows \hat{\mu}$, $\hat{a} \rightleftarrows \hat{a}^{+}$. Для определения $\mathbf{D}_j$ и $[\mathbf{s}, \mathbf{B}]_j$ запишем «обратные» материальные соотношения

$$\mathbf{E}_j = A_{jj'}\mathbf{D}_{j'} + B^{+}_{jj'}[\mathbf{s}, \mathbf{B}]_{j'}, \quad \mathbf{H}_j = B_{jj'}\mathbf{D}_{j'} + C_{jj'}[\mathbf{s}, \mathbf{B}]_{j'}, \tag{8}$$

где тензоры $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ имеют вид

$$\begin{gathered}\hat{A} = z^{-1}[\hat{\varepsilon}^{-1}\,\mathrm{Det}(\hat{\varepsilon}\hat{\mu}) - \hat{a}\hat{\mu}\hat{a}^{+}], \\ \hat{B} = z^{-1}[\hat{\mu}^{-1}\hat{a}\hat{\varepsilon}^{-1}\mathrm{Det}(\hat{\varepsilon}\hat{\mu}) - \hat{a}^{+}\mathrm{Det}(\hat{a})], \\ \hat{C} = z^{-1}[\hat{\mu}^{-1}\,\mathrm{Det}(\hat{\varepsilon}\hat{\mu}) - \hat{a}^{+}\hat{\varepsilon}\hat{a}].\end{gathered} \tag{9}$$

В (9) $\hat{\alpha} = \hat{a}^{-1}\,\mathrm{Det}(\hat{a})$ — тензор, взаимный тензору $\hat{a}$,

$$\alpha_{jj'} = \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{12} \end{pmatrix}, \tag{10}$$

а z — определить матрицы 4×4, составленной из компонент материальных тензоров, входящих в (5)

$$z = \mathrm{Det}(\hat{\varepsilon}\hat{\mu}) + |\mathrm{Det}(\hat{a})|^2 - \mathrm{Sp}(\hat{\varepsilon}\hat{\alpha}\hat{\mu}\hat{\alpha}^+). \tag{11}$$

Если МЭ эффект отсутствует, то $\hat{A} = \hat{\varepsilon}^{-1}$, $\hat{B} = 0$, $\hat{C} = \hat{\mu}^{-1}$.

Составляющие $\mathbf{D}_j$ и $[\mathbf{s}, \mathbf{B}]_j$ удовлетворяют системе уравнений, следующей из (1), (8)

$$\begin{gathered} 1/n \cdot \mathbf{D}_j = A_{jj'}\mathbf{D}_{j'} - B^+_{jj'}[\mathbf{s}, \mathbf{B}]_{j'}, \\ 1/n \cdot [\mathbf{s}, \mathbf{B}]_j = -B_{jj'}\mathbf{D}_{j'} + C_{jj'}[\mathbf{s}, \mathbf{B}]_{j'}. \end{gathered} \tag{12}$$

Для двумерных матриц справедливо соотношение

$$\mathrm{Det}(\hat{A} + \hat{B}) = \mathrm{Det}(\hat{A}) + \mathrm{Det}(\hat{B}) + \mathrm{Sp}(\hat{A}\hat{B}^{-1})\,\mathrm{Det}(\hat{B}),$$

учет которого позволяет, используя (7), получить дисперсионное уравнение

$$\begin{gathered} n^4 - n^3[\mathrm{Sp}(\hat{a}) + \mathrm{Sp}^*(\hat{a})] + n^2[-\mathrm{Sp}(\hat{\varepsilon}\hat{\mu}) + \mathrm{Det}(\hat{a}) + \mathrm{Det}^*(\hat{a}) + |\mathrm{Sp}(\hat{a})|^2] + \\ + n[\mathrm{Sp}(\hat{\varepsilon}\hat{\alpha}\hat{\mu}) + \mathrm{Sp}^*(\hat{\varepsilon}\hat{\alpha}\hat{\mu}) - \mathrm{Det}(\hat{a})\,\mathrm{Sp}^*(\hat{a}) - \mathrm{Det}^*(\hat{a})\,\mathrm{Sp}(\hat{a})] + |\mathrm{Det}(\hat{a})|^2 + \\ + \mathrm{Det}(\hat{\varepsilon}\hat{\mu}) - \mathrm{Sp}(\hat{\varepsilon}\hat{\alpha}\hat{\mu}\hat{\alpha}^+) = 0. \end{gathered} \tag{13}$$

Решение системы (12) приводит к дисперсионному уравнению вида (13) с заменой

$$n \to n^{-1}, \quad \hat{a} \to \hat{B}, \quad \hat{\varepsilon} \to \hat{A}, \quad \hat{\mu} \to \hat{C},$$

из явного вида $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ (9) следует, что полученное уравнение имеет, естественно, те же корни, что и (13). Соотношения для $\mathbf{D}_j$ и $[\mathbf{s}, \mathbf{B}]_j$, следующие из (12), при записи через компоненты $\hat{\varepsilon}$, $\hat{a}$, $\hat{\mu}$ имеют весьма громоздкий вид. Систему (12) решать, однако, вовсе не обязательно, поскольку для определения $\mathbf{D}_j$ можно воспользоваться уравнениями (7) и материальными соотношениями (5).

Величины $A_{\alpha\beta}$, $B_{\alpha\beta}$, $C_{\alpha\beta}$, записанные в «кристаллическом» базисе xyz, являются компонентами обобщенного тензора кинетических коэффициентов $\gamma_{\mu\nu}$ (μ, $\nu = 1, \ldots 6$) [16]

$$\gamma_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} (A_{\alpha\beta}) & (B_{\alpha\beta}) \\ (B^+_{\alpha\beta}) & (C_{\alpha\beta}) \end{pmatrix}.$$

Тензор $\gamma_{\mu\nu}$ в отсутствие поглощения удовлетворяет условию эрмитовости $\gamma_{\mu\nu} = \gamma^*_{\nu\mu}$. Каждая из компонент $\gamma_{\mu\alpha}$, соответствующих МЭ взаимодействию ($B_{\alpha\beta}$ и $B^+_{\alpha\beta}$), связывает между собой t-четную и t-нечетную величины. Если эти компоненты являются четной функцией намагниченности, то для них справедливо соотношение $\gamma_{\mu\nu} = -\gamma_{\nu\mu}$ [17], которое в сочетании с условием эрмитовости приводит к тому, что $B_{\alpha\beta}$ является чисто мнимой величиной. Это же свойство, разумеется, справедливо и для тензора $B_{jj'}$. При этом уравнение (13) сводится к биквадратному

$$n^4 + n^2[2\,\mathrm{Det}(\hat{a}) + |\mathrm{Sp}(\hat{a})|^2 - \mathrm{Sp}(\hat{\varepsilon}\hat{\mu})] + |\mathrm{Det}(\hat{a})|^2 + \mathrm{Det}(\hat{\varepsilon}\hat{\mu}) - \mathrm{Sp}(\hat{\varepsilon}\hat{\alpha}\hat{\mu}\hat{\alpha}^+) = 0. \tag{14}$$

В отсутствие МЭ взаимодействия ($a=0$) система (7) и дисперсионное уравнение (14) принимают простой вид, а значения показателей преломления совпадают с приведенными в [18].

2. Микроскопическая теория

Для микроскопического описания нормальных ЭМВ в магнитоэлектрической среде будем исходить из гамильтониана, использованного в работе [14]

$$H = H_{\text{экс}} + H_{\text{св}} + H_{\text{фот}} + H_{\text{вз}}, \tag{15}$$

где $H_{\text{экс}}$ и $H_{\text{св}}$ — гамильтонианы невзаимодействующих магнитных экситонов и спиновых волн. Гамильтониан поля излучения, взаимодействующего с кристаллом, выберем в виде, предложенном в [19]

$$H_{\text{фот}} + H_{\text{вз}} = \frac{1}{8\pi}\int d^3r\,[(\mathbf{D} - 4\pi\mathbf{P}^{\perp})^2 + (\mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M}^{\perp})^2]. \tag{16}$$

Здесь $\mathbf{D}$ и $\mathbf{B}$ выражены через операторы рождения (уничтожения) фотонов $a^+_{\mathbf{k}j}$ $(a_{\mathbf{k}j})$ (см. формулы (3) в [14]), а поперечные электрическая поляризация $\mathbf{P}^{\perp}$ и намагниченность $\mathbf{M}^{\perp}$ имеют вид

$$P^{\perp}_{\alpha} = P^{\perp}_{0\alpha} + R_{\alpha\beta}M^{\perp}_{\beta}, \quad M^{\perp}_{\alpha} = M^{\perp}_{0\alpha} + Q_{\alpha\beta}P^{\perp}_{0\beta},$$

где $P^{\perp}_{0\alpha}$ — линейная по экситонным $(B_{\mathbf{k}\mu},\ B^+_{\mathbf{k}\mu})$, а $M^{\perp}_{0\alpha}$ — по спиновым $(b_{\mathbf{k}\lambda},\ b^+_{\mathbf{k}\lambda})$ операторам вторичного квантования части $\mathbf{P}^{\perp}$ и $\mathbf{M}^{\perp}$. Индексы μ и λ нумеруют экситонные и спиновые зоны соответственно. Слагаемые с тензорами $R_{\alpha\beta}$, $Q_{\alpha\beta}$ описывают МЭ вклад в $\mathbf{P}^{\perp}$ и $\mathbf{M}^{\perp}$.

Гамильтониан (15), диагонализованный с помощью $u-v$-преобразования Боголюбова—Тябликова

$$\begin{pmatrix} a_{\mathbf{k}j} \\ B_{\mathbf{k}\mu} \\ b_{\mathbf{k}\lambda} \end{pmatrix} = \sum_{\sigma} \begin{pmatrix} u_{\mathbf{k}j\sigma} & v^*_{-\mathbf{k}j\sigma} \\ u_{\mathbf{k}\mu\sigma} & v^*_{-\mathbf{k}\mu\sigma} \\ u_{\mathbf{k}\lambda\sigma} & v^*_{-\mathbf{k}\lambda\sigma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_{\mathbf{k}\sigma} \\ \eta^+_{-\mathbf{k}\sigma} \end{pmatrix}, \tag{17}$$

принимает вид

$$H = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \mathcal{E}_{\mathbf{k}\sigma}\eta^+_{\mathbf{k}\sigma}\eta_{\mathbf{k}\sigma}. \tag{18}$$

В (17), (18) $\eta^+_{\mathbf{k}\sigma}\ (\eta_{\mathbf{k}\sigma})$ — операторы рождения (уничтожения) МЭП ветви σ; $\mathcal{E}_{\mathbf{k}\sigma}$ — спектр МЭП. Коэффициенты $u-v$-преобразования удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{\mathbf{k}\sigma}u_{\mathbf{k}j\sigma} &= \hbar kcu_{\mathbf{k}j\sigma} + v_0D_j(\mathbf{k})P_{\sigma}(\mathbf{k}) + v_0B_j(\mathbf{k})M_{\sigma}(\mathbf{k}),\\
-\mathcal{E}_{k\sigma}v_{-\mathbf{k}j\sigma} &= \hbar kcv_{-\mathbf{k}j\sigma} - v_0D_j(\mathbf{k})P_{\sigma}(\mathbf{k}) + v_0B_j(\mathbf{k})M_{\sigma}(\mathbf{k}),\\
\mathcal{E}_{\mathbf{k}\sigma}u_{\mathbf{k}\mu\sigma} &= E_{\mathbf{k}\mu}u_{\mathbf{k}\mu\sigma} - v_0d^{\alpha}_{\mathbf{k}\mu;\,0}[E^{\alpha}_{\sigma}(\mathbf{k}) + Q^{\alpha\beta}H^{\beta}_{\sigma}(\mathbf{k})],\\
-\mathcal{E}_{\mathbf{k}\sigma}v_{-\mathbf{k}\mu\sigma} &= E_{\mathbf{k}\mu}v_{-\mathbf{k}\mu\sigma} - v_0d^{\alpha}_{0;\,-\mathbf{k}\mu}[E^{\alpha}_{\sigma}(\mathbf{k}) + Q^{\alpha\beta}H^{\beta}_{\sigma}(\mathbf{k})],\\
\mathcal{E}_{\mathbf{k}\sigma}u_{\mathbf{k}\lambda\sigma} &= \varepsilon_{\mathbf{k}\lambda}u_{\mathbf{k}\lambda\sigma} - v_0M^{\alpha}_{\mathbf{k}\lambda;\,0}[H^{\alpha}_{\sigma}(\mathbf{k}) + R^{\alpha\beta}E^{\beta}_{\sigma}(\mathbf{k})],\\
-\mathcal{E}_{\mathbf{k}\sigma}v_{-\mathbf{k}\lambda\sigma} &= \varepsilon_{\mathbf{k}\lambda}v_{-\mathbf{k}\lambda\sigma} - v_0M^{\alpha}_{0;\,-\mathbf{k}\lambda}[H^{\alpha}_{\sigma}(\mathbf{k}) + R^{\alpha\beta}E^{\beta}_{\sigma}(\mathbf{k})].
\end{aligned} \tag{19}$$

Здесь $E_{\mathbf{k}\mu}$, $\varepsilon_{\mathbf{k}\lambda}$ — спектры экситонов и спиновых волн; $\mathbf{d}_{\mathbf{k}\mu;\,0}$, $\mathbf{M}_{\mathbf{k}\lambda;\,0}$ — матричные элементы перехода из основного в возбужденное состояние операторов электро- и магнитодипольного моментов. Поляритонные амплитуды соответствующих величин определяются соотношениями

$$\mathbf{P}_{\sigma}(\mathbf{k}) = \sum_j \mathbf{D}_j(\mathbf{k})\,d_{\mathbf{k}j\sigma}, \quad \mathbf{B}_{\sigma}(\mathbf{k}) = \sum_j \mathbf{B}_j(\mathbf{k})\,t_{\mathbf{k}j\sigma},$$

$$\mathbf{P}_{\sigma}(k) = \sum_{\mu}(\mathbf{d}_{0;\,\mathbf{k}\mu}u_{\mathbf{k}\mu\sigma} + \mathbf{d}_{-\mathbf{k}\mu;\,0}v^*_{-\mathbf{k}\mu\sigma}),$$

$$\mathbf{M}_{\sigma}(\mathbf{k}) = \sum_{\lambda}(\mathbf{M}_{0;\,\mathbf{k}\lambda}u_{\mathbf{k}\lambda\sigma} + \mathbf{M}_{-\mathbf{k}\lambda;\,0}v_{-\mathbf{k}\lambda\sigma}),$$

где

$$t_{\mathbf{k}j\sigma} = u_{\mathbf{k}j\sigma} + v_{-\mathbf{k}j\sigma}, \quad d_{\mathbf{k}j\sigma} = u_{\mathbf{k}j\sigma} - v_{-\mathbf{k}j\sigma},$$

$$\mathbf{D}_j(\mathbf{k}) = (2\pi\hbar kc/v_0)^{1/2}\,\mathbf{e}_{\mathbf{k}j}, \quad \mathbf{B}_j(\mathbf{k}) = (2\pi\hbar kc/v_0)^{1/2}\,[\mathbf{s},\ \mathbf{e}_{\mathbf{k}j}].$$

Выразив поляритонные амплитуды $\mathbf{D}_{\sigma}$, $\mathbf{B}_{\sigma}$ через $\mathbf{E}_{\sigma}$, $\mathbf{M}_{\sigma}$, определенные известным образом

$$\mathbf{E}_{\sigma} = \mathbf{D}_{\sigma} - 4\pi\mathbf{P}_{\sigma}, \quad \mathbf{H}_{\sigma} = \mathbf{B}_{\sigma} - 4\pi\mathbf{M}_{\sigma},$$

получим микроскопические выражения для тензоров $\varepsilon^{\perp}_{\alpha\beta}$, $\mu^{\perp}_{\alpha\beta}$, $a^{\perp}_{\alpha\beta}$, входящих в (2)

$$\varepsilon^{\perp}_{\alpha\beta} = \varepsilon^{(0)\perp}_{\alpha\beta} + \varepsilon^{\text{МЭ}}_{\alpha\beta}, \quad \mu^{\perp}_{\alpha\beta} = \mu^{(0)\perp}_{\alpha\beta} + \mu^{\text{МЭ}}_{\alpha\beta}, \quad a^{\perp}_{\alpha\beta} = a^{(\text{экс})}_{\alpha\beta} + a^{(\text{спин})}_{\alpha\beta}. \tag{20}$$

В (20) $\varepsilon^{(0)\perp}_{\alpha\beta}$, $\mu^{(0)\perp}_{\alpha\beta}$ — поперечные тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей без учета МЭ взаимодействия, выраженные через микроскопические характеристики среды стандартными соотношениями [14]; $\varepsilon^{\text{МЭ}}_{\alpha\beta}$, $\mu^{\text{МЭ}}_{\alpha\beta}$ — составляющие указанных тензоров, обусловленные МЭ взаимодействием

$$\varepsilon^{\text{МЭ}}_{\alpha\nu} = v_0 \sum_{\lambda} \left[\frac{R_{\alpha\beta} M^{\beta}_{0;\, \mathbf{k}\lambda} M^{\gamma}_{\mathbf{k}\lambda;\, 0} R_{\gamma\nu}}{\varepsilon_{\mathbf{k}\lambda} - \mathscr{E}_{\mathbf{k}\sigma}} + \frac{R_{\beta\alpha} M^{\beta}_{-\mathbf{k}\lambda;\, 0} M^{\gamma}_{0;\, \mathbf{k}\lambda} R_{\nu\gamma}}{\varepsilon_{\mathbf{k}\lambda} + \mathscr{E}_{\mathbf{k}\sigma}} \right],$$

$$\mu^{\text{МЭ}}_{\alpha\nu} = v_0 \sum_{\mu} \left[\frac{Q_{\alpha\beta} d^{\beta}_{0;\, \mathbf{k}\mu} d^{\gamma}_{\mathbf{k}\mu;\, 0} Q_{\gamma\nu}}{E_{\mathbf{k}\mu} - \mathscr{E}_{\mathbf{k}\sigma}} + \frac{Q_{\beta\alpha} d^{\beta}_{-\mathbf{k}\mu;\, 0} d^{\gamma}_{0;\, -\mathbf{k}\mu} Q_{\nu\gamma}}{E_{\mathbf{k}\mu} + \mathscr{E}_{\mathbf{k}\sigma}} \right]. \tag{21}$$

Выражение для МЭ тензора $a^{\perp}_{\alpha\beta}$ имеет «экситонную» и «спиновую» составляющие

$$a^{(\text{экс})}_{\alpha\nu} = v_0 \sum_{\mu} \left[\frac{Q_{\alpha\beta} d^{\beta}_{0;\, \mathbf{k}\mu} d^{\nu}_{\mathbf{k}\mu;\, 0}}{E_{\mathbf{k}\mu} - \mathscr{E}_{\mathbf{k}\sigma}} + \frac{Q_{\beta\alpha} d^{\beta}_{-\mathbf{k}\mu;\, 0} d^{\nu}_{0;\, -\mathbf{k}\mu}}{E_{\mathbf{k}\mu} + \mathscr{E}_{\mathbf{k}\sigma}} \right],$$

$$a^{(\text{спин})}_{\alpha\nu} = v_0 \sum_{\lambda} \left[\frac{R_{\alpha\beta} M^{\beta}_{0;\, \mathbf{k}\lambda} M^{\nu}_{\mathbf{k}\lambda;\, 0}}{\varepsilon_{\mathbf{k}\lambda} - \mathscr{E}_{\mathbf{k}\sigma}} + \frac{R_{\beta\alpha} M^{\beta}_{-\mathbf{k}\lambda;\, 0} M^{\nu}_{0;\, -\mathbf{k}\lambda}}{\varepsilon_{\mathbf{k}\lambda} + \mathscr{E}_{\mathbf{k}\sigma}} \right]. \tag{22}$$

При записи (21), (22) мы учли, что для выполнения соотношения (3), следующего из обобщенного принципа симметрии кинетических коэффициентов, необходимо положить $R_{\alpha\beta} = R^{*}_{\beta\alpha}$, $Q_{\alpha\beta} = Q^{*}_{\beta\alpha}$.

Коэффициенты $u - v$-преобразования выражаются через $t_{\mathbf{k}j\sigma}$, $d_{\mathbf{k}j\sigma}$; последние удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{aligned} 1/n \cdot d_{\mathbf{k}j\sigma} &= -B_{jj'} d_{\mathbf{k}j'\sigma} + |C_{jj'} t_{\mathbf{k}j'\sigma}, \\ 1/n \cdot t_{\mathbf{k}j\sigma} &= A_{jj'} d_{\mathbf{k}j'\sigma} - B^{+}_{jj'} t_{\mathbf{k}j'\sigma}, \end{aligned} \tag{23}$$

дополненных условием нормировки

$$\begin{aligned} &t^{*}_{\mathbf{k}j\sigma} \frac{\partial \varepsilon_{jj'}}{\partial \omega} t_{\mathbf{k}j'\sigma} + d^{*}_{\mathbf{k}j\sigma} \left(\frac{1}{\omega} \delta_{jj'} + \frac{\partial a_{jj'}}{\partial \omega} \right) t_{\mathbf{k}j'\sigma} + \\ &+ t^{*}_{\mathbf{k}j\sigma} \left(\frac{1}{\omega} \delta_{jj'} + \frac{\partial a_{jj'}}{\partial \omega} \right) d_{\mathbf{k}j'\sigma} + d^{*}_{\mathbf{k}j\sigma} \frac{\partial \mu_{jj'}}{\partial \omega} d_{\mathbf{k}j'\sigma} = 1. \end{aligned} \tag{24}$$

В уравнениях (23), (24) материальные тензоры $\hat{\varepsilon}$, $\hat{\alpha}$, $\hat{\mu}$ и «обратные» тензоры $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ определены через параметры микроскопической теории согласно (21), (22) и (9).

3. Обсуждение результатов

Соотношения (23), (24) позволяют найти связь между коэффициентами u—v-преобразования и величинами, определяющими спектр элементарных кристаллических возбуждений МЭ среды. В то же время, как хорошо известно, через u—v-коэффициенты выражаются амплитуды различных процессов взаимодействия света с кристаллом (например, интенсивность комбинационного рассеяния, поляризационные характеристики нормальных ЭМВ в среде и др.). Таким образом, найденная связь позволяет определить микроскопические параметры вещества, связанные с проявлением МЭ эффекта по результатам оптических измерений. При этом целесообразно выбирать геометрию эксперимента, при которой основной вклад в материальные тензоры вносят одно или несколько резонансных слагаемых.

В заключение отметим, что развитый в настоящей работе формализм позволяет описывать поляритонные возбуждения различной природы в магнитоупорядоченных средах как с МЭ эффектом, так и без него. При этом оказывается возможным определить изменение тензора диэлектрической проницаемости, обусловленное взаимодействием электродипольно-активных колебаний векторов антиферромагнетизма $\mathbf{L}_i$ в многоподрешеточных магнетиках без МЭ эффекта.

Авторы признательны А. Н. Гончаруку, А. С. Зельцеру, А. А. Лисянскому, А. Э. Филиппову и В. В. Филиппову за полезные обсуждения.

Список литературы

[1] Дзялошинский И. Е. // ЖЭТФ. 1959. Т. 37. № 3 (9). С. 881—882.
[2] Астров Д. Н. // ЖЭТФ. 1960. Т. 38. № 3. С. 984—985; 1961. Т. 40. № 4. С. 1035—1041.
[3] Tilley D. R., Scott J. F. // Phys. Rev. B. 1982. V. 25. N 5. P. 3251—3260.
[4] Bar'yakhtar V. L., Chupis I. E. // Magnetoelectric Interaction Phenomena in Crystals. / Ed. A. J. Freeman and H. Schmid. Lordon and Breach, N. Y., 1975. P. 57—68.
[5] Ozhogin V. I., Safonov V. L. // J. Magn. Magn. Matt. 1983. V. 31—34. P. 675—676.
[6] Витебский И. М., Лавриненко Н. М. // ФНТ. 1986. Т. 12. № 11. С. 1193—1200.
[7] Barnaš J. // Phys. St. Sol. (b). 1984. V. 124. N 1. P. K31—K34.
[8] Белых В. Г., Витебский И. М., Соболев В. Л., Соболева Т. К. // ФНТ. 1988. Т. 14. № 9. С. 992—994.
[9] Криворучко В. Н., Яблонский Д. А. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 9. С. 268—276.
[10] O'Dell T. H. Electrodynamics of Magneto-Electric Media. Amsterdam: North-Holland, 1970.
[11] Веневцев Ю. Н., Гагулин В. В., Любимов В. Н. Сегнетомагнетики. М.: Наука, 1982.
[12] Mills D. L., Burstein E. // Rep. Progr. Phys. 1974. V. 37. N 2. P. 817—826.
[13] Barnaš J., Kowalewski L. // J. Phys. C.: Sol. St. Phys. 1984. V. 17. N 24. P. 1973—1990.
[14] Борисов С. Б., Любчанский И. Л. // ФТТ. 1984. Т. 26. № 11. С. 3245—3249.
[15] Борисов С. Б., Любчанский И. Л. // ФТТ. 1985. Т. 27. № 7. С. 2229—2231.
[16] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
[17] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика, ч. I. М.: Наука, 1976.
[18] Борисов С. Б., Любчанский И. Л. // Опт. и спектр. 1988. Т. 65. № 2. С. 365—370.
[19] Лаврик В. В., Шуняков В. Г. // УФЖ. 1986. Т. 31. № 7. С. 1009—1016.

Донецкий физико-технический
институт АН УССР
Донецк
НПО «Монокристаллреактив»
Харьков

Поступило в Редакцию
18 октября 1988 г.