

УДК 534.16

## ОСОБЕННОСТИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В АКУСТИЧЕСКИЕ В ПРОВОДЯЩИХ КРИСТАЛЛАХ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Ю. А. Косевич, Е. С. Сыркин

Рассмотрено преобразование падающей на поверхность раздела металл—вакуум электромагнитной волны в упругую в условиях, когда бездиссипативное холловское сопротивление металла превышает диссипативное. Найдены коэффициенты преобразования вдали от частоты резонанса  $\omega_0$  упругих и геликоидальных волн, а также вблизи резонанса. Показано, в частности, что на частотах  $\omega \gg \omega_0$  коэффициент преобразования не зависит от величины внешнего магнитного поля  $H_0$ . В области частот вблизи резонанса в сильном магнитном поле  $H_0^2/4\pi > c_{44}$  в металле возбуждаются циркулярно-поляризованные колебания, соответствующие циклотронному движению ионов решетки.

Явление взаимной трансформации электромагнитных и акустических волн лежит в основе одного из бесконтактных методов ультразвуковых исследований твердых тел [1-4]. Возможности этого метода были продемонстрированы при решении ряда важных для технических приложений задач: возбуждение поверхностных волн Рэлея и Лэмба, определение упругих модулей и анизотропии кристаллов, измерение внутреннего трения и т. д. [5]. При изучении этой проблемы было показано, что в металле эффективность преобразования электромагнитной волны в акустическую (коэффициенты ЭМАП) увеличивается с ростом внешнего магнитного поля  $H_0$ . Однако в сильных магнитных полях, когда холловское удельное сопротивление металла превышает диссипативное, особенности ЭМАП не исследованы. Кроме того, в реально достижимых магнитных полях с большой длительностью импульса (поле в максимуме 68.4 Тл при длительности импульса  $6 \cdot 10^{-8}$  с [6]) в твердом теле уже может выполняться условие

$$H_0^2/4\pi > c_{44} \quad (1)$$

( $c_{44}$  — модуль сдвига), что приводит к дополнительным особенностям во взаимодействии упругих и электромагнитных полей в проводящих кристаллах. Дело в том, что в таких магнитных полях не только электронная подсистема, но и решетка металла начинает проявлять жидкостные (магнитогидродинамические) свойства. В частности, в некомпенсированных металлах с замкнутой поверхностью Ферми для ионов решетки появляется резонанс на ионной циклотронной частоте [7]. Возникновение в кристалле такого режима колебаний влияет, естественно, и на характер ЭМАП.

В настоящей работе рассмотрено преобразование электромагнитной волны, падающей вдоль внешнего магнитного поля по нормали к поверхности, в поперечную звуковую волну в условиях, когда холловская проводимость металла превышает диссипативную. Проанализированы особенности ЭМАП как вблизи частоты  $\omega_0$  резонанса акустической и геликоидальной волн, так и вдали от резонанса. Показано, что в области

частот ниже частоты резонанса ( $\omega \ll \omega_0$ ) амплитудный коэффициент ЭМАП пропорционален  $H_0$ ; в случае же  $\omega \gg \omega_0$  этот коэффициент не зависит от магнитного поля. Исследованы также особенности ЭМАП в случае очень сильных магнитных полей, когда выполняется условие (1).

Связанные упругие и электромагнитные колебания в проводящем кристалле находятся из совместного решения уравнений Максвелла и теории упругости, которые в сильном магнитном поле  $\omega_c \tau \gg 1$  в локальном гидродинамическом режиме  $kr_B \ll 1$ ,  $\omega \tau \ll 1$ ,  $\omega \ll \omega_c$  для немагнитоупорядоченного металла имеют вид

$$D\ddot{u}_i = \frac{\partial \sigma_{ik}^{(e)}}{\partial x_k} + \frac{1}{c} [\mathbf{j}, \mathbf{H}_0]_i, \quad \text{rot } \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j},$$

$$\mathbf{E} = \rho_H [\mathbf{j}, \mathbf{n}_0] - \frac{1}{c} [\dot{\mathbf{u}}, \mathbf{H}_0], \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t},$$
(2)

где  $\mathbf{j}$ ,  $D$  — плотность тока и вещества,  $\mathbf{n}_0 = \mathbf{H}_0/H_0$ ,  $\sigma_{ik}^{(e)} = c_{iklm} u_{lm}$ ,  $u_i$  — тензор упругих напряжений и вектор упругого смещения,  $\rho_H$  — удельное холловское сопротивление,  $\omega_c$  — электронная циклотронная частота,  $\tau$  — время свободного пробега электронов,  $r_B$  — радиус циклотронной орбиты электронов. Рассматривается некомпенсированный металл с замкнутой поверхностью Ферми, у которого при  $\omega_c \tau \gg 1$  диссипативное сопротивление мало по сравнению с холловским.

Пусть внешнее магнитное поле  $\mathbf{H}_0$  направлено вдоль оси четвертого порядка (ось  $Z$ ) кубического проводящего кристалла, и рассмотрим взаимодействие волн, распространяющихся в том же направлении. В такой геометрии дисперсионное уравнение для связанных упругих и электромагнитных волн имеет вид

$$1 + \frac{H_0^2 k^2}{4\pi} \frac{1}{c_{44} k^2 - D\omega^2} = \pm \frac{\rho_H c^2 k^2}{4\pi\omega}$$
(3)

( $\omega$ ,  $k$  — частота и волновое число), а поляризация этих волн определяется следующими соотношениями:

$$h_x/h_y = u_x/u_y = \mp i \text{sign } \rho_H,$$
(4)

$$h_y = i \frac{4\pi}{kH_0} (D\omega^2 - k^2 c_{44}) u_y,$$
(5)

$$E_{x,y} = \frac{ik\rho_H c}{4\pi} h_{x,y} \pm \frac{i\omega H_0}{c} u_{y,x}$$
(6)

Все собственные волны в кристалле в этом случае являются циркулярно-поляризованными, а направление вращения определяется знаком холловского сопротивления  $\rho_H$ , т. е. типом проводимости — электронной или дырочной. (В (4)–(6)  $h_x$  и  $h_y$  — колебательные составляющие магнитного поля). Граничные условия к уравнениям (2) на поверхности раздела металл—вакуум имеют вид

$$\sigma_{ni}^{(e)} = 0, \quad H_i = \tilde{H}_i, \quad E_i = \tilde{E}_i \quad (i = 1, 2, 3),$$
(7)

где  $H_i$ ,  $E_i$ ,  $\tilde{H}_i$ ,  $\tilde{E}_i$  — касательные к границе составляющие магнитного и электрического полей в металле и вакууме соответственно;  $\sigma_{ni} = \sigma_{ik} n_k$ ;  $\mathbf{n}$  — единичный вектор нормали к границе.

Рассмотрим падение на границу раздела  $Z=0$  по нормали к ней плоской линейно-поляризованной электромагнитной волны, и пусть для определенности электрическое поле в падающей волне  $\mathbf{E}_0$  направлено по  $[100]$  (ось  $X$ ). Тогда электрическое поле в вакууме с учетом отраженной волны  $\mathbf{E}^R$  будет иметь вид

$$\tilde{\mathbf{E}}_x = \left\{ E_0 e^{i\frac{\omega}{c}z} + E_x^R e^{-i\frac{\omega}{c}z} \right\} e^{-i\omega t},$$

$$\vec{E}_y = E_y^R e^{-i \frac{\omega}{c} z - i \omega t},$$

$$H_x|_{z=0} = E_y^R, \quad \vec{H}_y|_{z=0} = E_0 - E_x^R. \quad (8)$$

В металле решение необходимо искать в виде четырех циркулярно-поляризованных собственных волн — двух квазиупругих и двух квази-электромагнитных. (Если искать решение в виде  $u_\alpha \sim \exp [ik_\alpha z - i\omega t]$  ( $\alpha=1, 2, 3, 4$ ), то зависимость  $k_\alpha(\omega)$  для каждой из них находится из уравнения (3); при этом  $\alpha=2, 4$  соответствует верхнему знаку в (3), (4), а  $\alpha=1, 3$  нижнему). Одна из электромагнитных волн (антигеликон; кривая 3 на рис. 1) является нераспространяющейся и затухает на глубине скин-слоя ( $\text{Im } k_3 \neq 0$ ). При произвольном угле падения электромагнитной волны на поверхность проводящего кристалла в сильном магнитном поле к этим парциальным волнам добавляется также и квази-

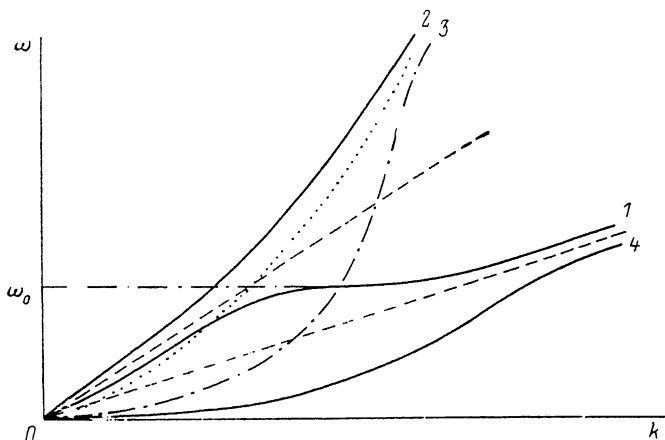


Рис. 1. Зависимости частот от модуля волнового числа  $\omega(|k|)$  собственных волн в металле в сильном магнитном поле  $\omega_c \tau \gg 1$ ,  $H_0^2/4\pi > c_{44}$  при  $\mathbf{k} \parallel H_0$ .

продольная волна. (В рассматриваемой постановке задачи продольная упругая волна  $\omega = (c_{11}/D)^{1/2} k$  с электромагнитной не взаимодействует). С учетом того что в рассматриваемой геометрии  $\sigma_{x\alpha} = c_{44} \partial u_\alpha / \partial z$  и используя (3)—(8), получаем следующую систему шести уравнений для шести неизвестных ( $u_\alpha, E_x^R, E_y^R$ ), решение которой определяет коэффициенты преобразования (прохождения) и отражения электромагнитной волны

$$\sum_{\alpha=1}^4 k_\alpha u_\alpha = 0, \quad (9)$$

$$\sum_{\alpha=1}^4 (-1)^\alpha k_\alpha u_\alpha = 0, \quad (10)$$

$$E - E_x^R = i \frac{4\pi}{H_0} \sum_{\alpha=1}^4 \frac{u_\alpha}{k_\alpha} (D\omega^2 - c_{44}k_\alpha^2), \quad (11)$$

$$E_y^R = \frac{4\pi}{H_0} \sum_{\alpha=1}^4 (-1)^\alpha \frac{u_\alpha}{k_\alpha} (D\omega^2 - c_{44}k_\alpha^2), \quad (12)$$

$$E_y^R = \frac{\rho_{HC}}{H_0} \sum_{\alpha=1}^4 u_\alpha (c_{44}k_\alpha^2 - D\omega^2) - \frac{\omega H_0}{c} \sum_{\alpha=1}^4 (-1)^\alpha u_\alpha, \quad (13)$$

$$E_0 + E_x^R = i \frac{\rho_{HC}}{H_0} \sum_{\alpha=1}^4 (-1)^\alpha u_\alpha (D\omega^2 - c_{44}k_\alpha^2) + i \frac{\omega H_0}{c} \sum_{\alpha=1}^4 u_\alpha. \quad (14)$$

Из (9) и (10) находим соотношение между компонентами  $u_\alpha \equiv u_{y\alpha}$  (как функцию частоты волны)

$$u_1 k_1 + u_3 k_3 = 0, \quad u_2 k_2 + u_4 k_4 = 0. \quad (15)$$

Исключая из (11)—(14)  $E_x^R$ ,  $E_y^R$  и используя соотношение (15), находим

$$\frac{u_1}{k_1} \left(1 - \frac{k_1^2}{k_3^2}\right) = \frac{u_2}{k_2} \left(1 - \frac{k_2^2}{k_4^2}\right) = \frac{u_4}{k_4} \left(1 - \frac{k_4^2}{k_3^2}\right), \quad (16)$$

$$E_0 = i \frac{4\pi}{H_0} D \omega^2 \frac{u_1}{k_1} \left(1 - \frac{k_1^2}{k_3^2}\right). \quad (17)$$

При выводе (16) и (17) предполагалось выполнение следующих неравенств:

$$\rho_D c \omega (D/c_{44})^{1/2} \ll 1, \quad H_0^2/[c(c_{44}D)^{1/2}] \ll 1,$$

которые справедливы в ультразвуковом диапазоне частот и во всех реально достижимых магнитных полях.

Формулы (15)—(17) с учетом уравнений (3) для  $k_\alpha$  решают поставленную задачу о нахождении амплитуд упругих волн в проводящем кристалле, возбуждаемых падающей линейно-поляризованной электромагнитной волной. Для нахождения частотной и полевой зависимостей коэффициентов ЭМАП необходимо выяснить, какие две волны из четырех в данном частотном интервале соответствуют квазиупругим. С этой целью на рис. 1 представлены зависимости частот от модуля волнового числа  $\omega(|k|)$  всех связанных собственных волн в проводящем кристалле при  $k \parallel H_0$  во внешнем магнитном поле, удовлетворяющем условию (4). На этом рисунке сплошными линиями показаны  $\omega(|k|)$  трех распространяющихся собственных волн в системе: двух квазиупругих поперечных волн и геликона; штриховой линией обозначены асимптотические значения законов дисперсии в области низких и высоких частот для перенормированной магнитным полем квазиупругой поперечной волны  $\omega_{A,N} = [(c_{44} + H^2/4\pi)/D]^{1/2} k$  и практически перенормированной упругой волны  $\omega_A = (c_{44}/D)^{1/2} k$  соответственно; пунктиром — закон дисперсии перенормированного взаимодействием с упругой подсистемой геликона  $\omega = \rho_D c^2 k^2 / 4\pi$ ; штрихпунктиром —  $\omega(|k|)$  нераспространяющегося антигеликона (кривая 3) и частота ионного циклотронного резонанса [7]

$$\omega_0 = (H_0^2 + 4\pi c_{44}) / D \rho_D c^2. \quad (18)$$

В области частот  $\omega \ll \omega_0$  квазиупругими являются ветви 1 и 2, а в области частот  $\omega \gg \omega_0$  ветви 1 и 4. Естественно, эта же классификация ветвей сохраняется и в области меньших магнитных полей ( $H_0^2/4\pi < c_{44}$ , но также удовлетворяющих условию  $\omega_c \tau \gg 1$ ). В этом случае  $\omega_0$  (18) определяет частоту акустогеликонного резонанса [2].

Как видно из рис. 1, при заданной частоте  $\omega \ll \omega_0$  справедливы соотношения  $k_2 \ll k_4$ ,  $|k_3| \gg k_1$ ,  $k_2 \approx k_1$ . Отсюда из условий (4) и (16) получаем  $u_{y1} \approx u_{y2}$ ,  $u_{x1} \approx -u_{x2}$  и, следовательно,  $[u_{x1} + u_{x2} \ll u_{y1} + u_{y2}$ , т. е. суммарное по двум ветвям упругое смещение в основном поляризовано в направлении, перпендикулярном плоскости электрической поляризации падающей электромагнитной волны. Для амплитуд смещения в квазиупругих поперечных волнах в области частот  $\omega \ll \omega_0$  из (3), (15)—(17) получаем<sup>1</sup>

$$u_{y2} \approx u_{y1} = - \frac{iE_0}{4\pi\omega} \frac{H_0}{\sqrt{D(c_{44} + H_0^2/4\pi)}}. \quad (19)$$

Любопытно отметить, что в очень сильных магнитных полях  $H_0^2/4\pi \gg \gg c_{44}$  коэффициент ЭМАП (19) перестает зависеть от  $H_0$ .

<sup>1</sup> Поскольку в выражение (19) не входит величина проводимости металла, то оно справедливо и в слабых магнитных полях  $\omega_c \tau \ll 1$ .

В области частот  $\omega \gg \omega_0$ , когда, как видно из рис. 1, выполняются условия  $k_2 \ll k_4$ ,  $|k_3| \ll k_1$ ,  $k_4 \approx k_1$ , из условия (16) получаем

$$u_1 k_1 / k_3^2 = u_4 k_4 / k_2^2.$$

Поскольку при этом  $k_3^2 \approx -k_2^2$ , то  $u_{y1} \approx -u_{y4}$  и соответственно  $u_{x1} \approx \approx u_{x4}$ . Иными словами,  $u_{x4} + u_{x1} \gg u_{y1} + u_{y4}$ , т. е. суммарное по двум ветвям упругое смещение в основном поляризовано в плоскости электрической поляризации падающей волны. Для амплитуд смещений в упругих поперечных волнах в области частот  $\omega \gg \omega_0$  получаем

$$u_{x4} \approx u_{x1} = E_0 H_0 \sqrt{\frac{c_{44}}{D}} \frac{1}{D \omega^2 \rho_H c^2}. \quad (20)$$

Как видно из (20), коэффициент ЭМАП пропорционален  $H_0 / \rho_H$ , т. е. не зависит от внешнего магнитного поля  $H_0$ . Таким образом, магнито-

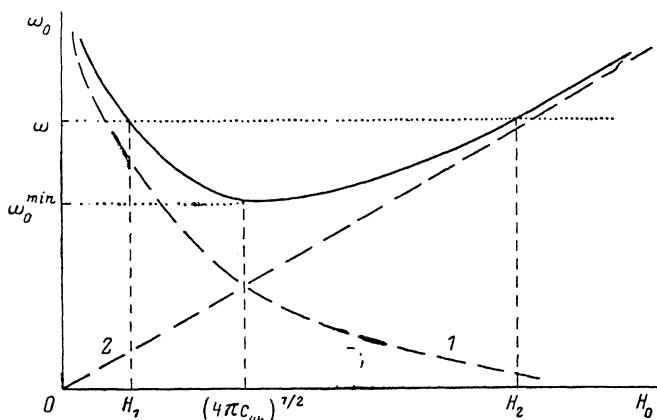


Рис. 2. Зависимость частоты резонанса  $\omega_0$  от внешнего магнитного поля (сплошная линия).

1 — частота акустогеликонного резонанса при  $H_0^2/4\pi < c_{44}$ , 2 — частота ионного циклотронного резонанса при  $H_0^2/4\pi > c_{44}$ .

полевая и частотная зависимости коэффициентов ЭМАП, а также поляризация возбуждаемых упругих (или квазиупругих) поперечных волн существенно различны в области частот ниже и выше частоты акустогеликонного (или ионно-циклотронного) резонанса.

Перейдем к исследованию ЭМАП в области частот вблизи резонанса. Как видно из (18), зависимость  $\omega_0$  от внешнего магнитного поля является немонотонной: при  $H_0^2/4\pi \ll c_{44}$  частота  $\omega_0 \sim 1/H_0$  — акустогеликонный резонанс (линия 1 на рис. 2), а при  $H_0^2/4\pi \gg c_{44}$  частота  $\omega_0 \sim H_0$  — ионно-циклотронный резонанс (линия 2 на рис. 2). Минимальное значение  $\omega_0^{\min} = 8\pi c_{44} / (D \rho_H c^2)$  достигается при  $H_0 = (c_{44} \cdot 4\pi)^{1/2}$ . Потому в области частот  $\omega < \omega_0^{\min}$  резонанс не реализуется ни при каком значении внешнего магнитного поля  $H_0$ , а в области частот  $\omega > \omega_0^{\min}$  резонанс имеет место при двух значениях  $H_0$ . Учитывая, что в точке резонанса  $\omega = \omega_0$  выполняется соотношение  $k_1^2 = -k_3^2$  (рис. 1), можно получить следующее выражение для суммарного по трем распространяющимся модам смещения на поверхности металла:

$$u_y = u_{y1} \left[ 1 + 2 \frac{k_4}{k_1} \frac{k_2}{k_4 + k_2} \right],$$

$$u_x = i u_{y1} \left[ 1 - 2 \frac{k_4}{k_1} \frac{k_2}{k_4 + k_2} \right] \text{sign } \rho_H,$$

$$u_{y1} = \frac{1}{i} \frac{H_0 k_1(\omega_0)}{8\pi D \omega_0^2} E_0.$$

В области сильных магнитных полей (1), когда  $k_4 \gg k_2$  и  $k_1 \gg k_2$ , из (21) следует, что поляризация возбуждаемых волн в этом случае имеет вид  $\dot{u}_x \approx i\dot{u}_y \text{ sign } \rho_H$ . Такая поляризация характерна для собственных волн ветвей 1, 3 и соответствует поляризации ионного циклотронного движения, которая противоположна поляризации ветвей 2, 4, связанных с электронным циклотронным движением. Обращаем внимание, что в случае дырочной проводимости металла направление вращения в ветвях 2, 4 (например, в геликонах) отвечает направлению циклотронного движения положительных зарядов, а в ветвях 1, 3 (например, для ионного циклотронного движения) — направлению циклотронного вращения отрицательных зарядов. Последнее обстоятельство связано с электронейтральностью металла ( $\text{div } \mathbf{j} = 0$ ).

В области полей  $H_0^2/4\pi < c_{44}$  (но по-прежнему удовлетворяющих условию  $\omega_c \tau \gg 1$ ), когда  $k_1 \approx k_2 \approx k_4$ , из (21) следует, что  $u_x \ll u_y$ , т. е. в этом случае возбуждаемые поперечные упругие колебания практи-

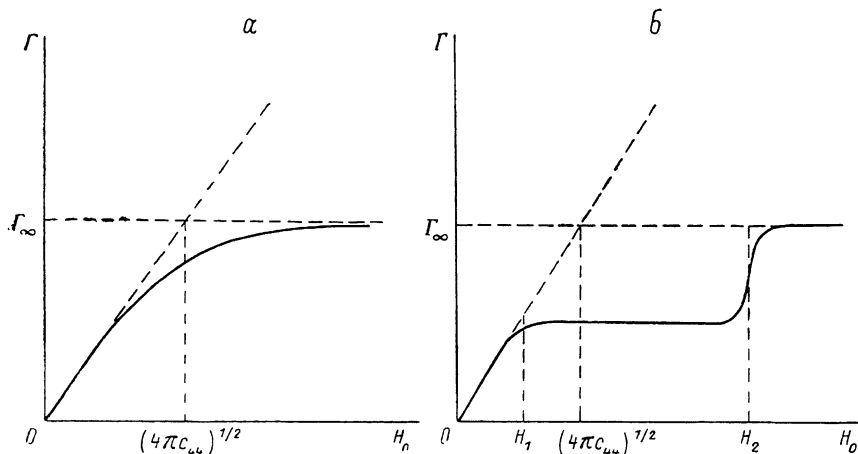


Рис. 3. Отношение амплитуды смещения возбуждаемых упругих колебаний к амплитуде электрического поля падающей из вакуума линейно-поляризованной электромагнитной волны (параметр  $\Gamma$ ) как функция внешнего магнитного поля  $H_0$  при заданной частоте.

$\Gamma_\infty$  — коэффициент ЭМАП при  $H_0^2/4\pi \gg c_{44}$ .

чески линейно-поляризованы в направлении, перпендикулярном направлению электрического поля падающей волны. В таких магнитных полях не существует ионного циклотронного резонанса в твердом теле<sup>[7]</sup>, и поэтому при  $\omega = \omega_0$  возбуждаемое суммарное (по трем распространяющимся ветвям) колебание не обязано быть циркулярно-поляризованным. На рис. 3 приведены отношения амплитуд колебаний в квазиупругих ветвях к амплитуде электрического поля в падающей из вакуума электромагнитной волне (величина  $\Gamma$ ) как функция  $H_0$  при заданной частоте. Рис. 3, а соответствует частотам  $\omega < \omega_0^{\text{min}}$  (нет резонанса), а рис. 3, б  $\omega > \omega_0^{\text{min}}$  (два резонанса при значениях поля  $H_1$  и  $H_2$ ). Отсутствие заметного возрастания коэффициента трансформации вблизи резонанса связано с тем, что рассматривается преобразование линейно (а не циркулярно) поляризованной электромагнитной волны.

Таким образом, в сильном магнитном поле, когда холловское сопротивление металла значительно превышает диссипативное, преобразование падающей из вакуума линейно-поляризованной электромагнитной волны в квазиупругую обладает рядом особенностей.

1) На частотах  $\omega \gg \omega_0$  коэффициенты ЭМАП не зависят от внешнего магнитного поля  $H_0$ , а возбуждаемые колебания практически линейно поляризованы в направлении  $\mathbf{E}_0$  электрического поля падающей по нормали к поверхности электромагнитной волны ( $\omega_0$  — частота акустогеликонного или ионного циклотронного резонанса (18)). В случае пре-

образования линейно-поляризованной электромагнитной волны в акустическую в твердотельных диэлектрических системах с двумерным электронным слоем (например, гетеропереход) коэффициенты ЭМАП в сильном поперечном магнитном поле обладают аналогичными свойствами [8]. В области же частот  $\omega \ll \omega_0$  коэффициент ЭМАП пропорционален  $H_0$ , а возбуждаемые квазиупругие колебания поляризованы перпендикулярно  $E_0$ .

2) Поскольку частота  $\omega_0$  немонотонно зависит от  $H_0$ , то в области частот  $\omega < \omega_0^{\min}$  резонанс не реализуется ни при каких значениях  $H_0$ , а в области частот  $\omega > \omega_0^{\min}$  резонанс имеет место при двух значениях  $H_0$ . Для реальных твердых тел частота  $\omega_0^{\min}$  лежит в ультразвуковом диапазоне

$$\omega_0^{\min} = \frac{f_{8\pi c_{44}}}{D \rho_H c^2} \Big|_{H_0 = (4\pi c_{44})^{1/2}} \approx 3 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}.$$

3) В области частот вблизи резонанса в сильных магнитных полях (4) возбуждаются циркулярно-поляризованные квазиупругие колебания, соответствующие циклотронному движению ионов решетки, причем направление неоднородного вращения определяется типом проводимости металла. Заметное возрастание коэффициентов ЭМАП вблизи резонанса следует ожидать в случае падения циркулярно-поляризованной электромагнитной волны (в направлении, соответствующем типу проводимости металла).

Выражаем благодарность А. Н. Васильеву и М. И. Каганову за полезные обсуждения.

#### Л и т е р а т у р а

- [1] Конторович В. М., Тищенко Н. А. Изв. вузов. Радиофизика, 1963, т. 6, № 1, с. 24—35.
- [2] Скобов В. Г., Канер Э. А. ЖЭТФ, 1964, т. 46, № 1, с. 273—286.
- [3] Каганов М. И., Фикс В. Б. Физика металлов и металловедение, 1965, т. 19, № 2, с. 489—494.
- [4] Васильев А. Н., Гайдуков Ю. П. УФН, 1983, т. 141, № 3, с. 431—467.
- [5] Комаров В. А. УФН, 1986, т. 150, № 1, с. 164—166.
- [6] Foner S. J. Appl. Phys. Lett., 1986, vol. 49, N 15, p. 982—983.
- [7] Косевич Ю. А. ФНТ, 1988, т. 14, № 4, с. 471—475.
- [8] Косевич Ю. А. Письма в ЖЭТФ, 1987, т. 45, № 10, с. 493—495.

ВНИЦПВ  
Москва

Поступило в Редакцию  
12 февраля 1988 г.