

УДК 541.50

ЭФФЕКТ КОНДО И СПИНОВАЯ ДИНАМИКА В АНОМАЛЬНЫХ РЕДКОЗЕМЕЛЬНЫХ И АКТИНИДНЫХ МАГНЕТИКАХ

B. Ю. Ирхин, M. I. Кацнельсон

Рассмотрено влияние спиновой динамики (межспинового обменного взаимодействия) на проявления эффекта Кондо в плотных кондовских системах. По теории возмущений вычислены логарифмические вклады в магнитную восприимчивость и сопротивление. Показано, что происходит их обрезание при температуре $T \sim Dk_F^2$ (D — коэффициент спиновой диффузии), т. е. порядка температуры магнитного упорядочения T_M . В рамках простого приближения, основанного на уравнении типа Нагаока, рассмотрен случай низких температур $T_M < T \leq T_K$ (T_K — температура Кондо). Полученные результаты могут быть полезными для интерпретации экспериментальных данных по магнитной восприимчивости, сопротивлению, термоэдс и теплоемкости аномальных редкоземельных и актинидных соединений.

В последнее время проводятся интенсивные исследования большого числа вновь синтезированных соединений редкоземельных элементов и актинидов (главным образом церия и урана) с необычными физическими свойствами: системы с тяжелыми фермионами, «решетки Кондо», соединения с промежуточной валентностью [1–3]. Принято думать, что одним из наиболее важных механизмов, ответственных за аномальные свойства этих веществ, является обменное взаимодействие электронов проводимости с локальными магнитными моментами, приводящее к эффекту Кондо. Поэтому проблема их описания часто формулируется как проблема плотных кондовских систем [3, 4]. Традиционно считалось, что в результате конкуренции эффекта Кондо, стремящегося «заэкранировать» локальный момент, и взаимодействия РККИ между моментами, подавляющего кондовские аномалии, может возникнуть либо состояние немагнитной решетки Кондо, либо нормальное магнитное упорядочение. Оказалось, однако, что во многих случаях эффект Кондо существует с ферро- или антиферромагнитным упорядочением либо с развитыми спиновыми флуктуациями. К настоящему времени открыто большое число «кондовских антиферромагнетиков» (например, UAgCu_4 , U_2Zn_{17} , UCd_{11} , CeAl_2 , CeB_6 , CeAg_2Ge_2 , TmS), а также несколько «кондовских ферромагнетиков» (CeRh_3B_2 , CeSi_x , $\text{CeSi}_{2-x}\text{Ge}_x$, $\text{CeNi}_x\text{Pt}_{1-x}$, $\text{Ce}_x\text{L}_{1-x}\text{aGe}_2$, Ce_4Bi_3). Система с тяжелыми фермионами UPt_3 дает пример почти антиферромагнитного соединения, в котором антиферромагнетизм возникает при добавлении 5 % Pd вместо Pt или 5 % Th вместо U [1], а система CeSi_x ($x \geq 1.85$) почти ферромагнитна.

К проявлениям эффекта Кондо относят логарифмический рост сопротивления с понижением температуры при $T > T_K$ (T_K — температура Кондо), аномально малую магнитную энтропию в точке магнитного упорядочения T_M , большую отрицательную (независимо от типа магнитного порядка) парамагнитную температуру Кюри $| \Theta | \sim 4T_K$, иногда — малое значение магнитного момента при $T \rightarrow 0$. T_K определяет температурный и энергетический масштаб, на котором происходит переход от режима локальных моментов, слабо связанных с электронами проводимости, к режиму сильной связи. Возможность частичного сохранения магнитного

момента в кондловских системах либо обусловлена неполной компенсацией момента в однопримесной задаче (при $S > n/2$, где S — спин примеси, n — число каналов рассеяния электронов проводимости [5]), либо является специфически многопримесным эффектом. Сейчас, по-видимому, трудно решить, какая возможность реализуется, поскольку последовательной теории основного состояния нет даже для более простого случая немагнитных решеток Кондо. Решение этой проблемы имело бы исключительную важность для теории магнетизма вообще, так как «кондловские» магнетики демонстрируют все переходные ступени от локализованного магнетизма к коллективизированному. Для систем с тяжелыми фермионами характерны невысокие $T_K \sim 10$ К и (в случае магнитного упорядочения) низкие T_M . Вообще для обсуждаемого класса веществ типично соотношение $T_M \leq T_K$. Иногда (например, для CePb₃ [1]) магнитное упорядочение возможно даже при $T_M \ll T_K$. Обратная ситуация $T_K < T_M$ реализуется в UAgCu₄ ($T_N = 18$, $T_K \sim 3$ К), UCu₅ [6], CeAg₂Ge₂ [1]. Последний случай примыкает к обычным магнетикам, где РКИ взаимодействие полностью доминирует над эффектом Кондо.

В настоящей работе проведено вычисление ведущих кондловских поправок в парамагнитной области с учетом межспинового обменного взаимодействия. По нашему мнению, рассмотрение этой задачи является необходимым этапом для построения теории кондловских магнетиков. Кроме того, без использования теории возмущений (которая справедлива при $T > T_K$) в рамках простого приближения типа Нагаока обсуждается случай низких температур.

1. Парамагнитная восприимчивость

Вопрос о влиянии спиновой динамики на эффект Кондо исследуем сначала на примере магнитной восприимчивости χ . Рассмотрим гамильтониан периодической $s-f$ модели

$$H = H_0 + H_{sf}, \quad H_0 = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \epsilon_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\sigma}^+ c_{\mathbf{k}\sigma} + H_f,$$

$$H_{sf} = -I \sum_{\mathbf{q}\mathbf{k}\alpha\beta} \sigma_{\alpha\beta} S_{\mathbf{q}}^z c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}\alpha}^+ c_{\mathbf{k}\beta}, \quad (1)$$

где $S_{\mathbf{q}}$ — Фурье-компоненты операторов спиновой плотности, H_f — гейзенберговский гамильтониан системы локализованных моментов (реально межспиновый обмен является косвенным РКИ обменом, обусловленным тем же $s-f$ взаимодействием, но нам удобно выделить его в гамильтониане отдельно). Аналогично случаю одной примеси [7] во втором порядке теории возмущений по $s-f$ обменному параметру I имеем

$$\chi = \int_0^\beta d\lambda \langle \exp(\lambda H) S_0^z \exp(-\lambda H) S_0^z \rangle \approx \frac{S(S+1)}{3T} + \chi^{(2)} \quad (\beta \equiv 1/T), \quad (2)$$

$$\chi^{(2)} = \int_0^\beta d\lambda \int_\lambda^\beta du_1 \int_0^\lambda du_2 \langle [S_0^z, \exp(u_1 H_0) H_{sf} \exp(-u_1 H_0)] S_0^z \exp(u_2 H_0) H_{sf} \times \exp(-u_2 H_0) \rangle_0. \quad (3)$$

Вычисляя коммутатор с учетом соотношения

$$S_0^z(u) \equiv \exp(u H_f) S_0^z \exp(-u H_f) = S_0^z$$

и выполняя интегрирование, получаем

$$\chi^{(2)} = 2I^2 \sum_{pq} f_p (1 - f_q) \int_0^\beta du (\beta - u) \exp[(\epsilon_p - \epsilon_q) u] \langle S_{p-q}^z(u) S_{q-p}^z \rangle, \quad (4)$$

где $f_p = f(\varepsilon_p)$ — фермиевская функция распределения. Вводя спектральную плотность

$$J_q(\omega) = \sum_{mn} w_m |(S_q^z)_{mn}|^2 \delta(\omega - E_m + E_n)$$

($|m\rangle$ — состояния спиновой подсистемы, E_m — соответствующие собственные значения, w_m — гибсовская функция распределения) и выделяя в (4) «кондовские» вклады (ср. с [8]), найдем

$$\chi_{sing}^{(2)} = \frac{4I^2}{T} \sum_{pq} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega J_{p-q}(\omega) \frac{f_p(f - f_q)}{(\varepsilon_p - \varepsilon_q + \omega)^2}. \quad (5)$$

Далее мы используем диффузионное приближение

$$J_q(\omega) = \frac{S(S+1)}{3\pi} \frac{Dq^2}{\omega^2 + (Dq^2)^2} \quad (6)$$

(D — коэффициент спиновой диффузии), которое дает правильное поведение при $q, \omega \rightarrow 0$ и, как можно думать, является разумным при немалых q . (К сожалению, в настоящее время отсутствуют выражения для $J_q(\omega)$, справедливые при малых ω и любых q ; см., например, обсуждение спиновой динамики гейзенберговского параметрика в [9]). Подставляя (6) в (5), получаем

$$\chi_{sing}^{(2)} = \frac{S(S+1)}{3T} \cdot 2I^2 p^2 \int d\varepsilon d\varepsilon' \frac{\partial f(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \frac{\partial f(\varepsilon')}{\partial \varepsilon'} \ln \frac{(\varepsilon + \varepsilon')^2 + d^2}{W^2}, \quad (7)$$

где p — плотность состояний на уровне Ферми, W — ширина зоны проводимости, $d \equiv 4Dk_F^2$. Выражение (7) описывает размытие кондовской логарифмической расходимости за счет спиновой динамики и грубо может быть аппроксимировано формулой

$$\chi_{sing}^{(2)} \approx \frac{S(S+1)}{3T} \cdot 2I^2 p^2 \ln \frac{T^2 + d^2}{W^2}. \quad (8)$$

В случае $T \gg T_M$ можно получить вклад в χ_{sing} от спиновой динамики более строго. При этом не следует пользоваться выражением (6), не удовлетворяющим всем требуемым правилам сумм, а необходимо исходить непосредственно из (5). Тогда находим

$$\chi_{sing}^{(2)} = \frac{S(S+1)}{3T} \cdot 4I^2 p^2 \ln \frac{T}{W} \approx \frac{3\zeta(3)}{\pi^2 T^3} I^2 p^2 \overline{\langle S_{p-q}^z S_{q-p}^z \rangle}, \quad (9)$$

где черта означает усреднение по векторам p , q на поверхности Ферми.

Вклад (9) мал по параметру $I^2 p^2 T_M/T$ по сравнению с обычным вкладом от РККИ взаимодействия. Поэтому поправки от спиновой динамики к кондовскому вкладу в восприимчивость существенны лишь при $T > T_M \sim d$.

2. Сопротивление и термоэдс

Для расчета кондовского вклада в сопротивление вычислим затухание одноэлектронных состояний, определяемое мнимой частью массового оператора. Дифференцируя запаздывающую функцию Грина по обоим временам, находим

$$\Sigma^\uparrow(k, E) = I^2 \sum_{qp\alpha\beta} \langle\langle \sigma_{\alpha\uparrow} S_{-q} c_{k+q\alpha} | \sigma_{\beta\uparrow} S_p c_{k+p\beta}^\dagger \rangle\rangle_E^{ir} \quad (10)$$

(при вычислении неприводимой функции Грина (10) необходимо отбрасывать члены, расходящиеся как $(E - \varepsilon_k)^{-n}$). В дальнейших выкладках необходимо учесть спиновую динамику, т. е. результат коммутирования спи-

новых операторов с гамильтонианом H_f . С этой целью, как и раньше, перейдем к представлению его собственных функций $|m\rangle$

$$S_q^\alpha = \sum_{nm} (S_q^\alpha)_{mn} X^{nm}, \quad X^{nm} = |n\rangle\langle m|.$$

Тогда находим

$$\begin{aligned} \Sigma^\uparrow(\mathbf{k}, E) = & I^2 \Sigma (E - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} + E_n - E_m)^{-1} \left\{ \langle [(\sigma_{\uparrow\alpha} S_{-\mathbf{q}})_{mn} X^{nm} c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \alpha}, \sigma_{\beta\uparrow} S_p c_{\mathbf{k}+\mathbf{p}, \beta}] \rangle - \right. \\ & - I \Sigma \langle\langle (\sigma_{\uparrow\alpha} S_{-\mathbf{q}})_{mn} X^{nm} \sigma_{\alpha\gamma} S_p^* c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}-\mathbf{r}, \gamma} - [(\sigma_{\uparrow\alpha} S_{-\mathbf{q}})_{mn} X^{nm}, \sigma_{\mu\nu} S_r] c_{\mathbf{k}'+\mathbf{r}, \mu} c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \alpha} \times \\ & \times c_{\mathbf{k}'}, |\sigma_{\beta\uparrow} S_p c_{\mathbf{k}+\mathbf{p}, \beta}\rangle\rangle_E^{\text{rr}} \} = \Sigma (E - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} + E_n - E_m)^{-1} \left\{ \langle [c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^*, \beta c_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \alpha} [\sigma_{\beta\uparrow} S_p, \right. \\ & \left. (\sigma_{\uparrow\alpha} S_{-\mathbf{q}})_{mn} X^{nm}] \rangle - I \Sigma (E - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{p}} + E_{n'} - E_{m'})^{-1} (f_{\mathbf{k}+\mathbf{p}} \langle [(\sigma_{\beta\uparrow} S_p)_{n'm'}, X^{m'n'}, \right. \\ & \left. (\sigma_{\uparrow\alpha} S_{-\mathbf{q}})_{mn} X^{nm} \sigma_{\alpha\beta} S_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}] \rangle - f_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} \langle [(\sigma_{\uparrow\alpha} S_{-\mathbf{q}})_{mn} X^{nm}, \sigma_{\alpha\beta} S_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}] (\sigma_{\beta\uparrow} S_p)_{n'm'}, X^{n'm'} \rangle) \right\} + \\ & + \text{несинг. члены}. \end{aligned} \quad (11)$$

Далее мы используем преобразования

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon + E_n - E_m} &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi i} \frac{1}{\varepsilon - \omega + i0} \frac{1}{\omega + E_n - E_m + i0}, \\ \sum_{mn} \frac{(S_p^\alpha)_{mn} X^{nm}}{\omega + E_n - E_m} &= i \int_0^{\infty} dt \exp(i\omega t) S_p^\alpha(t). \end{aligned} \quad (12)$$

Временное зависимость спиновых операторов с импульсами, не входящими в аргумент фермиевских функций, можно пренебречь, так как она несущественна при выделении логарифмической особенности. Кроме того, при высоких температурах можно использовать тождество типа

$$\begin{aligned} \langle [S_{-\mathbf{q}}^-(t), S_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}^z] S_p^+ \rangle &= \frac{1}{S_p^+} S_p^+ ([S_{-\mathbf{q}}^-(t), S_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}^z] S_p^+) = \langle S_{-\mathbf{q}}^-(t) [S_{\mathbf{q}-\mathbf{p}}^z, S_p^+] \rangle + O(T^{-1}) = \\ &= \langle S_{-\mathbf{q}}^-(t) S_q^+ \rangle + O(T^{-1}), \end{aligned}$$

которые справедливы с точки зрения выделения кондловских вкладов ($\sim \ln T$) во всей парамагнитной области. В итоге для сингулярной поправки находим

$$\text{Im } \delta\Sigma(\mathbf{k}, E) = 24I^3\pi\rho \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \sum_{\mathbf{q}} \frac{f_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}{E - \varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - \omega} J_{\mathbf{q}}(\omega). \quad (13)$$

В рамках диффузионного приближения (6) для обратного времени релаксации имеем

$$\delta\tau^{-1}(E) = 4\pi I^3\rho^2 S(S+1) \ln \frac{E^2 + d^2}{W^2}. \quad (14)$$

Таким образом, в сопротивлении имеет место размытие логарифмического вклада

$$\ln T \rightarrow \frac{1}{2} \ln (T^2 + d^2).$$

Многочисленные экспериментальные данные по термоэдс кондловских систем, в том числе магнитных (см., например, [1. с. 341, 376; 3, 10]), демонстрируют две характерные особенности. При сравнительно высоких по сравнению с T_K температурах термоэдс Q имеет экстремум (максимум при $Q > 0$, минимум при $Q < 0$), аналогичный кондловскому экстремуму для разбавленных сплавов переходных металлов [7]. При понижении температуры Q меняет знак, снова имеет экстремум и линейно обращается в нуль при $T \rightarrow 0$. Последняя особенность, не имеющая аналога для разбавленных систем, по-видимому, связана с переходом в когерентный режим, когда на месте резонанса Абрикосова—Сула возникает псевдоцель и меняется

знак величины $d \ln N(E_F)/dE_F$, определяющей знак Q [3]. Далее будет обсуждаться только высокотемпературное поведение ($T > T_K$).

Гигантские вклады в термоэдс соответствуют аномальному вкладу в $\tau^{-1}(E)$, нечетному по E и возникающему (в силу свойств аналитичности $\Sigma(k, E)$) из логарифмической сингулярности в $\text{Re } \Sigma(k, E)$. Она имеется только при учете потенциального примесного рассеяния V [7, 11] (в его отсутствие логарифмические вклады в $\text{Re } \Sigma$ компенсируются, как можно показать из (11)), которое приводит к появлению множителей $1 + V \sum_k (E - \varepsilon_k)^{-1}$, «перемешивающих» $\text{Im } \Sigma$ и $\text{Re } \Sigma$. При этом эффекты спиновой динамики приводят к замене

$$\ln E \rightarrow \frac{1}{2} \ln \frac{E^2 + d^2}{W^2}, \quad \text{sgn } E \rightarrow \frac{2}{\pi} \arctg \frac{E}{d}. \quad (15)$$

Тогда для аномального вклада в термоэдс имеем ($\rho(T)$ — полное сопротивление, e — заряд электрона)

$$Q \sim \frac{I^3 V}{e \rho(T)} \int d\varepsilon \left(-\frac{\partial f(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right) (2f(\varepsilon) - 1) \arctg \frac{\varepsilon}{d} = -\frac{I^3 V}{2e \rho(T)} T d \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\cosh^2 x} \frac{1}{d^2 + 4T^2 x^2} \sim \\ \sim -\frac{I^3 V}{e \rho(T)} \frac{T}{\max(T, d)}. \quad (16)$$

Таким образом, в рассматриваемом нами случае d играет роль характерного флуктуирующего магнитного поля (ср. с [7]).

Вблизи температуры магнитного упорядочения характерная частота спиновых флуктуаций d содержит вклад, неаналитический по параметру $\tau = (T - T_M)/T_M$. При волновых векторах $q \gg \xi^{-1}$ (ξ — корреляционная длина) в спиновой корреляционной функции $\langle S_{-q} S_q \rangle$ имеется неаналитическая добавка $\sim \tau^{1-\alpha}$ (α — критический индекс теплоемкости) [12], так что в (16)

$$\rho(T) = \rho_0 + \rho_1 \tau^{1-\alpha}, \quad d = d_0 + d_1 \tau^{1-\alpha},$$

при этом $\rho_1/\rho_0 \sim (I/V)^2 \ll 1$, $d_1 \sim d_0$. Поэтому в кондовских магнетиках известные аномалии Фишера—Лангера в кинетических коэффициентах [12] (для термоэдс $dQ/dT \sim \tau^{-\alpha}$) должны усиливаться по сравнению со случаем обычных магнетиков. В этой связи отметим недавние экспериментальные данные по системе $\text{Ce}_{1-x}\text{La}_x\text{In}_3$ [13], где наблюдался необычно сильный излом термоэдс в точке Нееля.

3. Область низких температур. Теплоемкость

При температурах $T \leqslant T_K$ теория возмущений становится неприменимой. Этот случай мы обсудим в рамках известного расцепления Нагаока (см. [7, 14, 15]), модифицированного с учетом спиновой динамики. Конкретно, составляя интегральное уравнение для функции Грина

$$\Gamma_{kq}(E) = \langle\langle S_{-q}^z c_{k+q\downarrow} + S_q^z c_{k+q\uparrow} | c_{k\uparrow}^+ \rangle\rangle_E$$

и действуя аналогично (11), (12), мы можем учесть временную зависимость спиновых операторов в духе приближения взаимодействующих мод

$$S_{-q}^z(t) \approx (\langle S_{-q}(t) S_q \rangle / \langle S_{-q} S_q \rangle) S_{-q}^z.$$

Используя диффузионное приближение, получаем, что в соответствующих уравнениях имеет место замена

$$(E - \varepsilon_{k+q})^{-1} \rightarrow (E - \varepsilon_{k+q} + iDq^2)^{-1}.$$

Если заменить $Dq^2 \rightarrow \alpha d$ ($\alpha \sim 1$) и принять приближение Хаманна [14]

$$\frac{f(E', T) - 1/2}{E - E' + i0} \approx \frac{f(E', 0) - 1/2}{E - E' + iT},$$

то эффекты спиновой динамики во всех наблюдаемых физических величинах сведутся к замене $T \rightarrow T + ad$ (в более общем случае роль d , очевидно, играет характерная частота спиновых флуктуаций). В частности, отсюда следует, что в случае высоких температур обрезание логарифмических расходимостей при $T \sim d$ имеет место не только для восприимчивости, но и для энтропии и теплоемкости.

Как следует из сравнения с точным решением [5], в случае низких температур уравнение Нагаока дает правильные результаты при $2S \gg 1$. Поэтому если предположить, что в магнитных решетках Кондо имеет место неполная компенсация момента на каждом магнитном центре ($S > n/2$), то приближение Нагаока является хорошим во всей температурной области, за исключением очень низких температур, где существенны эффекты когерентности. Даже при $S = 1/2$ оно дает разумные результаты вплоть до $T \leq T_K$. Таким образом, при $T_m < T_K$ в температурном интервале $T_m < T < T_K$ в грубом приближении можно использовать расщепление Нагаока, учитывая взаимодействие спинов лишь заменой $T \rightarrow T + ad$. Например, для сопротивления имеем

$$\rho(T) \sim 1 - \frac{\lambda}{[\lambda^2 + \pi^2 S(S+1)]^{1/2}}, \quad \lambda = \ln \frac{T + ad}{T_K}. \quad (17)$$

Интерполяционная формула для теплоемкости может быть приближенно записана в виде (ср. с [15])

$$C(T) \approx \frac{\pi^2 S(S+1)}{[\lambda^2 + \pi^2 S(S+1)]^2}. \quad (18)$$

Таким образом, эффекты спиновой динамики приводят к смещению «кондовского» максимума теплоемкости на $-ad$. Такое смещение действительно наблюдается в ряде кондовских систем и систем с тяжелыми фермионами в случае приближения к магнитному упорядочению, например для систем $\text{Ce}_{1-x}\text{La}_x\text{Ru}_2\text{Si}_2$ [1, с. 323] и $\text{U}(\text{Pt}_{1-x}\text{Pd}_x)_3$ [1, с. 393]. Изменение с концентрацией компонент температурных зависимостей теплоемкости (в частности, температуры максимума) и сопротивления часто интерпретируется на языке концентрационной зависимости T_K [3]. Из проведенного рассмотрения следует, что оно может быть также связано с концентрационной зависимостью спиновой динамики.

Л и т е р а т у р а

- [1] Proc. of the Int. Conference on Anomalous Rare Earths and Actinides (Grenoble, July 1986). JMMM, 1987, vol. 63–64.
- [2] Stewart G. R. Rev. Mod. Phys., 1984, vol. 56, N 4, p. 755–787.
- [3] Brandt N. B., Moshchalkov V. V. Adv. Phys., 1984, vol. 33, N 5, p. 373–467; Мощалков В. В., Брандт Н. Б. УФН, 1986, т. 149, № 4, с. 585–634.
- [4] Lee P. A., Rice T. M., Serene J. W. et al. Comments Cond. Mat. Phys., 1986, vol. 12, N 3, p. 99–161.
- [5] Tsvelick A. M., Wiegmann P. B. Adv. Phys., 1983, vol. 32, N 4, p. 453–713.
- [6] Thompson J. D., Fisk Z., Ott H. R. JMMM, 1986, vol. 54–57, p. 393–394.
- [7] Kondo J. In: Sol. St. Phys., Ac. Press, New York, 1969, vol. 23, p. 183–281.
- [8] Yosida K., Okiji A. Progr. Theor. Phys., 1965, vol. 34, N 4, p. 505–522.
- [9] Blume M., Hubbard J. Phys. Rev., 1970, vol. B1, N 9, p. 3815–3831; Колоколов И. В. ЖЭТФ, 1986, т. 91, № 6, с. 2313–2318.
- [10] Amato A., Sierra J. JMMM, 1985, vol. 47–48, p. 526–528.
- [11] Fisher K. Phys. Rev., 1967, vol. 158, N 3, p. 613–622.
- [12] Fisher M. E., Langer J. S. Phys. Rev. Lett., 1968, vol. 20, N 13, p. 665–667.
- [13] Ohyama T., Sakurai J., Kamura Y. Sol. St. Commun., 1986, vol. 60, N 12, p. 975–977.
- [14] Hamann D. R. Phys. Rev., 1967, vol. 158, N 3, p. 570–580.
- [15] Brenig W., Zittartz J. In: Magnetism, Ac. Press, New York, 1973, vol. 5, p. 185–236.