

УДК 537.538.8

## РЕЗОНАНСНЫЕ АНОМАЛИИ ВОЗБУЖДЕНИЯ ПЛАЗМОНОВ БЫСТРЫМИ ЭЛЕКТРОНАМИ В МОНОКРИСТАЛЛАХ

*В. В. Румянцев, Б. Н. Либенсон*

Проанализирован процесс испускания объемных плазмонов быстрыми электронами в монокристаллах при учете дифракции электронов на всех этапах процесса: до испускания, во время испускания и после испускания плазмона. Показано, что последовательный учет дифракции электрона приводит при двухволновом описании дифракционного поля к появлению в сечении неупругого рассеяния быстрой частицы особенностей нового типа. Они имеют логарифмический характер и должны проявляться в ориентационной зависимости сечения рассеяния быстрых электронов при прохождении их через тонкие монокристаллы или монокристаллические пленки.

1. В [1, 2] было обнаружено, что в условиях, когда быстрый электрон испытывает дифракцию, не весь переданный электроном импульс передается плазмону. При этом речь идет не только о перпендикулярном, но и о параллельном атомным плоскостям импульсе. Особенно важно, что перераспределение этого переданного импульса между плазмонем и кристаллической решеткой однозначно определяется направлением движения быстрой частицы по отношению к кристаллографическим плоскостям. Участие решетки в процессе испускания плазмона означает, что можно выделить процессы, которые имеют смысл тормозного испускания продольных электромагнитных волн, и процессы, которые можно рассматривать как эффект плотности [2].

Явление тормозного испускания плазмонов приводит к возможности такого их испускания, когда вся переданная энергия переходит к плазмону, в то время как почти весь переданный импульс — кристаллической решетке. Иначе говоря, появляется возможность генерации плазмонов с очень большими длинами волн, что невозможно при обычном черенковском их излучении, при котором длина волны плазмона должна удовлетворять неравенству  $\lambda < v/\omega_p$  (где  $v$  — скорость быстрой частицы,  $\omega_p$  — плазменная частота). В [2] было обнаружено, что в случае, когда испускание плазмона происходит в процессе дифракции быстрого электрона, а затем электрон теряет когерентность, тормозное испускание плазмонов приводит к появлению логарифмических особенностей в ориентационной зависимости  $\sigma$  неупругого рассеяния электронов. Такие особенности в  $\sigma$  могли бы на практике возникать в случае, когда сразу вслед за испусканием плазмона быстрый электрон испытывает упругое некогерентное рассеяние на атомах решетки на большой угол.

Более доступными являются, однако, эксперименты трансмиссионного типа (с энергией электронов порядка десятков кэВ). В этом случае после испускания плазмонов с малым волновым вектором быстрый электрон в значительной степени сохраняет свою когерентность, хотя условия дифракции при этом несколько изменяются.

Анализ ориентационной зависимости сечения неупругого рассеяния в этом случае и есть предмет данной работы. В ней строится теория резонансных аномалий сечения  $\sigma$ , в которой процесс дифракции быстрого электрона учитывается на всех стадиях описываемого процесса, в том числе

и в конечном состоянии. На основе построенной теории проводится анализ условий, в которых скорее всего следует наблюдать резонансные логарифмические аномалии сечения неупругого рассеяния.

2. Согласно [2], амплитуда вероятности найти быстрый электрон в точке  $r$ , а электронную подсистему кристалла в состоянии  $f$ , можно написать в виде

$$\psi_{pi}(r, f) = \frac{2m}{\hbar^2} \int d\mathbf{r}_1 \int dR G(r, \mathbf{r}_1, E_f = E - \epsilon_f) \psi_D(\mathbf{r}_1) \Phi_f^*(\mathbf{R}) U_e(r, \mathbf{R}) \Phi_i(\mathbf{R}), \quad (1)$$

где  $E$  — сумма энергий быстрого электрона и электронной подсистемы кристалла; значком  $x$  будет обозначаться комплексное сопряжение;  $\epsilon_f$  — энергия электронной подсистемы кристалла;  $U_e(r, \mathbf{R})$  — оператор энергии взаимодействия быстрого электрона с электронами кристалла, способными принимать участие в плазменных колебаниях;  $\Phi$  — волновые функции этих электронов. Индексу  $i$  соответствует начальное состояние кристалла, в котором нет плазмона, индексу  $f$  — конечное состояние, когда плазмон возбужден. Волновая функция  $\psi_D$  описывает дифрагирующий быстрый электрон без учета его взаимодействия с электронами монокристалла, способными принимать участие в плазменных колебаниях. В двухволновом приближении при дифракции Лауэ ее удобно записывать в виде

$$\psi_D(\rho, z) = [\psi_1(z) + \psi_2(z) \exp(-iq\rho)] \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}). \quad (2)$$

Здесь  $\rho$  и  $z$  — тангенциальная и нормальная по отношению к поверхности кристалла компоненты радиуса-вектора, а

$$\psi_1(z) = \cos^2 \frac{\beta}{2} e^{iz_1 z} + \sin^2 \frac{\beta}{2} e^{iz_2 z}, \quad \psi_2(z) = \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2} (e^{iz_1 z} - e^{-iz_1 z}), \quad (3)$$

причем в пренебрежении затуханием волнового поля величины  $x_1$  и  $x_2$  связаны с параметром  $w$  отклонения от точного отражающего положения соотношениями

$$x_1 = (w - \sqrt{1+w^2})/2\xi_g, \quad x_2 = (w + \sqrt{1+w^2})/2\xi_g. \quad (4)$$

Величина  $\xi_g$  — длина экстинкции, а  $w = \text{ctg } \beta$ .

Волновая функция (1) отличается от той, которая рассматривалась в [2], тем, что функция Грина  $G(r, \mathbf{r}_1, E_f)$  в (1) имеет теперь вид

$$G(r, \mathbf{r}_1, E_f) = \frac{\hbar^2}{2m(2\pi)^3} \int d\mathbf{k}_1 \frac{\psi_D(\mathbf{k}_1, \mathbf{r}) \psi_D^*(\mathbf{k}_1, \mathbf{r}_1)}{E - \epsilon_f - E_{k_1} + i\delta}, \quad (5)$$

чем в соответствии с общей методикой [3] учитывается взаимодействие быстрого электрона с решеткой в конечном состоянии. В [2] это взаимодействие не учитывалось.

Переходя к асимптотическому виду функции (1), получаем возможность дифференциальное сечение рассеяния написать в виде

$$d\sigma = \frac{m^2}{4\pi^2 \hbar^4} \sum_f \left| \int d\mathbf{r} \int dR \psi_D^*(\mathbf{k}', \mathbf{r}) \psi_D(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \Phi_f^*(\mathbf{R}) U_e(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \Phi_i(\mathbf{R}) \right|^2 d\Omega. \quad (6)$$

Здесь  $k' = [2m(E - \epsilon_f) \hbar^{-2}]^{1/2}$ ,  $\mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{Q}$ , где  $\mathbf{Q}$  — переданный волновой вектор. Формулу (6) можно рассматривать как обобщение формулы (14) работы [2] на случай учета дифракции быстрого электрона в конечном состоянии.

3. Сечение неупругого рассеяния (6) выражается через волновые функции  $\psi_D(\mathbf{k}, \mathbf{r}')$  и  $\psi_D^*(\mathbf{k}', \mathbf{r})$  дифрагирующего электрона. Первая из них зависит от параметра  $w$ , значение которого определяется направлением и скоростью движения падающего на кристалл электрона. Функция  $\psi_D^*(\mathbf{k}', \mathbf{r})$  зависит от параметра  $w'$ , причем  $w' \neq w$ .

Чтобы установить связь между  $w$  и  $w'$ , следует умножить равенство  $\mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{Q}$  скалярно на вектор  $\mathbf{g}$  обратной решетки. При этом получается  $\mathbf{k}'\mathbf{g} = k'g \sin \vartheta' = kg \sin \vartheta - \mathbf{g}\mathbf{Q}$ . В случае быстрых электронов  $\sin \vartheta \simeq \vartheta$  и  $k' \simeq k$ , так что будем иметь  $\vartheta' = \vartheta - (\mathbf{g}\mathbf{Q})/(kg)$ . Поскольку  $w = g\xi_g(\vartheta - \vartheta_B)$ , а  $\xi_g(k)$  и  $\xi_g(k')$  отличаются друг от друга только на величину порядка  $\hbar\omega_p/E$ , получаем соотношение

$$w' = w - \hbar^2 \mathbf{g}\mathbf{Q}/2mU_g. \quad (7)$$

Из (6) и (2) следует, что

$$\begin{aligned} d\sigma = & -im [(2\pi)^3 \hbar^5 \sqrt{k^2 - 2m\omega/\hbar}]^{-1} \int d\mathbf{q} \int dz \int dz' \int d\rho \int d\rho_1 \times \\ & \times \exp\{i[Q_x(z - z') + (\mathbf{Q}_\parallel - \mathbf{q})\rho_1]\} [\psi_1^*(w', z) + \psi_2(w', z) \times \\ & \times \exp(i\mathbf{g}\rho)] [\psi_1(w', z') + \psi_2(w', z') \exp(-i\mathbf{g}(\rho - \rho_1))] \times \\ & \times [\psi_1(w, z) + \psi_2(w, z) \exp(-i\mathbf{g}\rho)] [\psi_1^*(w, z') + \psi_2(w, z') \exp(i\mathbf{g}(\rho - \rho_1))] \times \\ & \times [D_R(z, z', \mathbf{q}, \omega) - D_A(z, z', \mathbf{q}, \omega)] \delta[E - E_{\mathbf{p}-\mathbf{Q}} - \hbar\omega] d^3Q d\omega. \end{aligned} \quad (8)$$

Величины  $Q_x$  и  $Q_\parallel$  — нормальная и тангенциальная по отношению к поверхности составляющие переданного волнового вектора.  $D_R$  и  $D_A$  — запаздывающая и опережающая функции Грина электромагнитного поля электронов среды, частота  $\omega$  связана с энергией  $\epsilon$ , переданной электронам среды, соотношением  $\epsilon = \hbar\omega$ .

После вычисления в (8) интегралов по  $\rho$ ,  $\rho_1$  и  $\mathbf{q}$  и проводя интегрирование сечения (8) по углам, получаем интегральное сечение рассеяния  $\sigma$ , которое оказывается представленным суммой трех слагаемых. В первом из них среди аргументов  $D$ -функций имеется величина  $Q_\parallel$ , а в двух других величины  $Q_\parallel + \mathbf{g}$  и  $Q_\parallel - \mathbf{g}$  соответственно. Во втором слагаемом проведем замену  $Q_\parallel + \mathbf{g} \rightarrow Q'_\parallel$ . При такой замене в  $\psi$ -функциях в этом слагаемом штрихованный параметр  $w'$  можно записать в следующем виде

$$w' = w - \hbar^2 \mathbf{g}(Q'_\parallel - \mathbf{g})/2mU_g = w + \hbar^2 g^2/2mU_g - \hbar^2 \mathbf{g}\mathbf{Q}'/2mU_g.$$

Введя обозначение  $\hbar^2 g^2/2m = E_g$ , соотношению между  $w'$  и  $w$  в этом случае придадим вид  $w' = w + E_g/U_g - \hbar^2 \mathbf{g}\mathbf{Q}'/2mU_g$ .

В третьем слагаемом проведем замену  $\mathbf{Q} - \mathbf{g} \rightarrow \mathbf{Q}''$ . При этом получим  $w' = w - E_g/U_g - \hbar^2 \mathbf{g}\mathbf{Q}''/2mU_g$ . Поскольку нас интересует плазмон-дифракционный резонанс, т. е. процесс, связанный с малыми  $\mathbf{Q}$ , интегрирование по  $\mathbf{Q}$  будем производить по области  $Q < \omega/v$ , соответствующей тормозному излучению плазмонов. В этом случае вклад в  $w'$  со стороны слагаемых  $\hbar^2 \mathbf{g}\mathbf{Q}/2mU_g$  будет меньше, чем вклад от величины  $E_g/U_g$ , и можно считать, что

$$w' = w \pm E_g/U_g. \quad (9)$$

С учетом этого обстоятельства, а также связи между  $D_R$ ,  $D_A$  и диэлектрической проницаемостью  $\epsilon[{}^2]$ , интегральное сечение рассеяния можно написать в виде

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{S}{2\pi^3 a_B v_z} \int \frac{d\omega}{|k'(w)} \int \frac{dQ}{Q^2} \text{Im} \frac{1}{\epsilon(Q, \omega)} \int dz \int dz' e^{i \frac{\omega - vQ}{v_z} (z - z')} \times \\ & \times \left\{ [|\psi_1(w, z)|^2 + |\psi_2(w, z)|^2] [|\psi_1(w, z')|^2 + |\psi_2(w, z')|^2] + \right. \\ & + \psi_2^*(w + E_g/U_g, z) \psi_1(w, z) \psi_2(w + E_g/U_g, z') \psi_1^*(w, z') \times \\ & \times \exp\left[i \frac{v\mathbf{g} + E_g/\hbar}{v_z} (z - z')\right] + \psi_1^*(w - E_g/U_g, z) \psi_2(w, z) \times \\ & \left. \times \psi_1(w - E_g/U_g, z') \psi_2^*(w, z') \exp\left[-i \frac{v\mathbf{g} - E_g/\hbar}{v_z} (z - z')\right] \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

$S$  — площадь поверхности кристалла,  $a_B$  — борковский радиус.

Проводя в (10) интегрирование по  $z$  и  $z'$ , учитывая, что  $v\mathbf{g} = E_g/\hbar = 2wU_g/\hbar$ , и используя простейшую формулу для мнимой части обратной диэлектрической проницаемости  $\text{Im} \epsilon^{-1}(Q, \omega) = (\pi/2) \omega_p \delta(\omega - \omega_p)$  получим, что сечение испускания объемных плазмонов имеет вид

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{LS\omega_p}{4\pi a_B} \int \frac{d\omega}{k'(\omega)} \int \frac{dQ}{Q^2} \delta(\omega - \omega_p) \theta\left(\frac{\omega}{v} - Q\right) \left\{ 2\pi \delta(\omega - vQ) + \right. \\ & + \frac{\pi}{8} \frac{1}{1 + (w + E_g/U_g)^2} \left[ \left(1 + \frac{w}{\sqrt{1+w^2}}\right)^2 \Delta_1(w) + \left(1 - \frac{w}{\sqrt{1+w^2}}\right)^2 \Delta_2(w) \right] + \\ & + \frac{\pi}{8} \frac{1}{1+w^2} \left[ \left(1 + \frac{w - E_g/U_g}{\sqrt{1+(w - E_g/U_g)^2}}\right)^2 \times \right. \\ & \left. \times \Delta_3(w) + \left(\Lambda - \frac{w - E_g/U_g}{\sqrt{1+(w - E_g/U_g)^2}}\right)^2 \Delta_4(w) \right] \left. \right\}, \end{aligned} \quad (11)$$

$L$  — толщина кристалла.

Первое слагаемое в этом сечении соответствует черенковскому процессу. Оно не содержит никакой ориентационной зависимости. Функции  $\Delta$  имеют вид

$$\begin{aligned} \Delta_1(w) = & \delta[\omega - vQ + E_g/\hbar + (U_g/\hbar) (2w - \sqrt{1+w^2} - \sqrt{1+(w + E_g/U_g)^2})] - \\ & - \delta[\omega - vQ + E_g/\hbar + (U_g/\hbar) (2w - \sqrt{1+w^2} + \sqrt{1+(w + E_g/U_g)^2})], \\ \Delta_2(w) = & \delta[\omega - vQ + E_g/\hbar + (U_g/\hbar) (2w + \sqrt{1+w^2} - \sqrt{1+(w + E_g/U_g)^2})] - \\ & - \delta[\omega - vQ + E_g/\hbar + (U_g/\hbar) (2w + \sqrt{1+w^2} + \sqrt{1+(w + E_g/U_g)^2})], \\ \Delta_3(w) = & \delta[\omega - vQ + E_g/\hbar - (U_g/\hbar) (2w - \sqrt{1+w^2} - \sqrt{1+(w - E_g/U_g)^2})] - \\ & - \delta[\omega - vQ + E_g/\hbar - (U_g/\hbar) (2w + \sqrt{1+w^2} - \sqrt{1+(w - E_g/U_g)^2})], \\ \Delta_4(w) = & \delta[\omega - vQ + E_g/\hbar - (U_g/\hbar) (2w - \sqrt{1+w^2} + \sqrt{1+(w - E_g/U_g)^2})] - \\ & - \delta[\omega - vQ + E_g/\hbar - (U_g/\hbar) (2w + \sqrt{1+w^2} + \sqrt{1+(w - E_g/U_g)^2})]. \end{aligned} \quad (12)$$

Взяв в (11) интегралы и разделив результат на сечение

$$\sigma_0 = \frac{SL}{a_B k v} \ln\left(\frac{vQ_c}{\omega_p}\right) \quad (13)$$

черенковского излучения объемных плазмонов в изотропной среде, получим функцию  $F(w)$ , отличию которой от единицы и отвечает существование ориентационного эффекта. Эта функция определяется, таким образом, соотношением  $\sigma(w) = \sigma_0 F(w)$  и имеет вид

$$\begin{aligned} F(w) = & 1 + \frac{1}{16 \ln(vQ_c/\omega_p)} \left\{ \frac{1}{1 + (w + E_g/U_g)^2} \left[ \left(1 + \frac{w}{\sqrt{1+w^2}}\right)^2 \times \right. \right. \\ & \times \ln \frac{1}{Z_1(w) Z_2(w)} + \left(1 - \frac{w}{\sqrt{1+w^2}}\right)^2 \ln \frac{1}{Z_3(w) Z_4(w)} \left. \right] + \\ & + \frac{1}{1+w^2} \left[ \left(1 + \frac{w - E_g/U_g}{\sqrt{1+(w - E_g/U_g)^2}}\right)^2 \ln \frac{1}{Z_5(w) Z_6(w)} + \right. \\ & \left. + \left(1 - \frac{w - E_g/U_g}{\sqrt{1+(w - E_g/U_g)^2}}\right)^2 \ln \frac{1}{Z_7(w) Z_8(w)} \right] \left. \right\}. \end{aligned} \quad (14)$$

Входящие в эту формулу функции  $Z(w)$  имеют структуру

$$\left. \begin{aligned}
 Z_1(w) &= \left| 1 + \frac{E_g}{\hbar\omega_p} - \frac{U_g}{\hbar\omega_p} (\sqrt{1+w^2} + \sqrt{1+(w+E_g/U_g)^2} - 2w) \right|, \\
 Z_2(w) &= \left| 1 + \frac{E_g}{\hbar\omega_p} - \frac{U_g}{\hbar\omega_p} (\sqrt{1+w^2} - \sqrt{1+(w+E_g/U_g)^2} - 2w) \right|, \\
 Z_3(w) &= \left| 1 + \frac{E_g}{\hbar\omega_p} + \frac{U_g}{\hbar\omega_p} (\sqrt{1+w^2} - \sqrt{1+(w+E_g/U_g)^2} + 2w) \right|, \\
 Z_4(w) &= \left| 1 + \frac{E_g}{\hbar\omega_p} + \frac{U_g}{\hbar\omega_p} (\sqrt{1+w^2} + \sqrt{1+(w+E_g/U_g)^2} + 2w) \right|, \\
 Z_5(w) &= \left| 1 + \frac{E_g}{\hbar\omega_p} + \frac{U_g}{\hbar\omega_p} (\sqrt{1+w^2} + \sqrt{1+(w-E_g/U_g)^2} - 2w) \right|, \\
 Z_6(w) &= \left| 1 + \frac{E_g}{\hbar\omega_p} - \frac{U_g}{\hbar\omega_p} (\sqrt{1+w^2} - \sqrt{1+(w-E_g/U_g)^2} + 2w) \right|, \\
 Z_7(w) &= \left| 1 + \frac{E_g}{\hbar\omega_p} - \frac{U_g}{\hbar\omega_p} (\sqrt{1+w^2} - \sqrt{1+(w-E_g/U_g)^2} - 2w) \right|, \\
 Z_8(w) &= \left| 1 + \frac{E_g}{\hbar\omega_p} - \frac{U_g}{\hbar\omega_p} (\sqrt{1+w^2} + \sqrt{1+(w-E_g/U_g)^2} + 2w) \right|.
 \end{aligned} \right\} (15)$$

При тех значениях параметра  $w$  отклонения от точного отражающего положения, при которых обращается в нуль одна из функций  $Z(w)$ , будет иметь место плазмон-дифракционный резонанс.

4. Общий вывод работы заключается в том, что резонансные аномалии неупругого рассеяния быстрых электронов в монокристаллах должны существовать во всех случаях как при отражении быстрых электронов, так и в трансмиссионном случае. Положение этих аномалий на оси  $w$  не коррелирует со значениями  $w$ , определяемыми условием Брэгга. Из (15) видно, что нули функций  $Z(w)$ , которые определяют положение аномалий, обусловлены не одними величинами  $U_g$  и  $E_g$ , а их комбинациями с энергией плазмонов.

Чтобы понять, каким начальным и конечным состояниям на дисперсионных поверхностях, обычно рассматриваемых в теории дифракции, соответствуют различные слагаемые в сечении возбуждения плазмонов, следует обратиться к формулам (10), (11), (12) и (14). Проследивая, как из (10) получается функция  $Z_1(w)$ , можно видеть, что входящая в функцию  $Z_1(w)$  комбинация (она обусловлена первым слагаемым в  $\Lambda_1$  в (11))  $2w + \sqrt{1+w^2} - \sqrt{1+(w+E_g/U_g)^2}$  параметров  $w$  происходит из разности  $x_1 - x_2^+$  начальных и конечных квазиимпульсов дифрагирующей частицы;  $x_1$  здесь дается первой из формул (4), а  $x_2^+$  соответствует вторая из этих формул, в которой следует совершить замену  $w \rightarrow w + E_g/U_g$  в соответствии с (9). Если ввести обозначение  $1^+$ , чему соответствует замена  $w \rightarrow w + E_g/U_g$  в первой из формул (4), то можно сказать, что функциям  $Z_1(w)$  и  $Z_2(w)$  соответствуют переходы на дисперсионных кривых типа  $1 \rightarrow 2^+$  и  $1 \rightarrow 1^+$ . Аналогичным образом можно установить, переходам между какими дисперсионными поверхностями соответствуют нули остальных функций  $Z(w)$ .

Если ввести еще обозначения  $1^-$  и  $2^-$ , что соответствует замене  $w \rightarrow w - E_g/U_g$ , то можно сказать, что нулям восьми функций  $Z(w)$  соответствуют переходы  $1 \rightarrow 2^+$ ,  $1 \rightarrow 1^+$ ,  $2 \rightarrow 2^+$ ,  $2 \rightarrow 1^+$ ,  $2 \rightarrow 1^-$ ,  $1 \rightarrow 1^-$ ,  $2 \rightarrow 2^-$ ,  $1 \rightarrow 2^-$ . Это означает, что в плазмон-дифракционном резонансе реализуются переходы обоих видов, как между дисперсионными поверхностями одного и того же, так и разных типов.

Хотя в двухволновом приближении возникают восемь функций  $Z(w)$ , нули которых соответствуют резонансным аномалиям, это не обязательно будет приводить к существованию именно восьми резонансов. Будут ли нули существовать при углах, близких к брэгговским, определяется соотношениями между величинами  $E_g/\hbar\omega_p$ ,  $E_g/U_g$  и  $U_g/\hbar\omega_p$ , которые входят в функции  $Z(w)$ . Фактически же мы здесь имеем дело даже не с тремя,

а с двумя независимыми параметрами  $A = U_g / \hbar \omega_p$  и  $B = E_g / U_g$ . Третий параметр  $E_g / \hbar \omega_p = AB$ . Типичные значения  $A$  могут меняться в интервале от нескольких единиц до десятых единиц, параметр же  $B$  по порядку величины чаще всего равен нескольким единицам. На рис. 1 представлено поведение функций  $Z(w)$  в случае дифракции электронов на плоскостях  $\{200\}$  серебра. Интервал изменения аргумента выбран так, чтобы при изменении  $w$  дифракция происходила на одной и той же системе плоскостей.

На рис. 2 приведен вид функций  $F(w) - 1$  при дифракции электрона с энергией  $E = 50$  кэВ на плоскостях  $\{111\}$  в Si и  $\{200\}$  в Ag. При этом в первом случае  $A = 0.31$ ,  $B = 2.97$  и  $A = 3.3$ ,  $B = 2.47$  во втором. (Данные о  $U_g$  были взяты из [4]). Отчетливо выраженная резонансная аномалия имеет место в Si при  $w = 1.3$ , что соответствует движению быстрого электрона под углом около  $2^\circ$  по отношению к нормали к поверхности кри-

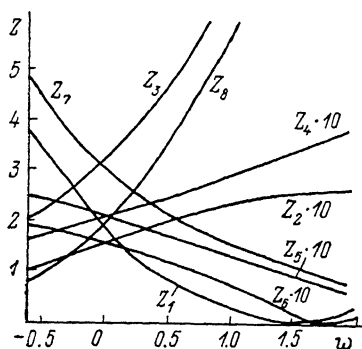


Рис. 1. Вид функций  $Z(w)$  в случае дифракции электронов на системе плоскостей  $\{200\}$  в монокристалле серебра.

Резонансные аномалии обусловлены нулями функций  $Z_1$  и  $Z_4$  при  $w \approx 1.5$  и  $1.75$  соответственно.

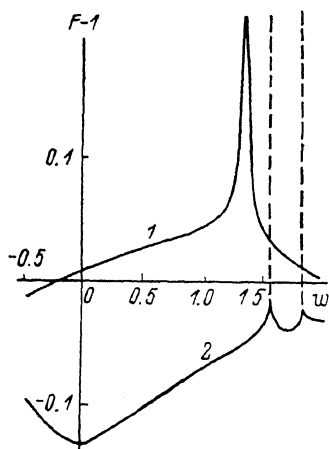


Рис. 2. Величина  $F-1$  как функция параметра  $w$  отклонения от точного отражающего положения в случае кремния (дифракция на плоскости  $\{111\}$ , кривая 1) и серебра (дифракция на плоскости  $\{200\}$ , кривая 2).

сталла. Брэгговский угол при этом несколько меньше одного градуса. Наряду с такими отчетливо выраженными резонансами могут существовать и узкие, почти дельта-функционные в отношении их ширины, наблюдать которые, вероятно, будет гораздо сложнее. Именно такого типа резонансы, как это видно из рис. 2, имеют место в случае серебра.

В случае многоволнового дифракционного поля, как это следует из развитого метода описания резонансных аномалий, число резонансов должно возрастать, и сечение  $\sigma$  будет содержать структуру, состоящую из большого числа резонансов. Идентификация рассматриваемых резонансов требует углового разрешения порядка  $10^{-4}$  радиана, которое уже достигнуто в электронной спектроскопии. При поисках резонансов нужно ориентироваться на монокристаллы или монокристаллические пленки с такими параметрами  $A$  и  $B$ , которые обеспечивают достаточно широкие резонансные линии вблизи брэгговского угла.

Предсказываемые резонансы являются новыми особенностями сечения неупругого рассеяния. Они интересны и тем, что с их помощью появляется надежда идентифицировать не наблюдавшееся до сих пор физическое явление — тормозное испускание продольных электромагнитных волн.

Авторы выражают признательность С. Л. Дудареву, который обратил наше внимание на важность учета дифракции в конечном состоянии в трансмиссионной ситуации.

## Л и т е р а т у р а

- [1] *Howie A.* Proc. Roy. Soc., 1962, vol. 271, N 1345, p. 268—279.
- [2] *Румянцев В. В., Либенсон Б. Н.* ЖЭТФ, 1984, т. 87, № 5, с. 1818—1833.
- [3] *Багъ А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М.* Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М.: Наука, 1971. 400 с.
- [4] *Radi G.* Acta Cryst., 1970, vol. A26, N 1, p. 41—50.

Ленинградский политехнический  
институт им. М. И. Калинина  
Ленинград

Поступило в Редакцию  
18 декабря 1987 г.

