

Спектральные свойства электрозвуковых волн в сегнетоэлектрике с движущейся периодической доменной структурой

© Е.А. Вилков

Институт радиотехники и электроники Российской академии наук (Ульяновский филиал),
432011 Ульяновск, Россия

E-mail: e-vilkov@yandex.ru

(Поступила в Редакцию в окончательном виде 10 января 2008 г.)

В квазистатическом приближении рассмотрены особенности распространения сдвиговых волн в тетрагональном сегнетоэлектрике в присутствии движущейся сверхрешетки 180°C доменных границ. Установлено, что спектры сдвиговых волн как в случае статичной, так и в случае движущейся сверхрешетки представляет собой чередование разрешенных и запрещенных зон. Показано, что в результате доплеровского сдвига частот собственных волн движение доменных границ решетки снимает вырождение корней дисперсионного уравнения тем сильнее, чем больше номер моды колебаний. Обсуждаются особенности акустической невязанности сегнетоэлектрика, индуцированной движением доменных границ решетки.

PACS: 77.80.Dj, 77.84.-s

1. Введение

В настоящее время существуют надежные методики формирования в сегнетоэлектриках достаточно идеальных периодических доменных структур [1]. Интерес к этим структурам с периодически изменяющимися значениями упругих, электрических и других физических параметров возник в 60-е годы XX века, поскольку ранее возможности известных монокристаллов по изменению спектральных параметров упругих и электромагнитных волн были практически исчерпаны. Теоретические оценки для статичных периодических доменных структур (ПДС) в сегнетоэлектриках показали, что спектр упругих колебаний, распространяющихся через ПДС [2,3], существенно отличается от спектра подобных колебаний для обычных однородных сред. В первую очередь это отличие проявляется в разбегании спектра волн в ПДС на запрещенные и разрешенные зоны, тогда как для монодоменных образцов характерен сплошной спектр. Технология получения ПДС с различными периодами решеток доменных границ (ДГ) [1] открыла возможность применения таких кристаллов в качестве пьезопреобразователей акустических волн в широком частотном диапазоне. При этом эффективность преобразования значительно выросла по сравнению с монодоменными кристаллами [4].

При внешних воздействиях ДГ способны к быстрым перемещениям, сопоставимым по своим масштабам со скоростями распространения акустических волн. В связи с этим для расширения функциональных возможностей устройств, применяющихся в качестве преобразователей акустических волн, может использоваться совмещение обработки сигналов с перестройкой доменной структуры сегнетоэлектрика, когда задержки сигнала на меняющихся траекториях лучей между отражающими ДГ сопровождаются доплеровскими сдвигами частоты. Сдерживающим обстоятельством для развития экспериментальных

исследований в этой области является отсутствие теоретических оценок. Если теория акустических свойств сверхрешеток пьезо- и сегнетоэлектриков с фиксированными границами (статические сверхрешетки) получила заметное развитие еще в 80-е годы [5,6], то исследование акустических эффектов в кристалле сегнетоэлектриков с движущимися ДГ до сих пор ограничивалось случаями только неколлективного (одиночная ДГ) [7] и парного (полосовой домен) [8] акустодоменных взаимодействий, касаясь в основном способности движущихся ДГ удерживать электрозвуковые поверхностные волны. Настоящая работа посвящена анализу спектральных свойств объемных электрозвуковых волн (ЭВ) в сегнетоэлектрике с ПДС в виде равномерно движущихся эквидистантных 180° ДГ.

2. Основные уравнения

В акустоэлектронике в качестве независимых величин, определяющих состояние пьезоэлектрической среды, обычно выбирают упругую деформацию, задаваемую тензором деформации

$$u_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right), \quad (1)$$

и напряженность электрического поля E_j . Если процесс деформирования протекает адиабатически, уравнениям состояния пьезоэлектрической среды можно придать вид [9]

$$\begin{aligned} T_{ik} &= c_{iklm} u_{lm} - e_{j,ik} E_j, \\ D_p &= \varepsilon_{pq} E_q + 4\pi e_{p,rm} u_{rm}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь T_{ik} — тензор механических напряжений, который, как и тензор деформации u_{ik} из (1), представляет собой симметрический тензор второго ранга; c_{iklm} , $e_{j,ik}$

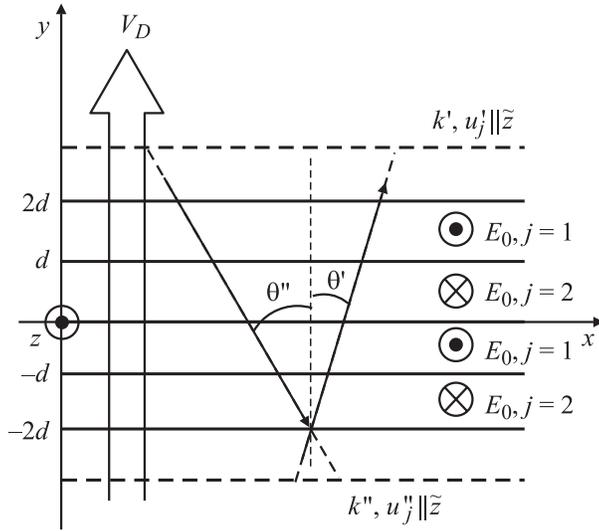


Рис. 1. Схема задачи. E_0 — направление поляризации в доменах.

и ε_{pq} — соответственно тензоры упругих, пьезоэлектрических и диэлектрических модулей кристалла. В уравнениях (2), где D_p представляет собой вектор электрической индукции, по повторяющимся тензорным индексам подразумевается суммирование. Исходные уравнения в общем виде, описываемые этими величинами, — это уравнение движения кристалла

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} \quad (3)$$

и уравнения Максвелла в квазистатической форме

$$E_i = -\frac{\partial \varphi}{\partial x_i}, \quad \frac{\partial D_k}{\partial x_k} = 0. \quad (4)$$

Здесь дифференциальный оператор $\partial/\partial x_i$ трактуется как вектор и соответственно во втором уравнении (4) по повторяющемуся индексу k подразумевается тензорное суммирование; φ — электрический потенциал; ρ — плотность кристалла.

Далее для совместного рассмотрения уравнений (1)–(4) конкретизируем тип симметрии кристалла и геометрию распространения электрозвуковых волн. Схема задачи изображена на рис. 1. Принимаем, что сегнетоэлектрик класса 4mm, обладающий пьезоэффектом, имеет кристаллографическую установку с осью четвертого порядка, параллельной z -оси лабораторной системы отсчета $xOyz$ и представляет собой сверхрешетку ДГ с периодом $2d$, где $d \gg \Delta$ (d — расстояние между соседними ДГ, Δ — толщина ДГ), которая равномерно движется со скоростью $V_D \parallel y \parallel [010]$. Значение скорости V_D считаем со знаком «+», если решетка движется сонаправленно оси y . Чтобы исключить заметную структурную чувствительность ДГ к режиму движения в связи с возникновением не только

спонтанной поляризации, но и спонтанной деформации в доменах [9,10], ограничимся скоростями ДГ, не очень близкими к звуковому пределу c_{t0} — скорости сдвиговых волн в монокристалле. Примем также, что сегнетоэлектрик находится вдали от фазового перехода. Тогда движение доменных стенок можно полагать заданным ($V_D = \text{const}$) с текущими координатами $y_n = V_D t + nd$, где t — время, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, а сами ДГ считать геометрически тонкими и бесструктурными ($k\Delta \ll 1$, k — волновое число ЭВ).

Указанные выше условия, как известно [9], оправданы для ДГ в сегнетоэлектриках типа BaTiO₃ во всем диапазоне ультразвуковых частот. Традиционно [11,12] сегнетоэлектрик можно при этом рассматривать как пьезокристалл, двойниющийся периодически по плоскостям $y = y_n$. Антипараллельность поляризации в соседних доменах выразится изменением знака ненулевого пьезомодуля

$$e^{(j)} = (-1)^{j+1} e_{15}, \quad e_{15} > 0, \quad (5)$$

где $j = 1$ при $(n-1)d + V_D t < y < nd + V_D t$, $j = 2$ при $nd + V_D t < y < (n+1)d + V_D t$, $n = 0, \pm 2, \pm 4, \dots$. В остальном различия между доменами отсутствуют.

Далее условимся, что собственные электрозвуковые волны с волновым вектором $k' = (k' \sin \theta', k' \cos \theta', 0)$, сонаправленным оси y , распространяются в плоскости xOy под углом θ' к нормали плоскости 180° ДГ (рис. 1). Собственные электрозвуковые волны с волновым вектором $k'' = (k'' \sin \theta'', k'' \cos \theta'', 0)$, антинправленным оси y , распространяются в плоскости xOy под углом θ'' к нормали плоскости ДГ.

Для данной симметрии кристалла и выбранной нами геометрии распространения акустических волн перпендикулярно оси симметрии кристалла высшего порядка, т.е. перпендикулярно оси z , уравнения (3), (4) распадаются на две независимые системы уравнений, описывающие две не взаимодействующие между собой волны соответственно горизонтальной и вертикальной поляризации. Упругие смещения в волнах вертикальной поляризации не сопровождаются возникновением электрического поля, и кристалл ведет себя по отношению к этому типу волн как обычная упругая среда без пьезоэффекта. Волны горизонтальной поляризации, которые мы рассматриваем в этой работе, пьезоактивны, т.е. сопровождаются электрическим полем. Система уравнений для этих волн в соседних доменах номеров $j = 1, 2$, к которым по циклическим условиям Блоха сводится сверхрешетка, имеет вид

$$\rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} = c_{44} \nabla^2 u_j \pm e_{1.5} \nabla^2 \varphi_j, \quad (6)$$

$$4\pi e_{1.5} \nabla^2 u_j = \varepsilon_1 \nabla^2 \varphi_j,$$

где $\nabla^2 = (\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2)$ — оператор Лапласа; знак «+» перед ненулевым пьезомодулем e_{15} согласно (5) для $j = 1$, знак «-» для $j = 2$.

Вследствие фазового сопряжения полей на движущихся ДГ [13] связь между волновыми характеристиками волн горизонтальной поляризации и противоположной направленности распространения определяется соотношениями [7]

$$\cos \theta' = \frac{\cos \theta''(1 + V_D^2/v^2) + 2V_D/v}{1 + 2(V_D/v) \cos \theta'' + V_D^2/v^2},$$

$$k'_y = -k''_y + \frac{2k''_y + 2(V_D/v)k''}{1 - V_D^2/v^2}, \quad (7)$$

где v — фазовая скорость ЭВ. В отсутствие движения решетки ($V_D = 0$) волновые характеристики собственных волн противоположной направленности, естественно, совпадают: $\theta = \theta'' = \theta'$, $k_y = k''_y = k'_y$. Для того чтобы ЭВ с волновым вектором k' „успевала“ взаимодействовать с удаляющейся от нее ДГ, необходимо ввести, согласно [7], ограничение на угол распространения θ' : $\theta' < \theta^{**}$. Критический угол $\theta^{**} = \arccos(-V_D/v)$ определяет момент установления равенства проекции фазовой скорости ЭВ на направление движения ДГ со скоростью перемещения последней. При $\theta' > \theta^{**}$ ДГ опережает по направлению ее перемещения движение фазового фронта волны, что делает задачу физически бессодержательной. Ограничиваясь квазистатическим приближением, будем полагать, что длина ЭВ много меньше характерного размера кристалла. В таких условиях граничные эффекты на внешних границах сегнетоэлектрика и его форма не влияют существенно на поведение волн и могут не учитываться.

Для окончательного построения решения перейдем от лабораторной системы отсчета к системе покоя ДГ $x_0y_0z_0$. Поскольку $V_D \ll c$ (c — скорость света), связь координат выразим с помощью преобразования Галилея

$$\tilde{x} = x, \quad \tilde{y} = y - V_D t, \quad \tilde{t} = t. \quad (8)$$

Соответственно возможна замена дифференциальных операторов по схеме

$$\frac{\partial}{\partial y} \leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \tilde{y}}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \tilde{x}}, \quad \frac{\partial}{\partial t} \leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} - V_D \frac{\partial}{\partial \tilde{y}}. \quad (9)$$

Уравнения (6), согласно (8), (9), после некоторых преобразований запишутся в виде

$$\left[\frac{1}{c_{44}^2} \left(\frac{\partial}{\partial \tilde{t}} - V_D \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \right)^2 - \tilde{\nabla}^2 \right] u_j = 0, \quad \tilde{\nabla}^2 \Phi_j = 0. \quad (10)$$

Здесь $\tilde{\nabla}^2 = \partial^2/\partial \tilde{x}^2 + \partial^2/\partial \tilde{y}^2$; u_j — величина сдвиговых смещений в доменах; Φ_j — части электропотенциалов

$$\varphi_j = -\frac{4\pi e^{(j)}}{\varepsilon_1} u_j + \Phi_j, \quad (11)$$

представляющие статические поля в домене, индуцируемые с границ $\tilde{y}_n = y_n - V_D t$ пьезополяризационными

зарядами; ε_1 — ненулевой элемент тензора диэлектрической проницаемости.

3. Вывод дисперсионного уравнения

Пусть домены с номерами 1 и 2 расположены между ДГ с координатами $\tilde{y} = 0, d, 2d$ (рис. 1). Решения уравнений (10) ищем в первом домене в следующем виде:

$$u_1(\tilde{y}) = (A_1 \exp(ik''_y \tilde{y}) + A_2 \exp(-ik''_y \tilde{y})) \times \exp(i(k_x \tilde{x} - \Omega \tilde{t})),$$

$$\Phi_1(\tilde{y}) = (C_1 \exp(k_x \tilde{y}) + C_2 \exp(-k_x \tilde{y})) \times \exp(i(k_x \tilde{x} - \Omega \tilde{t})). \quad (12)$$

В области второго домена

$$u_2(\tilde{y}) = (B_1 \exp(ik''_y \tilde{y}) + B_2 \exp(-ik''_y \tilde{y})) \times \exp(i(k_x \tilde{x} - \Omega \tilde{t})),$$

$$\Phi_2(\tilde{y}) = (D_1 \exp(k_x \tilde{y}) + D_2 \exp(-k_x \tilde{y})) \times \exp(i(k_x \tilde{x} - \Omega \tilde{t})). \quad (13)$$

Чтобы сшить поля доменов в системе покоя ДГ по границе $\tilde{y} = d$ в нерелятивистском квазистатическом приближении, применим стандартные требования [12] непрерывности сдвиговых смещений, потенциалов (11), сдвиговых компонент тензора напряжений

$$T_{yz}^{(j)} = c_{44} \frac{\partial u_j}{\partial \tilde{y}} - e^{(j)} \frac{\partial \Phi_j}{\partial \tilde{y}}, \quad (14)$$

а также величин y -компонент электрических индукций

$$D_y^{(j)} = \varepsilon_1 \frac{\partial \Phi_j}{\partial \tilde{y}} - 4\pi e^{(j)} \frac{\partial u_j}{\partial \tilde{y}}. \quad (15)$$

Поэтому, принимая во внимание (11), (14), (15), запишем в итоге

$$\varphi_1(\tilde{y}) = \varphi_2(\tilde{y}), \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial \tilde{y}} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial \tilde{y}}, \quad u_1 = u_2,$$

$$c_{44}^* \frac{\partial u_1}{\partial \tilde{y}} + e_{15} \frac{\partial \Phi_1}{\partial \tilde{y}} = c_{44}^* \frac{\partial u_2}{\partial \tilde{y}} - e_{15} \frac{\partial \Phi_2}{\partial \tilde{y}}, \quad (16)$$

где $c_{44}^* = c_{44} + 4\pi e_{15}^2/\varepsilon_1$.

Далее, следуя стандартной методике [13], находим матрицу перехода на периоде структуры. Эта матрица получается перемножением матриц перехода одного слоя структуры

$$M = M_1 M_2.$$

Матрицы $M_1 = M_1(d)$ и $M_2 = M_2(d)$ связывают поля в начале и конце слоя и имеют следующий вид:

$$M_j(d) = \begin{pmatrix} \frac{m}{\det} & -\frac{m_1}{c_{44}^*(k_y''+k_y') \det} & 0 & \frac{e_j m_1}{c_{44}^*(k_y''+k_y') \det} \\ \frac{c_{44}^* k_y'' k_y'}{(k_y''+k_y') \det} m_1 + K^2 \mu^* k_x \operatorname{sh}(k_x d) & \frac{m}{\det} & -e_j \operatorname{sh}(k_x d) & e_j \left(-m/\det + \operatorname{ch}(k_x d) \right) \\ \frac{c_{44}^* K^2}{e_j} (m/\det - \operatorname{ch}(k_x d)) & \frac{-K^2 m_1}{e_j (k_y''+k_y') \det} & \operatorname{ch}(k_x d) & \frac{-K^2 m_1}{e_j (k_y''+k_y') \det} - \frac{\operatorname{sh}(k_x d)}{k_x} \\ \frac{c_{44}^* K^2 k_x \operatorname{sh}(k_x d)}{e_j} & 0 & -k_x \operatorname{sh}(k_x d) & \operatorname{ch}(k_x d) \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Здесь $\det = m^2 + (k_y'' k_y' m_1^2)/(k_y'' + k_y')^2$ — детерминант исходной матрицы, равный для статичной решетки единице, $K^2 = 4\pi e_{15}^2/\varepsilon_1 c_{44}^*$ — квадрат коэффициента электромеханической связи кристалла для сдвиговых волн, распространяющихся в базисной плоскости (001). Для сокращения записи в (17) обозначено

$$m = 2 \frac{(k_y'' k_y')^{1/2}}{(k_y'' + k_y')} \cos \left[\frac{(k_y'' + k_y') d}{2} + i \ln \left(\frac{k_y''}{k_y'} \right)^{1/2} \right] \\ \times \exp \left[i \frac{(k_y' - k_y'') d}{2} \right], \\ m_1 = 2 \sin \left[\frac{(k_y'' + k_y') d}{2} \right] \exp \left[i \frac{(k_y' - k_y'') d}{2} \right].$$

Эти выражения, в частности, показывают, что при $V_D = 0$ в соответствии с (2) $m = \cos(k_y d)$, $m_1 = 2 \sin(k_y d)$. Составляющие матрицы M даже для случая статичной сверхрешетки имеют громоздкий вид и поэтому здесь не приводятся.

Для того чтобы получить дисперсионное уравнение для безграничной структуры, необходимо определить собственные числа $\lambda = \exp(2ikd)$ матрицы M , т.е. найти и приравнять к нулю следующий определитель:

$$\det [M - \lambda E] = 0,$$

где E — единичная матрица размером 4×4 , κ — блоховский вектор, являющийся усредненным по периоду структуры поперечным волновым числом. После соответствующих преобразований получим дисперсионное уравнение ЭВ в движущейся сверхрешетке

$$\lambda^4 + \lambda^3 \left[\frac{-2m^2}{\det^2} + \frac{2}{\det^2} \frac{k_y'' k_y' m_1^2}{(k_y'' + k_y')^2} - 2 \operatorname{ch}(2k_x d) + \frac{8K^2 k_x m_1 \operatorname{sh}(k_x d)}{\det(k_y'' + k_y')} \right] \\ + \lambda^2 \left[2 + \frac{8K^4 k_x^2 m_1^2}{\det^2 (k_y'' + k_y')^2} (\operatorname{ch}(2k_x d) - 1) + \frac{4 \operatorname{ch}(2k_x d)}{\det^2} \right] \\ \times \left(m^2 - \frac{k_y'' k_y' m_1^2}{(k_y'' + k_y')^2} \right) + \frac{8k_x K^2 m_1 \operatorname{sh}(k_x d)}{(k_y'' + k_y')} \left(\frac{1 + \det}{\det^2} \right) \\ - \frac{16K^2 k_x m m_1 \operatorname{sh}(2k_x d)}{\det^2 (k_y'' + k_y')} \left] + \lambda \left[\frac{-2m^2}{\det^2} + \frac{2}{\det^2} \frac{k_y'' k_y' m_1^2}{(k_y'' + k_y')^2} \right] \\ - \frac{2 \operatorname{ch}(2k_x d)}{\det^2} + \frac{8K^2 k_x m_1 \operatorname{sh}(k_x d)}{\det^2 (k_y'' + k_y')} \right] + \frac{1}{\det^2} = 0. \quad (18)$$

Для случая статичной решетки оно имеет наиболее простой вид

$$\lambda^4 - (Sp_1 + Sp_2) \lambda^3 + (2 + Sp_1 Sp_2 + Un) \lambda^2 \\ - (Sp_1 + Sp_2) \lambda + 1 = 0, \quad (19)$$

где обозначено

$$Sp_1 = 2 \cos(2k_y d) - 4 \frac{k_x}{k_y} K^2 \sin(k_y d) \operatorname{sh}(k_x d),$$

$$Sp_2 = 2 \operatorname{ch}(2k_y d) - 4 \frac{k_x}{k_y} K^2 \sin(k_y d) \operatorname{sh}(k_x d),$$

$$Un = 16K^2 \frac{k_x}{k_y} \sin(k_y d) \operatorname{sh}(k_x d) (\cos(k_y d) - \operatorname{ch}(k_x d))^2.$$

В случае равенства нулю слагаемого Un в коэффициенте перед λ^2 уравнение (19) представится в виде произведения двух сомножителей: $(\lambda^2 - Sp_1 \lambda + 1) \times (\lambda^2 - Sp_2 \lambda + 1) = 0$, что тождественно равенствам

$$\cos(2\kappa_1 d) = \cos(2k_y d), \quad \cos(2\kappa_2 d) = \operatorname{ch}(2k_x d). \quad (20)$$

Для рассматриваемой физической системы такая факторизация означает отсутствие взаимодействия акустических и электрических колебаний. В нашем случае такая ситуация возможна, если коэффициент электромеханической связи кристалла для сдвиговых волн равен нулю ($K = 0$, отсутствует пьезосвязь) или если мы рассматриваем нормальное распространение ($k_x = 0$) ЭВ, когда акустодоменного взаимодействия не происходит из-за отсутствия возбуждения в доменах приграничных статических полей $\Phi_j = 0$ [6].

При $k_x = 0$ или $K = 0$ первое равенство (20) переходит в тождество, а из второго следует, что блоховское число либо чисто мнимое ($K = 0$), т.е. решения не существует из-за образования сплошной запрещенной зоны, либо ($k_x = 0$) равно $2\pi n/(2d)$, где n — целое число. Во втором варианте решения ($k_x = 0$) для удовлетворения граничных условий необходимо положить $A_1 = 0$, $B_1 = 0$, $A_2 = 0$, $B_2 = 0$, т.е. все поля должны быть равны тождественно нулю. Поэтому решение вырождено и также должно быть отброшено. Исключая оба варианта ($k_x = 0$, $K = 0$) как не допускающие акустодоменное взаимодействие, условимся, что для статичной сверхрешетки уравнение (19) описывает всегда связанные электровзвукковые колебания.

4. Решение и анализ дисперсионного уравнения

Решение уравнения (19) можно представить аналитически в виде

$$\lambda_{1,2} = \frac{y_1 \pm \sqrt{y_1^2 - 4}}{2},$$

$$y_1 = \frac{(Sp_1 + Sp_2)}{2} + \sqrt{\frac{(Sp_1 + Sp_2)^2 - 4Un}{4}},$$

$$\lambda_{3,4} = \frac{y_2 \pm \sqrt{y_2^2 - 4}}{2},$$

$$y_2 = \frac{(Sp_1 + Sp_2)}{2} - \sqrt{\frac{(Sp_1 + Sp_2)^2 - 4Un}{4}}.$$

Результаты численного решения (21) и уравнения (18) представлены на рис. 2, *a* и *b*. Расчеты для этого и последующих рисунков выполнены для кристалла со следующими параметрами: плотность кристалла $\rho = 5 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, $K^2 = 0.1$, скорость поперечных волн в отсутствие поляризуемого поля $c_{t0} = (c_{44}/\rho)^{1/2} = 2 \cdot 10^5 \text{ см/с}$, $\epsilon_{15} \approx 3 \cdot 10^6 \text{ г/см} \cdot \text{с}$. На рис. 2, *a* представлены действительные части, а на рис. 2, *b* — мнимые части корней дисперсионного уравнения для статичной (штриховые кривые) и движущейся (сплошные кривые) сверхрешетки для угла распространения $\theta = \pi/3$ и положительного направления движения решетки $V_D > 0$. Корни $\lambda_{1,2} = \exp(2i\kappa_{1,2}d)$ в (16) (кривые 1, 2 на рис. 2, *a*) являются чисто действительными. Это означает, что блоховские волновые числа $\kappa_{1,2}$ чисто мнимые для любого волнового числа k и соответствуют модам, которые запрещены для данной периодической структуры. Причем ход кривых 1, 2 для выбранной скорости решетки при учете движения практически не меняет своего вида. Корни $\lambda_{3,4} = \exp(2i\kappa_{3,4}d)$ (кривые 3, 4 на рис. 2, *a*) описывают распространяющиеся волны. В дальнейшем будем рассматривать только спектральные свойства распространяющихся собственных мод сверхрешетки.

Из рис. 2, *a* видно, что действительная часть корней 3, 4 в случае статичной решетки определяется косинусом угла, в аргумент которого входит блоховское число. Мнимая часть этих корней есть синус указанного аргумента. Причем из сравнения рис. 2, *a* и *b* можно сделать вывод, что кривые 3, 4 описывают волны, распространяющиеся в противоположных направлениях. Спектральные характеристики мод статичной сверхрешетки, распространяющихся в противоположных направлениях, различаются лишь знаком блоховского волнового числа. Положительное (отрицательное) блоховское волновое число отвечает волнам, распространяющимся в положительном (отрицательном) направлении оси \bar{y} .

Как показали расчеты, для больших углов отклонения направления распространения волны от нормали к плоскости ДГ увеличивается ширина петлеобразного участка (рис. 2, *a*) зависимости действительной части

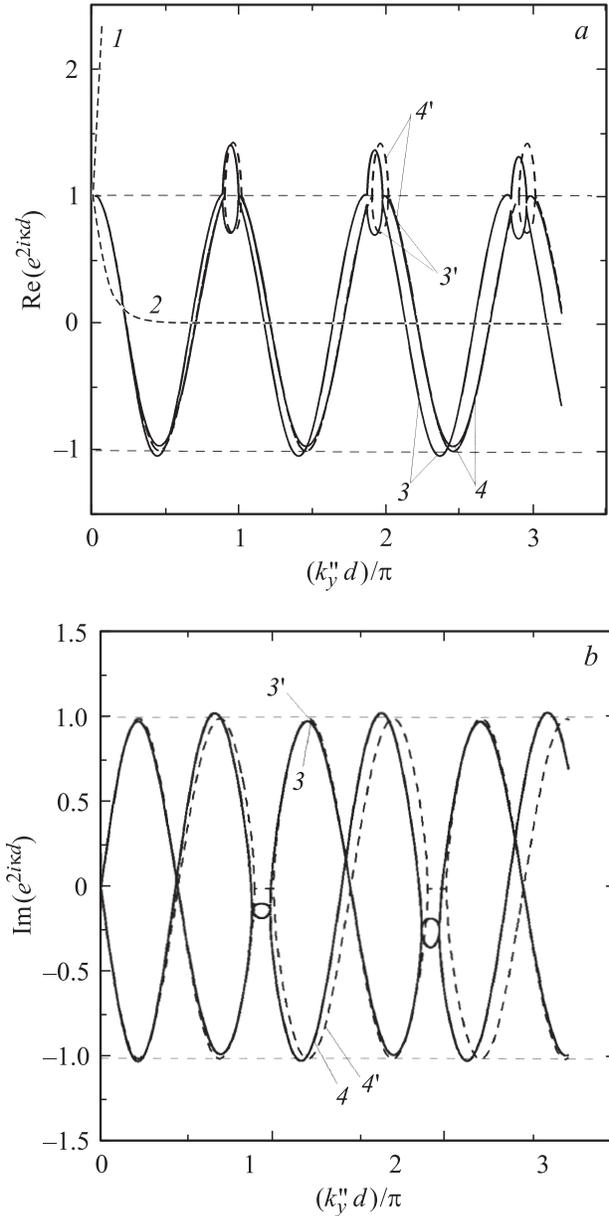


Рис. 2. *a*) Зависимость действительной части корней λ_1 (1), λ_2 (2), λ_3 (3, 3'), λ_4 (4, 4') от $(k_y'' d)/\pi$ при различных значениях V_D . V_D : 1, 2, 3', 4' — 0, 3, 4 — 0.01 v. Кривые 3' и 4' совпадают, кроме области петлеобразных участков. *b*) Зависимость мнимой части корней λ_3 (3, 3'), λ_4 (4, 4') от $(k_y'' d)/\pi$ при различных значениях V_D . V_D : 3, 4 — 0.01 v, 3', 4' — 0.

корня. Согласно рис. 2, *b*, для этой части спектра мнимая часть корня в случае штриховых кривых отсутствует. В этом случае блоховское волновое число, представляющее усредненную по периоду решетки постоянную распространения, является чисто мнимым числом, и распространение волны запрещено, т.е. этот участок является запрещенной зоной.

Возникновение этих зон очевидно. Как видно из рис. 2, в зоне пропускания блоховский вектор меняется так, что на кривых зоны укладывается целое число полувольт

собственного колебания. Это означает, что на каждой границе прямая волна и волна, отраженная от края, отстоящего на период структуры, оказываются в фазе. В запрещенных зонах прямая и отраженная волны противофазны и гасят друг друга. Причем с ростом угла θ'' увеличивается одновременно ширина запрещенных и разрешенных зон и уменьшается их число в общем для всех графиков диапазоне волновых векторов.

Из рис. 2, *a, b* также видно, что движение ДГ приводит к доплеровскому сдвигу частоты собственных волн, который снимает вырождение корней дисперсионного уравнения.¹ Это приводит к тому, что действительные части корней λ_3, λ_4 ЭВ противоположного направления распространения не равны друг другу и на рис. 2 им соответствуют различные кривые. Кривая 4 соответствует волне, распространяющейся противоположно оси \tilde{y} , кривая 3 — волне, сонаправленной оси \tilde{y} . Причем, согласно рис. 2, *a, b*, при $V_D > 0$ запрещенные зоны смещаются в длинноволновую область. При этом, как было установлено, при $V_D < 0$ запрещенные зоны смещаются симметрично в коротковолновую область относительно запрещенной зоны спектра при $V_D = 0$. Для больших отношений $(\kappa_{3,4}d)/\pi$ кривые 3, 4 сильнее расходятся друг от друга. Это означает, что чем больше номер моды колебаний, тем больше влияние движения на спектр ЭВ, что соответствует аналогичному результату работы [14]. В участках спектра на рис. 2, *a* и *b* для $V_D \neq 0$, совпадающих с запрещенной зоной спектра статичной сверхрешетки, также образуется запрещенная зона, но при этом, как видно из рис. 2, *b*, она смещается в коротковолновую (длинноволновую) область спектра, блоховское волновое число уже не является чисто мнимым. Поэтому амплитуда собственных волн в этих запрещенных зонах движущейся сверхрешетки будет иметь осциллирующий множитель. Кроме того, при $V_D \neq 0$ в тех участках спектра, где действительные и мнимые части корней дисперсионного уравнения больше единицы, появляются новые запрещенные зоны. Это обстоятельство связано с тем, что движение решетки вносит дополнительную разность фаз между волнами противоположного распространения.

Кроме того, из проведенного расчета следует, что блоховское волновое число в пределах первой разрешенной зоны спектров на рис. 2 приблизительно равно k_y'' в случае малых углов θ'' , а для больших углов возможно значительное отклонение κ от k_y'' . Так, например, для $\theta = 80^\circ$ усредненная по периоду сверхрешетки постоянная распространения κ приблизительно в 2 раза больше, чем k_y'' , что указывает на значительное влияние сверхрешетки на спектр объемных электрорезонансных волн. Учет движения приводит к тому, что волны противоположного направления распространения имеют разные блоховские волновые числа и, следовательно, различаются скоростями распространения и профилями полей,

¹ То же самое происходит и со спектром магнитоэлектростатических волн при учете движения сверхрешетки ДГ [14].

характеризующих ЭВ. Таким образом, при движении ПДС имеет место невзаимность распространения ЭВ, которая требует численных оценок.

5. Расчет профилей смещения, фазовых скоростей ЭВ

Для расчета профилей смещения ЭВ воспользуемся условием периодичности [13], т.е. тем, что поля на границах с координатами $\tilde{y} = 0, \tilde{y} = 2d$ могут отличаться только на фазовый множитель

$$u(0) = u(2d) \exp(2ikd), \quad \Phi(0) = \Phi(2d) \exp(2ikd). \quad (22)$$

Соотношение (22) носит название теоремы Флоке. После подстановки выражений для полей (12), (13) в граничные условия (16) при $\tilde{y} = 0, d$ получаем систему из восьми однородных алгебраических уравнений относительно амплитуд $A_{1,2}, B_{1,2}, C_{1,2}, D_{1,2}$. Затем, отбирая любые семь из восьми уравнений системы, принимая, например, амплитуду A_1 за единицу, можем выразить через нее все остальные амплитуды. Далее, подставляя полученные выражения в (12), (13), с учетом решений уравнения (18) находим искомые профили полей в пределах периода решетки $0 < \tilde{y} < 2d$.

На рис. 3, *a* и *b* представлены действительные и мнимые части сдвигового смещения волны в кристалле со статичной (штриховые кривые) и движущейся (сплошные кривые) сверхрешеткой для положительного направления движения решетки $V_D > 0$. Рис. 3 соответствует волновому вектору, попадающему в разрешенную зону спектра ЭВ на рис. 2. Видно, что действительная часть смещения соответствует симметричной моде, а мнимая часть — антисимметричной моде. Заметим, что представленный набор профилей мод является универсальным для выбранного значения k'' и для суммы пространственных гармоник решетки:

$$u(\tilde{y}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_n \exp \left[i \left(\kappa + \frac{2\pi n}{d} \right) \tilde{y} \right]. \quad (23)$$

Это очевидно, так как, согласно (23), в периодической структуре физически неэквивалентные состояния отвечают только значениям κ , лежащим в пределах $-\pi/d < \kappa < \pi/d$.

Из рис. 3 видно, что если в случае статической амплитуды волн противоположного направления распространения совпадают, то при учете движения они существенно различаются. Так, амплитуда волны, сонаправленной оси \tilde{y} (кривая 3), приблизительно в 2 раза меньше, чем амплитуда волны противоположного распространения (кривая 4). При этом проявляется расфазировка этих волн, вызванная движением решетки.

Если каждая гармоника в (23) характеризуется одним и тем же профилем смещения, то фазовые скорости они

имеют разные [13]

$$|v''_{fn}| = \omega'' [(\kappa_4 + 2\pi n/d)^2 + k_x^2]^{-1/2},$$

$$|v'_{fn}| = \omega' [(\kappa_3 + 2\pi n/d)^2 + k_x^2]^{-1/2}, \quad (24)$$

где $|v'_{fn}|$, $|v''_{fn}|$ — модули фазовых скоростей волн с распространением, противоположным и сонаправленным движению ПДС соответственно. В случае статичной решетки $|v''_{fn}| = |v'_{fn}|$. Из (24) следует, что для n -й гармоники фазовая скорость может быть сколь угодно малой. Для определенности фазовую скорость блохов-

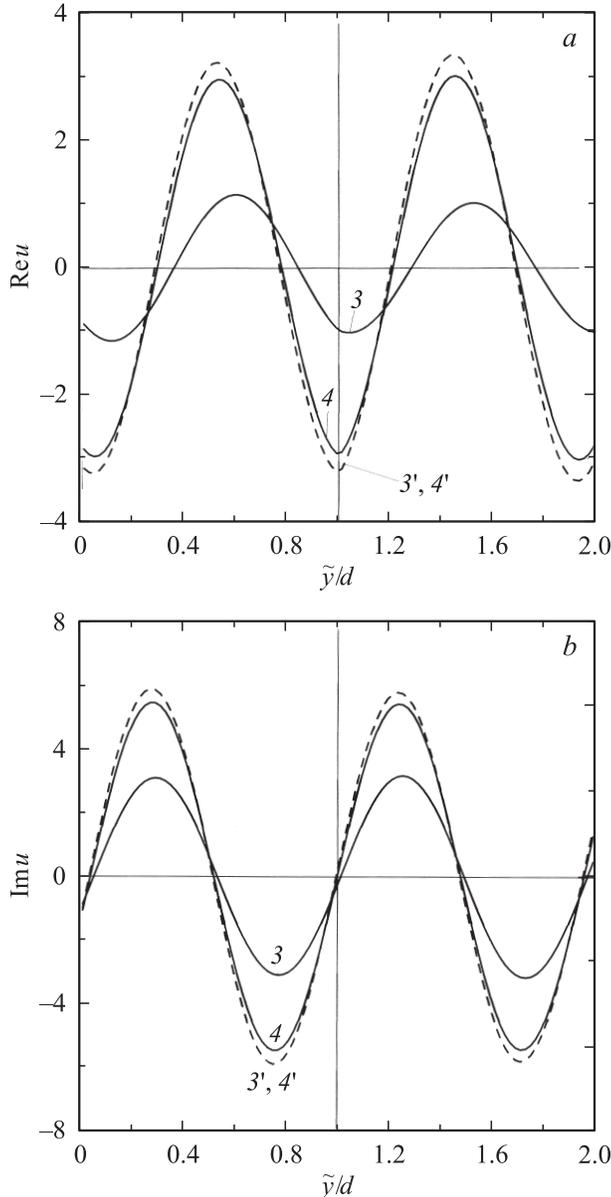


Рис. 3. Профиль амплитуды сдвигового смещения для волнового вектора $k = 131\,300\text{ см}^{-1}$, соответствующего разрешенной зоне, и $\theta'' = 60^\circ$. Кривые 3, 3' и 4, 4' соответствуют корням λ_3, λ_4 и различным значениям V_D : 3, 4 — 0.01 v, 3', 4' — 0. Для всех значений \tilde{y}/d кривые 3' и 4' совпадают. а — действительная часть, б — мнимая часть.

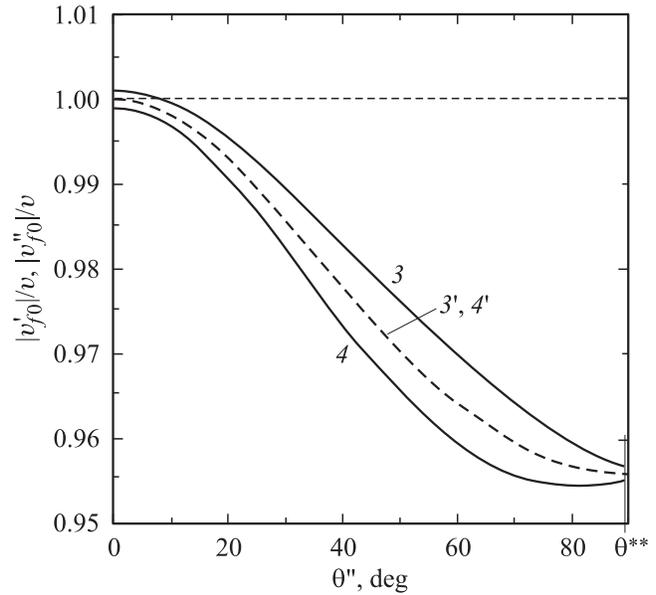


Рис. 4. Зависимость фазовых скоростей ЭВ от угла распространения θ'' . Кривые 3, 3' и 4, 4' соответствуют корням λ_3, λ_4 и различным значениям V_D : 3, 4 — 0.01 v, 3', 4' — 0. Кривые 3' и 4' совпадают.

ской волны зададим следующим образом: $|v'_f| = |v''_{f0}|$, $|v'_f| = |v'_{f0}|$. Рассчитанные таким образом зависимости фазовых скоростей блоховских волн от угла распространения θ'' и $V_D > 0$ изображены на рис. 4. Предельные углы $\theta'' = 0, 90^\circ$ мы исключим из рассмотрения, так как в случае $\theta'' = 0^\circ$ отсутствует акустодомненное взаимодействие, а в случае $\theta'' = 90^\circ$, согласно (12), (13), получаем однородное поле вдоль решетки. Кроме того, для движущейся ПДС необходимо учесть ограничение $\theta' < \theta^{**}$ на прекращение акустодомненного взаимодействия, автоматически обеспечивающее выполнение условия $\theta'' \neq 90^\circ$. Из рис. 4 видно, что наибольшее отличие в фазовых скоростях $|v'_{fn}|$ и $|v''_{fn}|$ приходится на интервал $60 < \theta < 70^\circ$ и составляет приблизительно 2%.

6. Заключение

Методом матрицы перехода было получено дисперсионное уравнение для ЭВ горизонтальной поляризации в сегнетоэлектрике в присутствии равномерно движущейся ПДС. Из четырех корней дисперсионного уравнения как в случае статичной ПДС, так и в случае движущейся ПДС только два соответствуют распространяющимся блоховским волнам противоположного направления распространения. Движение ДГ вызывает доплеровский сдвиг частоты собственных распространяющихся мод, который снимает вырождение корней дисперсионного уравнения. Это обстоятельство приводит к тому, что волны противоположного направления распространения имеют разные блоховские волновые числа и при этом

различаются скоростями распространения и профилями полей, характеризующих ЭВ. Таким образом, из-за движения сверхрешетки ДГ распространение ЭВ в сверхрешетке приобретает невзаимный характер, что ощутимо даже при малых скоростях ДГ.

Список литературы

- [1] А.В. Голенищев-Кутузов, В.А. Голенищев-Кутузов, Р.И. Каллимуллин. Индуцированные доменные структуры в электро- и магнитоупорядоченных веществах. Физматлит, М. (2003). 136 с.
- [2] Li Xingjiao, Li Yibing, Lei Yiwu, L.E. Cross. *J. App. Phys.* **70**, 3209 (1991).
- [3] В.Н. Любимов, Д.Г. Санников. *Кристаллография* **24** (1979).
- [4] N.L. Batanova, A.V. Golenishchev-Kutuzov. *J. Acoust. Phys.* **43**, 468 (1997).
- [5] A. Nougouoi, B. Djafari Rouhani. *Surf. Sci.* **185**, 154 (1987).
- [6] L. Fernandez, V.R. Velasco, F. Garcia-Moliner. *Europhys. Lett.* **3**, 723 (1987).
- [7] Н.С. Шевяхов. *Акуст. журн.* **36**, 160 (1990).
- [8] О.Ю. Ельмешкин, Н.С. Шевяхов. *ЖТФ* **71**, 35 (2001).
- [9] А.С. Соснин, Б.А. Струков. Введение в сегнетоэлектричество. Высш. шк., М. (1970). 271 с.
- [10] Л.А. Ванштейн. *Электромагнитные волны.* Наука, М. (1988). 440 с.
- [11] C. Maerfield, P. Tournois. *Appl. Phys. Lett.* **19**, 117 (1971).
- [12] В.А. Auld. *Acoustic field and waves in solids.* N.Y. (1973). V. 2. 414 p.
- [13] Ф.Г. Басс, А.А. Булгаков, А.П. Тетервов. *Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками.* Наука, М. (1989). 288 с.
- [14] Е.А. Вилков. *ФТТ* **48**, 1657 (2006).