

01:07:09  
 ©1995 г.

## ЭШЕЛЕТТ ДЛЯ ВОЛН Е-ПОЛЯРИЗАЦИИ: СТУПЕНЧАТЫЕ ПОВЕРХНОСТИ С ПРЯМОУГОЛЬНОЙ КАНАВКОЙ НА СТУПЕНЬКЕ

*E. P. Koposova*

Институт прикладной физики РАН,  
 603600, Нижний Новгород, Россия  
 (Поступило в Редакцию 1 декабря 1993 г.  
 В окончательной редакции 7 июля 1994 г.)

В конструкциях резонаторов различных приборов для повышения селективных свойств [1–4] используются эшелетты — отражательные дифракционные решетки, на одной частоте эффективно (с коэффициентом, близким к единице) отражающие падающую волну обратно. При отстройке от этой частоты отражение происходит со смещением по углу и коэффициент отражения резко падает.

В отличие от оптического и близких к нему диапазонов, где выбор профиля решетки ограничен и конечная проводимость оказывает заметное влияние [5], в области СВЧ металл можно считать идеально проводящим, а класс профилей решетки может быть существенно расширен.

Простейшим примером решетки с такими свойствами является известный ступенчатый эшелетт [1], грани ступеней которого перпендикулярны вектору падения волны, а по другой грани ступеньки укладываются целое число полуволн. При падении на такую структуру *H*-поляризованной волны (с вектором магнитного поля *H* вдоль штрихов решетки и вектором электрического поля *E*, перпендикулярным штрихам) энергия полностью отражается в антизеркальном направлении. Физическая природа эффекта полного антизеркального отражения (ПАО) в этом случае совершенно прозрачна, так как стоячая волна точно удовлетворяет граничному условию  $E_r = 0$  на поверхности рассматриваемого эшелетта. Эшелетт со ступенчатым профилем гофра является также наиболее удобным в использовании, так как позволяет наиболее легко контролировать размеры при техническом изготовлении.

Однако рассмотренный простейший профиль может быть использован в качестве эшелетта только для *H*-поляризованных волн. Для

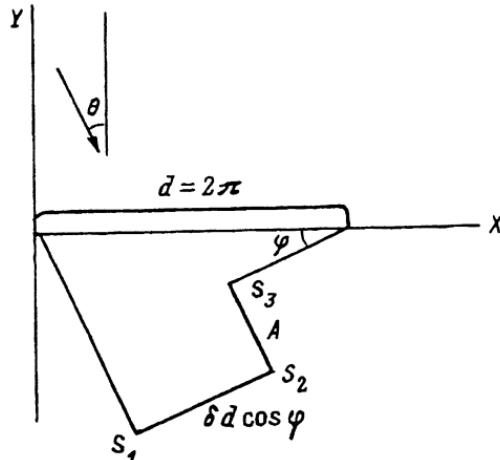


Рис. 1.

волны  $E$ -поляризации он не годится. Режим антизеркального отражения в этом случае отсутствует, а коэффициент отражения волны в антизеркальном направлении существенно меньше единицы.

Численные исследования, проведенные на основе строгого решения задачи о дифракции плоской волны на идеально проводящей периодически гофрированной поверхности [6,7], показывают, что режимы полного антизеркального отражения имеются у отражательных решеток практически с любым достаточно глубоким профилем гофра [7,8] как для  $H$ -, так и для  $E$ -поляризованных волн.

Чтобы сделать глубину гофра достаточной для полного антизеркального отражения волны с поляризацией  $E$  вдоль штрихов решетки, сохраняя нормальное положение ступеней по отношению к направлению падения волны, расположим на ступеньках классического эшелетта на волны  $H$ -поляризации дополнительные прямоугольные канавки (рис. 1).

Исследуем свойства отражательных решеток с таким профилем гофра на основании численного решения интегрального уравнения [7,9]. Пусть плоская волна под произвольным углом  $\theta$  падает на идеально проводящую периодически гофрированную с периодом  $d = 2\pi$  в направлении  $X$  поверхность профиля рис. 1, однородную в направлении  $Z$ . Поскольку рассматриваемый профиль гофра является неоднозначной функцией  $y = f(x)$ , то будем описывать его в параметрическом виде  $x = x(s)$ ,  $Y = y(s)$ , полагая глубину канавки  $A$  и угол наклона  $\varphi$ .

$$\begin{aligned} s < s_1 \quad & x = s \sin \varphi, & y = -s \cos \varphi, \\ s_1 < s < s_2 \quad & x = (s - s_1) \cos \varphi + x_1, & y = (s - s_1) \sin \varphi + y_1, \\ s_2 < s < s_3 \quad & x = -(s - s_2) \sin \varphi + x_2, & y = (s - s_2) \cos \varphi + y_2, \\ s_3 < s \quad & x = (s - s_3) \cos \varphi + x_3, & y = (s - s_3) \sin \varphi + y_3, \end{aligned}$$

где

$$s_1 = d \sin \varphi + A, \quad s_2 = s_1 + \delta d \cos \varphi, \quad s_3 = s_2 + A,$$

Период по переменной  $s$  соответствует  $l = d(\cos \varphi + \sin \varphi) + 2A$ .

Применение метода интегрального уравнения для решения задач о дифракции плоской волны на гофрированных поверхностях с профилями, описываемыми неоднозначными функциями, аналогично применению его в случае однозначных профилей, но в качестве рабочей переменной вместо  $x$  берется  $s$ . Такой переход возможен ввиду того, что все функции, периодичные по  $x$ , являются периодичными и по  $s$ . Ограничимся рассмотрением волн с поляризацией вектора электрического поля  $E$  вдоль штрихов решетки. Составляющую полного электрического поля  $E_z$  представим как скалярную функцию  $\psi(x, y)$ . В соответствии с принципом Гюйгенса полное поле  $\psi(x, y)$  вне металла определяется согласно теореме Грина и формуле Кирхгофа [10] в виде

$$\begin{aligned} \psi(x, y) = \psi_1(x, y) + \int ds' \left\{ G(x - x', y - y') \frac{\partial}{\partial n'} \psi(x', y') - \right. \\ \left. - \psi(x', y') \frac{\partial}{\partial n'} G(x - x', y - y') \right\}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x' = x'(s')$ ,  $y' = y'(s')$ , через  $\psi_i \exp(ik_x x - ik_y y)$  обозначено поле падающей волны,  $ds'$  представляет собой элемент дуги профиля поверхности.

Интегрирование производится по периоду структуры.

Двумерная функция Грина

$$G(x - x', y - y') = \frac{1}{2id} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_{ny}} \exp(ik_{xn}(x - x') + ik_{yn}|y - y'|) \quad (2)$$

соответствует полю в среде, создаваемому решеткой коллинеарных линейных по  $z$  источников, расположенных по  $x$  с периодом  $d$ . Здесь

$$k_{nx} = k\sqrt{\epsilon} \sin \theta + n \frac{2\pi}{d}, \quad k_{ny} = \sqrt{k^2 - k_{nx}^2}.$$

Учитывая граничные условия для  $E_z$ -поляризованного поля

$$\psi(x, y) = 0 \Big|_{x=x(s), y=y(s)} \quad (3)$$

и помещая точку наблюдения в (1) на поверхность, получаем

$$\begin{aligned} \int ds' G(x - x', y - y') \frac{\partial}{\partial n'} \psi(x', y') \Big|_{x=x(s), y=y(s)} + \\ + \psi_i(x, y) \Big|_{x=x(s), y=y(s)} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

— интегральное уравнение Фредгольма первого рода относительно поверхности тока

$$\frac{\partial}{\partial n'} \psi(x', y').$$

Оно, как показано в [9], в силу логарифмической расходимости ядра в точке  $s = s'$  при решении методом разложения в ряды Фурье приводится к устойчивой матрице близкого к диагональному вида.

Полное поле в пространстве выражается, согласно (1), через неизвестную

$$\frac{\partial}{\partial n'} \psi(x', y')$$

следующим образом:

$$\psi(x, y) = \psi_i(x, y) + \int ds' G(x - x', y - y') \frac{\partial}{\partial n'} \psi(x', y'). \quad (5)$$

Учитывая справедливость разложения поля в пространстве вне решетки при  $y > \max y(s)$  по пространственным гармоникам, определим их амплитуды или комплексные коэффициенты отражения

$$R_n = \frac{1}{2ik_{ny}} \int ds' \exp(-ik_{xn}x' - ik_{yn}y') \frac{\partial}{\partial n'} \psi(x', y'). \quad (6)$$

Полученное уравнение (4) можно представить в виде

$$\int_0^1 W(s, s') U(s') ds' + V(s) = 0, \quad (7)$$

где

$$U(s) = \left. \frac{\partial}{\partial n} \psi(x, y) \right|_{x=x(s), y=y(s)},$$

$$V(s) = \left. \psi_i(x, y) \right|_{x=x(s), y=y(s)},$$

$$W(s, s') = G(x - x', y - y') \Big|_{\substack{x=x(s), y=y(s), \\ x'=x(s'), y'=y(s')}},$$

$$R_n = \frac{1}{2ik_{ny}} \int_0^1 ds' \exp(-ik_{xn}x'(s') - ik_{yn}y'(s')) U(s').$$

Следуя [9] и пользуясь периодичностью функций по переменной  $s$ , разлагаем в ряды Фурье

$$U(s) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} U_k \exp \left( ik \frac{2\pi}{I} s \right),$$

$$V(s) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} V_k \exp \left( ik \frac{2\pi}{I} s \right),$$

$$W(s, s') = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} W_{km} \exp \left( ik \frac{2\pi}{I} s - im \frac{2\pi}{I} s' \right), \quad (8)$$

где

$$V_k = \frac{1}{l} \int_0^l ds V(s) \exp\left(-ik \frac{2\pi}{l}s\right),$$

$$W_{km} = \frac{1}{l^2} \int_0^l \int_0^l ds ds' W(s, s') \exp\left(-ik \frac{2\pi}{l}s + im \frac{2\pi}{l}s'\right).$$

Подставляя эти разложения в (7), получаем бесконечную систему линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} W_{km} U_m = -V_k. \quad (9)$$

Решая систему (9) численно с конечным количеством  $M$  неизвестных  $U_m$ , увеличиваем  $M$  постепенно так, чтобы достичь необходимой точности вычисления  $U_m$ . Используя для нахождения коэффициентов алгоритм быстрого преобразования Фурье [9], выбираем  $M$  соответствующим степени 2 и располагаем точки равномерно по переменной  $s$ .

Коэффициенты отражения пространственных гармоник определяем через найденные неизвестные также с помощью быстрого преобразования Фурье

$$R_n = \frac{1}{2idk_{ny}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} U_k \frac{1}{l} \int_0^l ds \exp(-ik_{xn}x(s) - ik_{yn}y(s)) \exp\left(ik \frac{2\pi}{l}s\right).$$

Как следует из анализа результатов численного исследования отражательных свойств дифракционной решетки с рассматриваемым профилем гофра, наличие прямоугольной канавки на ступеньке приводит к появлению режима полного антисимметричного отражения для волн  $E$ -поляризации при определенной глубине этой канавки.

На рис. 2, $a,b$  приведены коэффициенты отражения по энергии в минус первую гармонику в режиме автоколлимации от параметра  $\chi = d/\lambda$ , характеризующего частоту (или жестко связанного с ним условием автоколлимации  $2x \sin \theta = 1$  угла падения волны  $\theta$ ) для различных относительных ширин канавки  $\delta$  при падении волны перпендикулярно ступеньке ( $\theta = \varphi$ ). Кривые построены для нескольких глубин канавки  $A$ , включая нулевую (отсутствие канавок), для которой энергия отражения в минус первую гармонику не превышает 0.7. Как видно, даже небольшого углубления

$$A \frac{2\pi}{d} = 0.5 - 1.0$$

достаточно для появления режима ПАО в высокочастотной области двухволнового интервала при малых углах падения. С увеличением глубины канавки режим ПАО смешается в низкочастотную область интервала и в сторону больших углов падения тем дальше, чем шире канавка.

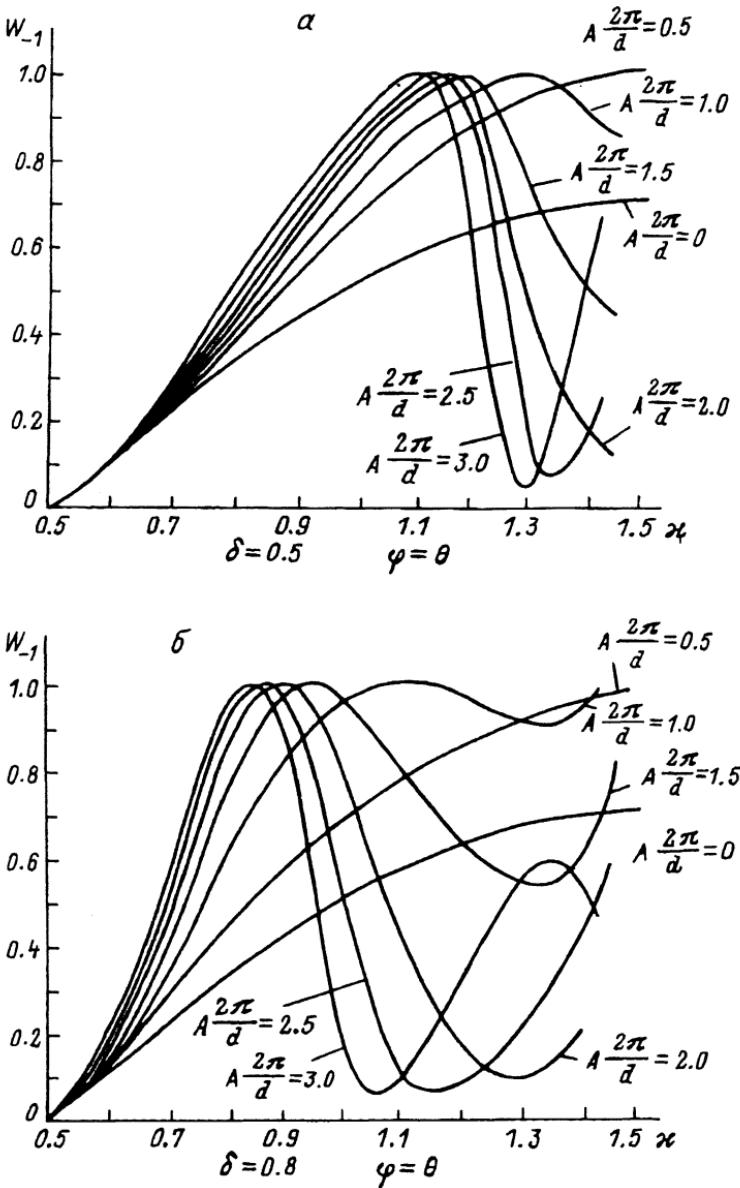


Рис. 2.

Рис. 3 иллюстрирует частотно-селективные свойства исследуемого эшелетта. На нем представлены кривые энергии отражения в минус первую автоколлимирующую гармонику при различных амплитудах и ширинах канавки для разных углов падения волны (разных частот  $\chi$ ), но при фиксированном угле  $\varphi = 30^\circ$  наклона ступеньки эшелетта. В данном случае волна падает перпендикулярно ступеньке лишь при  $\chi = 1$ . При всех других  $\chi$  угол падения волны на плоскость ступени отличен от нормального. Как видно из рисунка, не при любой ширине канавки возможно достижение режима ПАО лишь увеличением ее глубины. Так при  $\chi = 1$  ( $\theta = \varphi = 30^\circ$ ) искомый режим отсутствует при

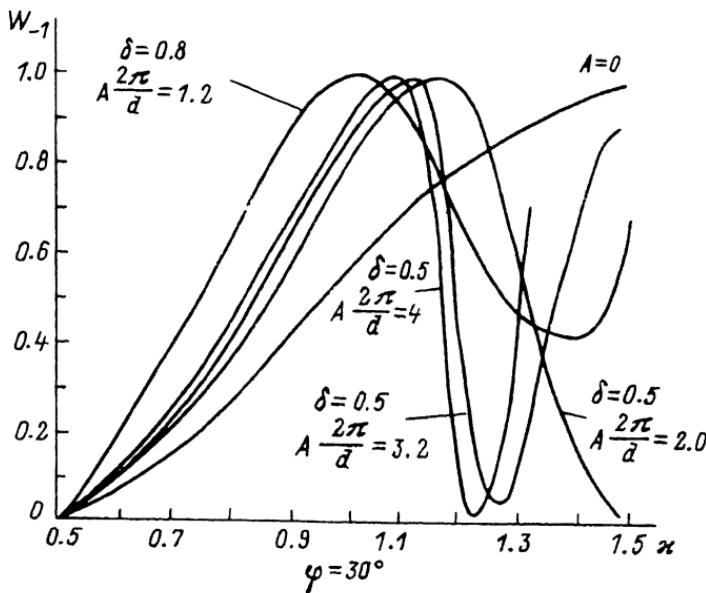


Рис. 3.

любой глубине канавки ( $W_{-1}^{\max} = 0.87$ ), если ширина ее недостаточна  $\delta = 0.5$ . В то же время он достигается в случае  $\delta = 0.5$  при меньших углах падения волны ( $\theta = 25-27^\circ$ ), когда вектор падающей волны расположен к ступеньке под углом, отличном от нормального. Использование решетки в таком режиме, как частотно-селективного эшелетта, не всегда удобно.

Для достижения более удобного режима необходимо сделать канавку шире. Так, при  $\delta = 0.8$  режим ПАО достигается в желаемой точке  $\chi = 1$  ( $\theta = \varphi = 30^\circ$ ) выбором амплитуды канавки, которая при такой ширине оказывается достаточно мелкой

$$A \frac{2\pi}{d} = 1.2.$$

При этом при других углах падения волны и на других частотах энергия отражения в минус первую гармонику в режиме автоколлимации отлична от единицы тем сильнее, чем сильнее отличны от рабочих частота или угол, что обеспечивает частотно-селективные свойства эшелетта.

Естественно, что при увеличении глубины канавки появляется возможность осуществления удобного режима при более узкой ее ширине (рис. 4). Так, при

$$A \frac{2\pi}{d} = 3.2$$

высокие коэффициенты отражения в минус первую гармонику в режиме автоколлимации, включая ПАО, наблюдаются в интервале ширин канавки  $\delta = 0.55-0.63$ , близких к полупериоду.

Рис. 5 демонстрирует изменение фазы коэффициента отражения в минус первую гармонику в режиме автоколлимации с ростом амплитуды канавки по мере приближения к режиму ПАО, а также разброс

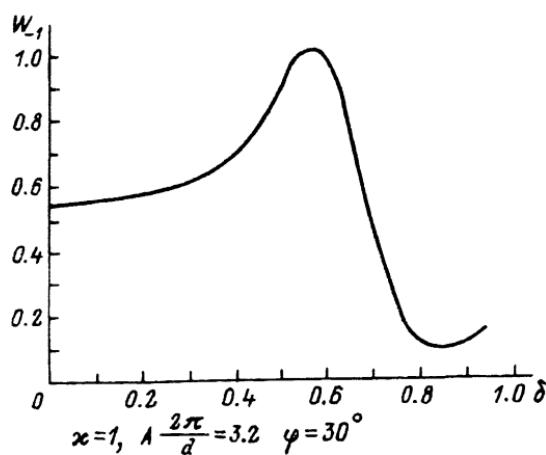


Рис. 4.

фаз и энергии отраженной волны при возможных отклонениях параметров канавки при изготовлении эшелетта ( $\delta = 1/2 \cos 30^\circ = 0.58$ ,  $x = 1$  ( $\varphi = \theta = 30^\circ$ )).

Эшелетт на волны  $E$ -поляризации исследовался экспериментально как зеркало квазиоптического двухзеркального резонатора, второе зеркало которого было плоским (рис. 6). Измерения производились в четырехмиллиметровом диапазоне. Зеркала были выполнены из дюралюминия. Количество элементов решетки составляло  $N = 25$ . Параметры гофра были следующие: период  $d \cong 6$  мм, относительная ширина канавки  $\delta = 0.7$ . Зеркала располагались на специальных механических приспособлениях, позволяющих менять угол их наклона в двух плоскостях и перемещаться относительно друг друга.

Настройка на максимальное значение добротности моды осуществлялась путем подбора оптимального угла  $\theta$  и расстояния  $L$ . Изменением угла наклона с одновременной подстройкой расстояния  $L$  осуществлялась перестройка резонатора по частоте. Возбуждение колебаний осуществлялось через отверстие связи в плоском зеркале с помощью прямоугольного волновода, ориентированного так, что вектор

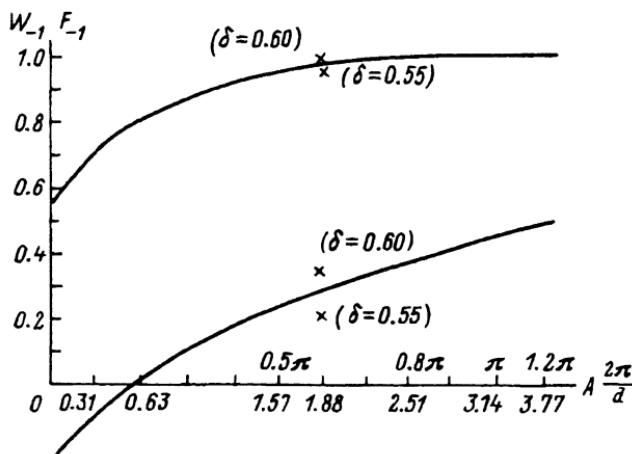


Рис. 5.

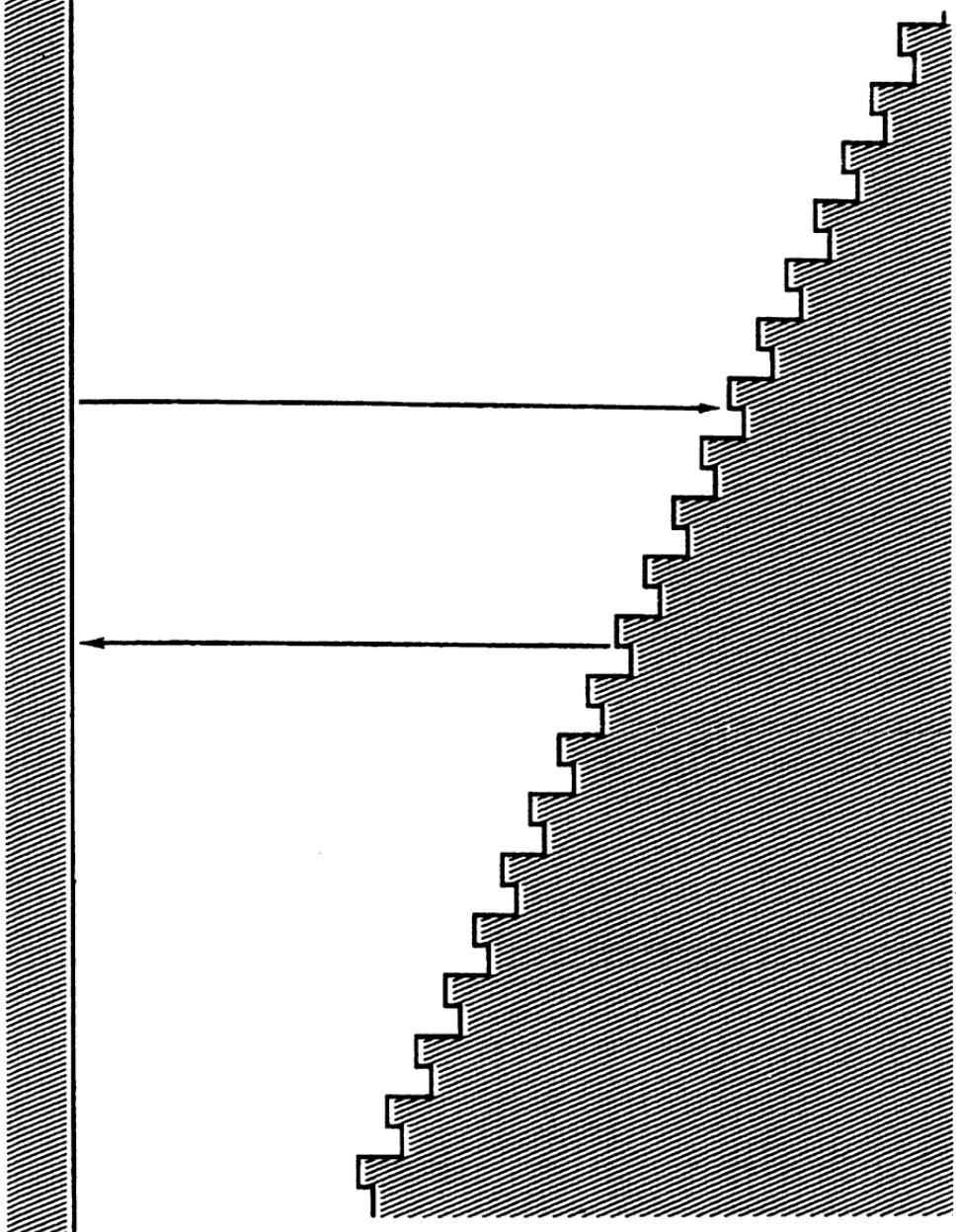


Рис. 6.

тор электрического поля был параллелен штрихам решетки. Методика измерений была аналогична использованной в [1]. При фиксированном  $L \approx 40$  мм и  $\theta \approx 20^\circ$  (соответствующем нормальному падению волны на ступеньку) в диапазоне частот 56–80 Гц наблюдалось несколько колебаний с различными продольными индексами, добротность которых была достаточно высокой лишь у двух, попадающих в полосу эффективного отражения эшелетта в моду резонатора  $\nu \approx 75$  ( $Q \sim 1000$ –1500) и 71 ГГц ( $Q \sim 750$ –1000) и резко падала вне этой поло-

сы  $\nu < 65$  ГГц. Полоса эффективного отражения эшелетта под определенным углом рабочей моды резонатора определялась как полосой эффективного антизеркального режима, так и углочастотной дисперсией эшелетта. При перестройке резонатора добротность сохранялась достаточно высокой в интервале углов  $19^\circ < \theta < 23^\circ$ . Диапазон перестройки определялся полосой, в которой исследуемый эшелетт обладал эффективным антизеркальным режимом ( $W_{-1}(\nu) \geq 0.9$ ) при различных углах падения.

Модуль коэффициента отражения от эшелетта определялся по добротности колебания. Добротность колебания в эквивалентном открытом двухзеркальном резонаторе может быть представлена как  $Q = (kL)/\Delta$ , где  $\Delta$  — потери энергии колебания за время пробега полем расстояния  $2L$ . Потери  $\Delta = \Delta_{om} + \Delta_{dif} + \Delta_R$  состоит из омических потерь  $\Delta_{om}$ , дифракционных, связанных с излучением "через край"  $\Delta_{dif}$ , и потерь рассеяния, связанных с отличием коэффициента отражения от эшелетта от единицы  $\Delta_r = 1 - W_{-1}$ . По оценкам, проведенным по теории резонатора с плоскими зеркалами [11], а также по экспериментальным оценкам потерь в эквивалентном резонаторе Фабри-Перо,  $\Delta_{dif}$  по порядку величины составляет 2%,  $\Delta_{om}$  существенно меньше  $\Delta_{dif}$  и экспериментально наблюдаемых. Потери в исследуемом резонаторе в основном определялись потерями рассеяния, которые по порядку величины составляли 10%.

На рис. 7 представлена экспериментальная зависимость коэффициента отражения  $R_{-1}$  от параметра  $\chi = \lambda/d$ , соответствующего ему угла  $\theta$  в режиме автоколлимации и частоты  $\nu$ . Штриховой линией обозначена расчетная зависимость, полученная из численного решения задачи о дифракции. Максимальное экспериментальное значение коэффициента отражения

$$R_{-1}^e = 0.96 \pm 0.02 \quad (10)$$

соответствует  $\chi = 1.4 - 1.45$ , рассчитанному на нормальное падение волны на грань ступеньки, при котором теоретически достигается  $R_{-1} = 1$ . Следует отметить, что при тех же параметрах падения волны, но в отсутствие канавки на ступеньке коэффициент отражения в

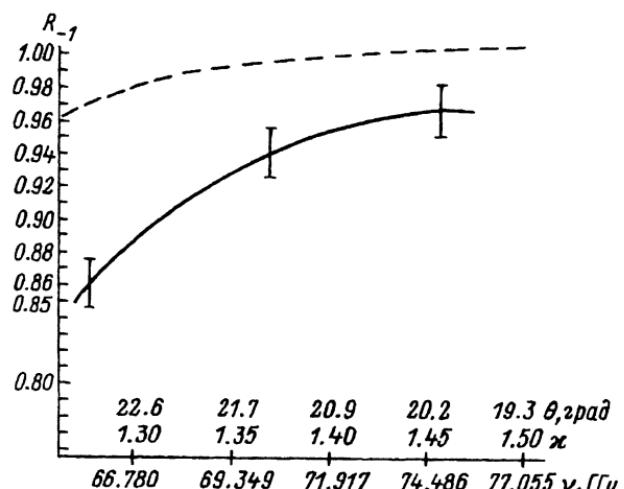


Рис. 7.

режиме автоколлимации теоретически не превышает по порядку величины 0.8 (рис. 2). Расхождение в величинах теоретического и экспериментального коэффициента отражения можно объяснить недостаточной точностью изготовления эшелетта, а также высвечиванием с его края.

### Список литературы

- [1] Косарев Е.Л. // Письма в ЖЭТФ. 1966. Т. 3. Вып. 7. С. 295–298.
  - [2] Авербах В.С., Власов С.Н., Таланов В.И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10. № 9–10. С. 1333–1357.
  - [3] Аверков С.И., Фурашов М.И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1969. Т. 12. № 12. С. 1532–1545.
  - [4] Шестопалов В.П., Кириленко А.А., Масалов С.А., Сиренко Ю.К. Резонансное рассеяние волн. Т. 1. Дифракционные решетки. Киев: Наукова думка, 1986.
  - [5] Справочник по лазерам / Под ред. А.М.Прохорова. Т. 2 М., 1978. 400 с.
  - [6] Шестопалов В.П., Литвиненко Л.Н., Масалов С.А., Сологуб В.Г. Дифракция волн на решетках. Харьков, 1973.
  - [7] Electromagnetic Theory of Grating / Ed. R. Petit. Berlin; Heidelberg; New York: Springer Verlag, 1980.
  - [8] Шейнина Е.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 6. С. 885–888.
  - [9] Вайнштейн Л.А., Суков А.И. // РИЭ. 1984. Т. 29. № 8. С. 1472.
  - [10] Чжусан Шунълянь, Гун Жэньбао // ТИИЭР. 1981. Т. 69. № 2. С. 43.
  - [11] Вайнштейн Л.А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. М.: Сов. радио, 1966. 476 с.
-