

Каналы прозрачности и вольт-амперная характеристика двухбарьерной наносистемы в постоянном электрическом и электромагнитном полях произвольной напряженности

© Н.В. Ткач[¶], Ю.А. Сети

Черновицкий национальный университет им. Ю. Федьковича,
58012 Черновцы, Украина

(Получена 26 ноября 2012 г. Принята к печати 3 декабря 2013 г.)

На основе найденного точного решения полного одномерного уравнения Шредингера предложена теория каналов прозрачности и вольт-амперной характеристики двухбарьерной резонансно-туннельной структуры в постоянном электрическом и высокочастотном электромагнитном полях произвольной напряженности. Впервые показано, что при увеличении напряженности электромагнитного поля из-за образования нерезонансных каналов прозрачности наносистемы форма ее вольт-амперной характеристики изменяется от однокоробой до двухкоробой кривой не только в окрестностях электронных резонансных энергий, но и в областях энергий, соответствующих суперпозиции пар полевых сателлитных состояний.

1. Введение

Электронный транспорт сквозь наноразмерные резонансно-туннельные структуры (РТС), находящиеся под воздействием постоянных электрических, магнитных, а также электромагнитных полей, давно привлекает внимание исследователей. Изучение транспортных свойств открытых многослойных наносистем привело к созданию и интенсивному развитию квантовых генераторов, квантовых каскадных лазеров и детекторов, других наноприборов с уникальными характеристиками [1–4].

Квантово-механическая теория электронного баллистического транспорта сквозь наноразмерные РТС в основном развивалась в предположении малой напряженности электромагнитного поля [5–8]. В случае сильного высокочастотного поля [9–13] волновые функции электронно-полевой системы находились либо путем численного решения полного уравнения Шредингера, либо приближенными аналитическими методами с учетом небольшого числа квазистационарных состояний.

Так, в недавно опубликованной работе [12] в модели δ -образных потенциальных барьеров двухбарьерной РТС в сильном электромагнитном поле с энергией взаимодействия $eF_{ac}z \cos(\omega t)$ пертурбационным методом было показано, что с увеличением напряженности поля (F_{ac}) резонансные уровни расширяются, а затем расщепляются, образуя по два нерезонансных канала прозрачности.

Позднее в работе [13] в той же модели с использованием разложения в ряд Фурье по всем полевым гармоникам известной из точного решения полного уравнения Шредингера волновой функции электронно-полевой системы было показано, что причиной образования нерезонансных каналов прозрачности наносистемы является возникновение комплексных квазистационарных состояний из-за взаимодействия электронов с электромагнитным полем. Там же были исследованы некоторые свойства нерезонансных каналов двухбарьер-

ной РТС. Отсутствие постоянного электрического поля в системе не давало возможности изучить проявление новых каналов прозрачности системы в измеряемых физических величинах, например, в вольт-амперной характеристике (ВАХ).

Цель предлагаемой работы состоит в том, чтобы на основе точного решения полного уравнения Шредингера исследовать транспортные свойства электронов сквозь двухбарьерную РТС в постоянном электрическом и высокочастотном электромагнитном полях произвольной напряженности. В более реалистичной, чем δ -барьерная, модели прямоугольных потенциалов ям и барьеров, а также с учетом точного электронно-полевого взаимодействия $(p_z - eA_z/c)^2/2m$ будет показано существование и будут выявлены свойства нерезонансных каналов прозрачности РТС, а также связанные с ними новые особенности эволюции формы ВАХ наносистемы в зависимости от напряженности электромагнитного поля.

2. Коэффициент прозрачности двухбарьерной резонансно-туннельной структуры в постоянном электрическом и электромагнитном полях

Будем изучать транспортные свойства двухбарьерной РТС, помещенной во внешнюю среду. Пронумеровав области РТС индексом $s = 0, 1, 2, 3, 4$ так, как показано на рис. 1, считаем известными толщины обоих потенциальных барьеров (Δ) и ширину ямы (a), так что размер РТС ($L = a + 2\Delta$) также известен.

Считается, что в декартовой системе координат с началом системы отсчета на левой границе входного барьера и с осью Oz , перпендикулярной плоскости нанослоев, электрон двигается слева направо вдоль оси Oz сквозь РТС, которая находится в постоянном электрическом поле с напряженностью F_{dc} и в периодическом электромагнитном поле с векторным потен-

[¶] E-mail: ktf@chnu.edu.ua

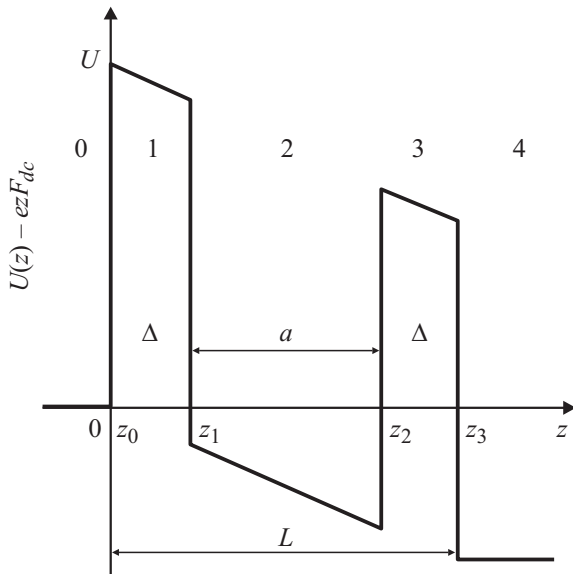


Рис. 1. Энергетический профиль двухбарьерной РТС в постоянном электрическом поле.

циалом $A_z = 2cF_{ac} \sin(\omega t)/\omega$, где c — скорость света, F_{ac} — напряженность электрической составляющей электромагнитного поля, ω — частота этого поля. В исследуемой системе электрон рассматривается в модели известных эффективных масс (m) и прямоугольных потенциалов (U) в ямах и барьерах:

$$m(z) = m_s = \begin{cases} m_w, & U(z) = U_s = \begin{cases} 0, & s = 0, 2, 4 \\ U, & s = 1, 3 \end{cases} \\ m_b, & \end{cases} \quad (1)$$

Для описанной РТС справедливо полное одномерное уравнение Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(z, t)}{\partial t} = \left\{ \frac{1}{2} \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial z} + \frac{e}{c} A_z \right) \frac{1}{m(z)} \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial z} + \frac{e}{c} A_z \right) + U(z) - eF_{dc} [z\theta(z) + (L-z)\theta(z-L)] \right\} \Psi(z, t), \quad (2)$$

которое имеет в каждой среде s по два линейно независимых решения (ψ_s^+ и ψ_s^-), описывающих прямую и обратную волны соответственно. Полная волновая функция электронно-полевой системы $\Psi_s(E, \omega, z, t)$ в s -й области РТС как точное решение уравнения (2) является линейной суперпозицией волновых функций ψ_s^+ и ψ_s^- с энергиями всех возможных гармоник,

$$\Psi_s(E, \omega, z, t) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \left[B_{s,p}^+ \psi_s^+(E + p\Omega, \omega, z, t) + B_{s,p}^- \psi_s^-(E + p\Omega, \omega, z, t) \right]. \quad (3)$$

Здесь E — энергия электрона, $\Omega = \hbar\omega$ — энергия электромагнитного поля, $B_{s,p}^\pm$ — независимые от времени

коэффициенты,

$$\begin{aligned} \psi_s^\pm(E + p\Omega, \omega, z_4 \leq z \leq z_0, t) &= \\ &= \exp \left\{ \pm i k_{s,p} [z - 4L\alpha_s \beta_{ac} \cos(\omega t)] - \frac{i}{\hbar} \left[E + p\Omega + 2\Omega\alpha_s \beta_{ac}^2 \left(1 - \frac{\sin(2\omega t)}{2\omega t} \right) \right] t \right\} \quad (4) \end{aligned}$$

— волновые функции снаружи РТС ($s = 0, 4$),

$$\begin{aligned} \psi_s^\pm(E + p\Omega, \omega, z_{s-1} \leq z \leq z_s, t) &= \\ &= f_s^\pm(E + p\Omega, \omega, z, t) \exp \left\{ -4i\alpha_s \beta_{dc} \beta_{ac} \sin(\omega t) - \frac{i}{\hbar} \left[E + p\Omega + 2\Omega\alpha_s \beta_{ac}^2 \left(1 - \frac{\sin(2\omega t)}{2\omega t} \right) \right] t \right\} \quad (5) \end{aligned}$$

— волновые функции в среде-яме ($s = 2$) или средах-барьерах ($s = 1, 3$) наносистемы. В (4), (5)

$$f_s^\pm(E + p\Omega, \omega, z, t) = \begin{cases} \text{Ai}[\varphi(E + p\Omega, z, \omega t)] \\ \text{Bi}[\varphi(E + p\Omega, z, \omega t)] \end{cases}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \varphi(E + p\Omega, z, \omega t) &= - \left(\frac{\beta_{dc}}{\alpha_s} \right)^{1/3} \\ &\times \left[\frac{z}{L} + \frac{E + p\Omega - U_s}{\beta_{dc}\Omega} + 4\alpha_s \beta_{ac} \cos(\omega t) \right], \end{aligned}$$

$$\alpha_s = \frac{\hbar^2}{2m_s L^2 \Omega}, \quad \beta_{ac} = \frac{eF_{ac}L}{\Omega}, \quad \beta_{dc} = \frac{eF_{dc}L}{\Omega},$$

$$k_{0,p} = \hbar^{-1} \sqrt{2m_0(E + p\Omega)},$$

$$k_{4,p} = \hbar^{-1} \sqrt{2m_0(E + eF_{dc}L + p\Omega)}, \quad k = k_{0,0}; \quad (7)$$

$\text{Ai}(\varphi)$, $\text{Bi}(\varphi)$ — функции Эйри.

Функции $\psi_s^\pm(E + p\Omega, \omega, z, t)$ получаются из известных периодических по ωt функций (4)–(6) разложением в точные ряды Фурье, поэтому волновая функция электронно-полевой системы в s -й области РТС имеет вид

$$\begin{aligned} \Psi_s(E, z, \omega, t) &= e^{-iEt/\hbar} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \sum_{N=-\infty}^{\infty} e^{-iN\omega t} \\ &\times \left[B_{s,p}^+ Q_{N,p}^+(z, \alpha_s) + B_{s,p}^- Q_{N,p}^-(z, \alpha_s) \right]. \quad (8) \end{aligned}$$

Здесь

$$Q_{N,p}^{\pm}(z, \alpha_s) = \sin(2\pi\alpha_s\beta_{ac}^2) \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\alpha_s\beta_{ac}^2) \times \begin{cases} \exp(\pm ik_{s,p}z)\pi^{-1} \\ \times \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \frac{i^{\pm n_1}(-1)^{N-p}J_{n_1}(4\alpha_s\beta_{ac}k_{s,p}L)}{2\alpha_s\beta_{ac}^2+p-N-2n\mp n_1}, & s = 0, 4, \\ \sum_{n_1, n_2=-\infty}^{\infty} \frac{\pi^{-2}(-1)^{p-N-n+n_1}J_{n_1}(4\alpha_s\beta_{ac}\beta_{dc})}{2(2\alpha_s\beta_{ac}^2+p-N-2n+n_1-n_2)} \\ \times \int_{-\pi}^{\pi} f_s^{\pm}(E+p\Omega, z, \eta)e^{-in_2\eta}d\eta, & s = 1-3, \end{cases} \quad (9)$$

J_n — функция Бесселя.

С учетом существования векторного потенциала электромагнитного поля A_z все неизвестные коэффициенты $B_{s,p}^{\pm}$ однозначно определяются из условий непрерывности полной волновой функции и плотностей ее потоков на всех гетерограницах РТС в произвольный момент времени t :

$$\begin{cases} \Psi_s(E, \omega, z_s, t) = \Psi_{s+1}(E, \omega, z_s, t), & (s = 0-3), \\ \frac{1}{m_s} \left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{ieA_z}{c\hbar} \right) \Psi_s(E, \omega, z, t) \Big|_{z=z_s} = \\ = \frac{1}{m_{s+1}} \left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{ieA_z}{c\hbar} \right) \Psi_{s+1}(E, \omega, z, t) \Big|_{z=z_s}. \end{cases} \quad (10)$$

Поскольку в постановке задачи принято, что падающая слева на РТС электронная волна проходит лишь по основному каналу ($p = 0$), то $B_{s=0,p=0}^+ \neq 0$, $B_{s=0,p \neq 0}^+ = 0$. Справа от РТС нет падающих на нее волн, поэтому $B_{s=4,p}^- = 0$. Количество каналов (p) и гармоник (N) в электронно-полевой системе бесконечно, поэтому система (10) содержит бесконечное число уравнений относительно коэффициентов $B_{s,p}^{\pm}$. Однако при конкретных практических расчетах можно ограничиться достаточно большим, но конечным количеством уравнений, которое определяется достаточным для необходимой точности учетом соответствующего числа гармоник и каналов.

Линейная неоднородная система уравнений (10) при выбранном конечном числе каналов позволяет найти все коэффициенты $B_{s,p}^{\pm}$ через $B_{s=0,p=0}^+$, последний находится из условия нормировки

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^*(k, \omega, z, t)\Psi(k', \omega, z, t)dz = \delta(k - k'). \quad (11)$$

Таким образом, волновая функция всей системы полностью определена,

$$\Psi(E, \omega, z, t) = \sum_{s=0}^4 \Psi_s(E, \omega, z_{s-1} \leq z \leq z_s, t) \quad (z_{-1} = -\infty, z_4 = +\infty), \quad (12)$$

и при наличии в системе векторного потенциала A_z позволяет найти плотность потока в произвольный момент времени

$$j(E, z, \omega, t) = -\frac{\hbar}{m(z)} \text{Im} \left[\Psi(E, \omega, z, t) \frac{\partial}{\partial z} \Psi^*(E, \omega, z, t) \right] - \frac{eA_z}{cm(z)} |\Psi(E, \omega, z, t)|^2. \quad (13)$$

Отношение плотностей электронных потоков на выходе и на входе наносистемы, усредненных по периоду колебаний электромагнитного поля ($T = 2\pi/\omega$), определяет коэффициент прозрачности РТС:

$$D(E, \omega) = D_{0,0}(E, \omega) + \sum_{p \neq 0} D_{p,p}(E, \omega) + \sum_{p \neq p' \neq 0} D_{p,p'}(E, \omega), \quad (14)$$

где парциальные составляющие коэффициента прозрачности

$$D_{0,0}(E, \omega) = \frac{k_{4,0}|B_{4,0}^+|^2}{k_{0,0}|B_{0,0}^+|^2}, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} D_{p,p'}(E, \omega) &= |B_{0,0}^+|^{-2} \left\{ k_{4,p} L \text{Re} \left[B_{4,p}^+ (B_{4,p'}^+)^* \right] \right. \\ &\times \sum_{N=-\infty}^{\infty} Q_{N,p}^+(L, \alpha_4) (Q_{N,p'}^+(L, \alpha_4))^* \left. \right] - \frac{2eF_{ac}L}{\Omega} \\ &\times \text{Im} \left[B_{4,p}^+ (B_{4,p'}^+)^* \sum_{N=-\infty}^{\infty} Q_{N,p}^+(L, \alpha_4) (Q_{N+1,p'}^+(L, \alpha_4))^* \right] \left. \right\} \\ &\times \left\{ \sum_{N=-\infty}^{\infty} (k_{0,0}L|Q_{N,0}^+(0, \alpha_0)|^2 - \frac{2eF_{ac}L}{\Omega} \right. \\ &\left. \times \text{Im} \left[Q_{N,0}^+(0, \alpha_0) (Q_{N+1,0}^+(0, \alpha_0))^* \right] \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (16)$$

имеют очевидный физический смысл — это вклады в прозрачность РТС за счет электронного потока по основному каналу ($D_{0,0}$), по p -му каналу ($D_{p,p}$) и за счет межканальных безызлучательных электронных переходов ($D_{p,p'}$).

Найденный коэффициент прозрачности позволяет не только определить резонансные энергии и ширины основных, спутных и смешанных квазистационарных состояний, но и проанализировать ВАХ наносистемы в высокочастотном (ВЧ) поле, рассчитав при низких температурах силу тока [14]:

$$I = \frac{em_w}{2\pi^2\hbar^3} \int_0^{E_F} g(E)D(E, \omega)dE, \quad (17)$$

где

$$g(E) = \begin{cases} eF_{dc}L, & 0 < E < E_F - eF_{dc}L \\ F_F - E, & E_F - eF_{dc}L < E < E_F \end{cases}. \quad (18)$$

3. Каналы прозрачности и вольт-амперная характеристика резонансно-туннельной структуры

Расчет коэффициента прозрачности выполнялся на примере двухбарьерной РТС ($\text{In}_{0.52}\text{Al}_{0.48}\text{As}/\text{In}_{0.53}\text{Ga}_{0.47}\text{As}$) с параметрами, типичными для экспериментально исследуемых наногетеросистем [1–4]: $m_w = 0.043m_e$, $m_b = 0.083m_e$, $U = 516$ мэВ, $a = 18$ нм, $\Delta = 2$ нм, m_e — масса электрона в вакууме. Концентрация электронов выбиралась $n_0 = 9 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$, что соответствует энергии Ферми $E_F = 5$ мэВ.

На рис. 2 приведены зависимости коэффициента прозрачности D от энергии электрона E в окрестности резонансных энергий первого (рис. 2, *a*), второго (рис. 2, *b*) и смешанных (первого с двумя положительными полевыми гармониками и второго с одной положительной гармоникой, рис. 2, *c*) квазистационарных состояний при резонансной энергии ВЧ поля $\Omega_{21} = E_2 - E_1 = 56$ мэВ, определенной в отсутствие электрического и электромагнитного полей. Следует заметить, что увеличение энергии $U_{dc} = eF_{dc}L$ практически не изменяет величину Ω_{21} , так как она одинаково смещает все резонансные энергии. Система обозначений резонансных энергий и ширин квазистационарных состояний здесь принята такой же, как и в работе [13].

На рис. 2 видно следующее. Увеличение напряженности постоянного электрического поля (верхние шкалы энергий при $U_{dc} = 20$ мэВ) не изменяет картину эволюции $D(E)$ в зависимости от $U_{ac} = eF_{ac}L$ по сравнению с эволюцией $D(E)$ в отсутствие постоянного поля (нижние шкалы энергий при $U_{dc} = 0$ мэВ), а лишь сдвигает всю картину в область меньших энергий. Качественно эволюция расщепления пиков коэффициента прозрачности, а значит, и резонансных энергий и ширин при $U_{dc} = 0$ мэВ такая же, как и в упрощенной δ -барьерной модели, детально исследованной в работе [13], хотя величины резонансных энергий δ -барьерной модели завышены на десятки процентов, а резонансных ширин — в десятки раз! Образование и эволюция пар нерезонансных каналов прозрачности в окрестностях энергий „чистых“, E_1 , E_2 , и сателлитных, $(2E_2 - E_1)$, квазистационарных состояний хорошо видна из рис. 2.

Отметим лишь следующее. Увеличение напряженности ВЧ поля (или же U_{ac}) практически одинаково увеличивает расстояние между пиками прозрачности в каждой паре нерезонансных каналов. Если напряженность поля достаточно велика, так что энергия U_{ac} (например, равная 30 мэВ) становится сравнимой с энергией поля (Ω_{21}), то максимальные прозрачности нерезонансных каналов в окрестностях первой пары квазистационарных состояний (рис. 2, *a*) и пары сателлитных состояний (рис. 2, *c*) сравнимы между собой и в 2–3 раза меньше прозрачности второй пары (рис. 2, *b*).

Из рис. 3 видно, что свойства каналов прозрачности коррелируют со свойствами ВАХ двухбарьерной РТС.

Действительно, в отсутствие ВЧ поля (кривая 1) ВАХ токов по первому (рис. 3, *a*) и второму (рис. 3, *b*) каналам имеют форму однопиковых кривых с максимальными

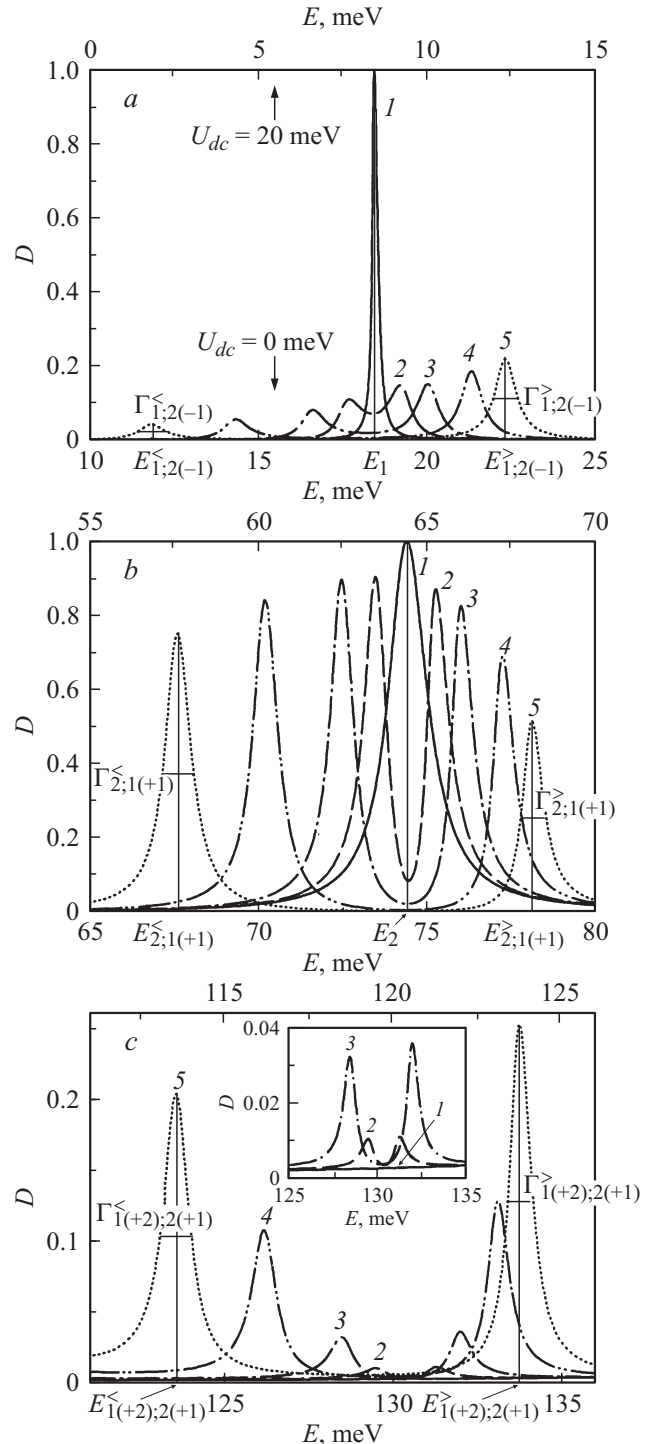


Рис. 2. Эволюция коэффициента прозрачности D двухбарьерной РТС в окрестностях резонансных энергий E_1 (*a*), E_2 (*b*), $E_2 + \Omega_{21}$ (*c*) при резонансной энергии ВЧ поля $\Omega_{21} = E_2 - E_1$ в зависимости от напряженности ВЧ поля U_{ac} в отсутствие постоянного электрического поля, $U_{dc} = 0$ мэВ (нижние шкалы), и при $U_{dc} = 20$ мэВ (верхние шкалы). Здесь U_{ac} , мэВ: 1 — 0, 2 — 5, 3 — 10, 4 — 20, 5 — 30.

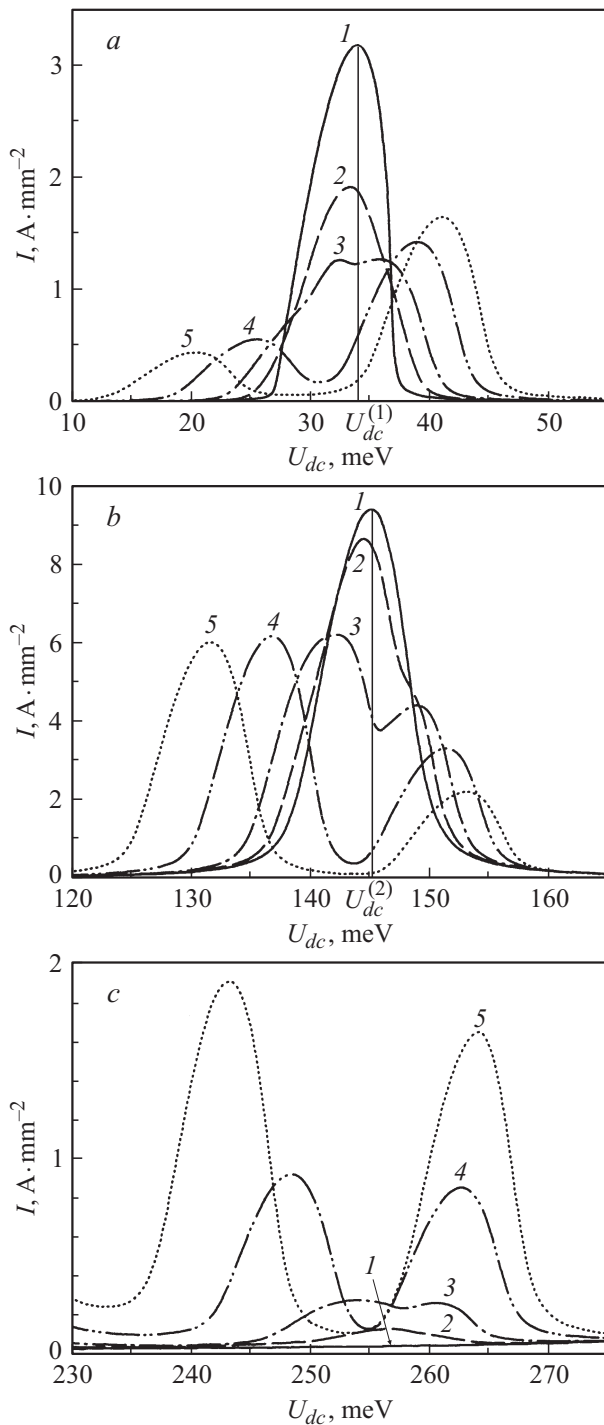


Рис. 3. Эволюция ВАХ двухбарьерной РТС при прохождении тока в окрестностях первого (а), второго (б) и спутниковых (с) квазистационарных состояний в зависимости от U_{dc} , мэВ: 1 — 0, 2 — 5, 3 — 10, 4 — 20, 5 — 30.

ми значениями токов при $U_{dc}^{(1)} \approx 2E_1$ и $U_{dc}^{(2)} \approx 2E_2$, а тока по спутниковому каналу (рис. 3, с) нет из-за отсутствия электронно-полевого взаимодействия.

С появлением ВЧ поля величины токов по основным каналам уменьшаются и появляются токи по спутниковым каналам. С увеличением напряженности ВЧ поля

однопиковые кривые ВАХ постепенно трансформируются в двухпиковые, расстояние между пиками в каждой паре которых увеличивается с одинаковой скоростью. При этом в первой паре пиков (рис. 3, а) максимальное значение тока при меньшей величине U_{dc} уменьшается быстрее, чем максимальное значение при большей величине U_{dc} , а во второй паре (рис. 3, б) — наоборот. Максимальные значения силы тока в обоих спутниковых пиках ВАХ с увеличением U_{ac} увеличиваются почти одинаково, а величины токов в этих новых каналах становятся соразмерными с токами по нерезонансным каналам основных квазистационарных состояний.

4. Заключение

Предложенный метод разложения в ряды Фурье найденного точного решения полного уравнения Шредингера, описывающего баллистическое туннелирование электронов сквозь открытую двухбарьерную РТС в постоянном электрическом и ВЧ электромагнитном полях, позволяет исследовать свойства каналов прозрачности и рассчитать ВАХ не только этой системы, но и других многослойных РТС.

Установленная двухпиковая форма ВАХ нерезонансных каналов проводимости тока в достаточно сильном электромагнитном поле резонансной частоты должна наблюдаться экспериментально в окрестностях и основных, и спутниковых квазистационарных состояний.

Список литературы

- [1] С. Gmachl, F. Capasso, D.L. Sivco, A.Y. Cho. Rep. Progr. Phys., **64**, 1533 (2001).
- [2] S. Blaser, L. Diehl, M. Beck, J. Faist. Physica E, **7**, 33 (2000).
- [3] L. Gendron, M. Carras, A. Huynh, V. Ortiz, C. Koeniguer, V. Berger. Appl. Phys. Lett., **85**, 2824 (2004).
- [4] F.R. Giorgetta, E. Baumann, M. Graf, Q. Yang, C. Manz, K. Kohler, H.E. Beere, D.A. Ritchie, E. Linfield, A.G. Davies, Y. Fedoryshyn, H. Jackel, M. Fisher, J. Faist, D. Hofstetter. J. Quant. Electron., **45**, 1039 (2009).
- [5] А.Б. Пашковский. Письма ЖЭТФ, **82**, 228 (2005).
- [6] В.Ф. Елесин. ЖЭТФ, **127**, 131 (2005).
- [7] В.Ф. Елесин, И.Ю. Катеев, М.А. Ремнев. ФТП, **43**, 269 (2009).
- [8] Н.В. Ткач, Ю.А. Сети, В.А. Матисек, И.В. Бойко. ФТП, **46**, 1327 (2012).
- [9] В.Ф. Елесин, Ю.В. Копаев. ЖЭТФ, **123**, 1308 (2003).
- [10] В.Ф. Елесин. ЖЭТФ, **124**, 379 (2003).
- [11] Е.И. Голант, А.Б. Пашковский. ФТП, **34**, 334 (2000).
- [12] А.Б. Пашковский. ЖЭТФ, **93**, 620 (2011).
- [13] Н.В. Ткач, Ю.А. Сети. Письма ЖЭТФ, **95**, 296 (2012).
- [14] В.Ф. Елесин, Ю.В. Копаев, Л.А. Опеннов, А.И. Подливаев. ФТП, **28**, 1334 (1994).

Редактор Л.В. Шаронова

Transmission canals and current–voltage characteristic of double-barrier nanosystem driven by constant electric and electromagnetic fields of arbitrary intensity

N.V. Tkach, Ju.A. Seti

Chernovtsy National University,
58012 Chernovtsy, Ukraine

Abstract The theory of transmission canals and current–voltage characteristic of double-barrier resonance tunnel structure driven by constant electric and high-frequency electromagnetic field of arbitrary intensity is proposed on the base of the obtained exact solution of complete one-dimensional Schrodinger equation. It is shown, for the first time, that when the intensity of electromagnetic field increases due to the arising of non-resonance transmission canals the shape of the current–voltage characteristic of the nanosystem is changed from one-humped to the two-humped curve not only in the vicinity of electron resonance energies but in the vicinities of the energies, corresponding to the super positions of pairs of field satellite states.