

16,05

## Равновесные состояния и динамика дипольного момента квадратных массивов диполей

© А.М. Шутый

Ульяновский государственный университет,  
Ульяновск, Россия  
E-mail: shuty@mail.ru

(Поступила в Редакцию 5 ноября 2013 г.)

Рассмотрены дипольные решетки, представляющие собой квадратные массивы  $3 \times 3$ – $8 \times 8$  диполей. Показано, что после выключения внешнего поля, ориентирующего диполи вдоль сторон массива, в зависимости от величины системы реализуется два типа равновесной конфигурации дипольных моментов: состояние, симметричное относительно диагонали массива, и состояние с суммарным дипольным моментом, направленным вдоль сторон массива. Выявлены различия данных типов конфигурации относительно устанавливаемых под воздействием переменного поля колебательных режимов суммарного дипольного момента системы. Исследована зависимость колебательных режимов от направления линейной поляризации переменного поля.

Работа выполнена при поддержке министерства образования и науки РФ.

### 1. Введение

Интерес к самоорганизующимся системам, в том числе к ансамблям наночастиц, приобрел особое значение в связи с достижениями в области информационных технологий и наноструктур. Ансамбли однодоменных частиц являются также удобными объектами для изучения фазовых переходов и других коллективных эффектов вследствие возможности эффективного управления их состоянием. В последние годы ведется систематическое изучение и внедрение в практику создаваемых нанотехнологиями [1] дипольных, в частности магнитных, сверхструктур. Среди них особый интерес представляют двумерные сверхструктуры в виде квадратных решеток наночастиц с формой, близкой к круговой [2]. Упорядоченные структуры ферромагнитных наночастиц могут быть сформированы методом нанолитографии [3] при использовании в качестве диполей состоящих из атомов железа наночастиц, которые имеют размер около 10 nm (число атомов  $\sim 100$ , что обеспечивает их сферическую форму) и магнитный момент  $3\mu_B$  [4]. Уже сейчас разброс наночастиц по размерам при соответствующем контроле может не превышать 5% [5]. Дипольный момент наночастиц можно считать классической величиной, и основной вклад в их взаимодействие в случае однодоменного состояния вносит диполь-дипольное взаимодействие [3,6].

В настоящей работе исследуются два типа равновесных конфигураций квадратных массивов диполей, возникающих после выключения внешнего поля, ориентирующего дипольные моменты в одном направлении — вдоль граней массива. Рассматриваются также колебательные режимы суммарного дипольного момента систем, устанавливающиеся под воздействием внешнего переменного поля, исследуется зависимость устанавливающихся колебаний от направления линейной поляри-

зации переменного поля, при этом выявляются отличия динамических режимов, относящихся к массивам с разным типом равновесной конфигурации дипольных моментов.

### 2. Исходные уравнения

Рассматривая систему диполей, полагаем, что они связаны диполь-дипольным взаимодействием, и каждый из них способен поворачиваться вокруг центра симметрии. Положение диполей в системе принимается неизменным, а тела с дипольными моментами — однородными и шарообразными [7]. Динамические уравнения для системы диполей имеют вид [8–10]

$$J_i \frac{d\omega_i}{dt} + \alpha_i \omega_i = \mathbf{p}_i \times \mathbf{F}_i, \quad (1)$$

$$\frac{d\mathbf{p}_i}{dt} = \omega_i \times \mathbf{p}_i,$$

где  $\mathbf{p}_i$  и  $\omega_i = d\varphi_i/dt$  — дипольный момент и угловая скорость  $i$ -го диполя ( $\varphi_{ij}$  — угол поворота диполя вокруг оси  $j = x, y, z$ ),  $J_i$  — момент инерции,  $\alpha_i$  — параметр диссипации; поле, создаваемое в месте расположения  $i$ -го диполя остальными диполями и внешним полем  $\mathbf{f}$ , определяется выражением

$$\mathbf{F}_i = \sum_{n \neq i} \left[ \frac{3\mathbf{e}_{in}(\mathbf{p}_n \mathbf{e}_{in}) - \mathbf{p}_n}{a^3 l_{in}^3} \right] + \mathbf{f}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{e}_{in} = \mathbf{r}_{in}/r_{in}$  — единичные вектора вдоль направления,  $\mathbf{r}_{in}$  — вектор между расположениями  $i$ -го и  $n$ -го диполей,  $l_{in} = r_{in}/a$  — расстояние, нормированное на характерный параметр конфигурации системы  $a$ . В рассматриваемых массивах, представляющих собой квадратные решетки,  $a$  — расстояние между ближайшими диполями в ряду. Составляющие массив диполи

принимаются идентичными:  $|\mathbf{p}_i| = p, J_i = J, \alpha_i = \alpha$ . Далее удобно сделать переход к безразмерным параметрам [8,11]:

$$\rho_{ij} = p_{ij}/p, \quad \beta = \alpha/(vJ), \quad \omega_i = d\phi_i/d\tau, \quad (3)$$

где  $v = \sqrt{p^2/Ja^3}$ , дифференцирование проводится по безразмерному времени  $\tau = vt$ . Компоненты внешнего поля преобразуются к виду  $\phi_j = f_j a^3/p$ . В случае решеток, формируемых частицами с магнитным дипольным моментом, в уравнениях (1), (2)  $\mathbf{F}_i$  и  $\mathbf{f}$  являются напряженностями магнитных полей; в случае решеток электрических диполей в выражения входят соответственно напряженности электрических полей.

### 3. Равновесные состояния квадратных массивов диполей

Проведенные расчеты показали, что после ориентации диполей квадратных массивов вдоль внешнего поля при последующем выключении поля устанавливается в зависимости от числа входящих в массив диполей один из двух типов равновесной конфигурации дипольных моментов. На рис. 1 показаны равновесные конфигурации массивов диполей размером  $3 \times 3 - 8 \times 8$  после выключения поля, ориентированного вдоль оси  $y$ , совпадающей с одной из сторон массивов (ось  $x$  является нормалью к

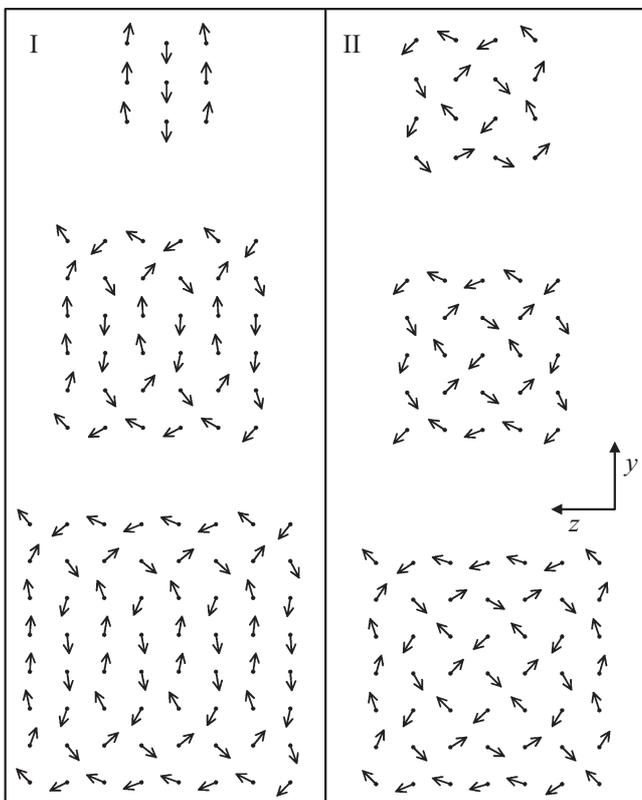


Рис. 1. Равновесные состояния квадратных массивов диполей.

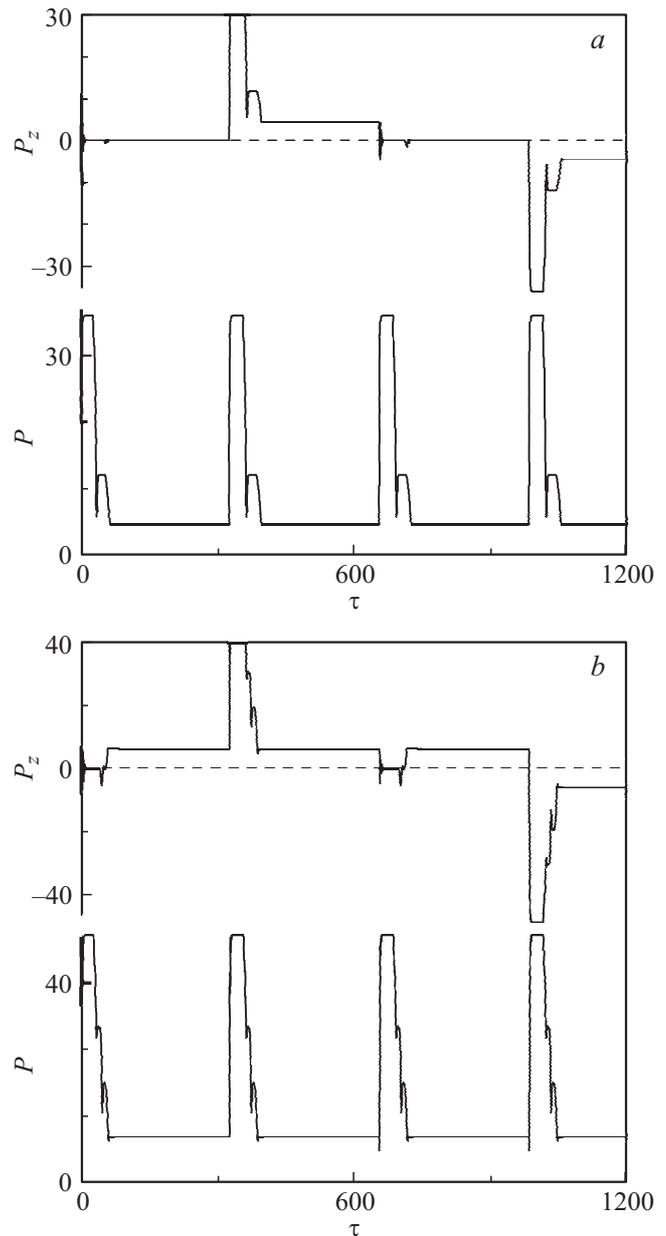
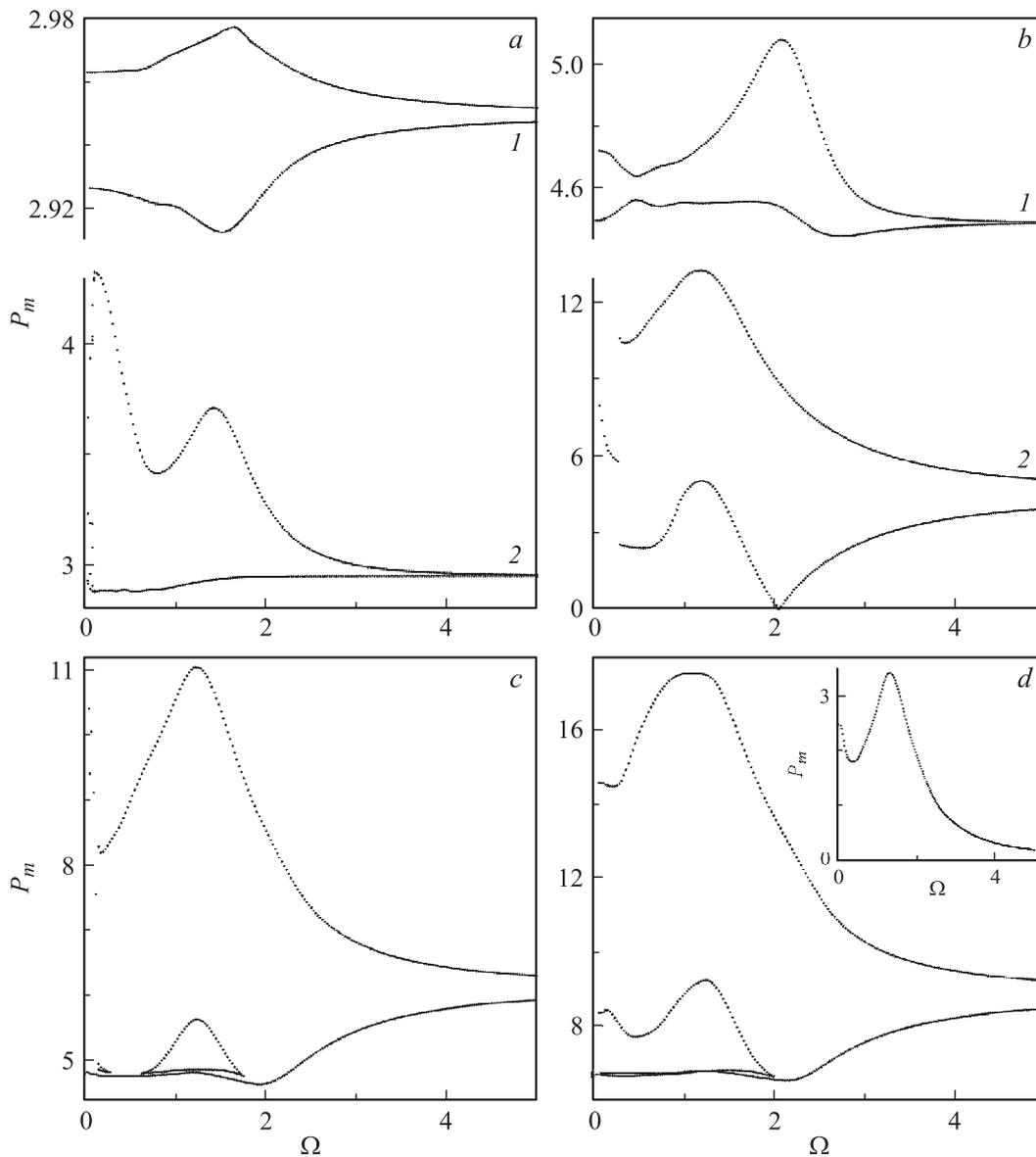


Рис. 2. Зависимость от времени модуля и  $z$ -компоненты суммарного дипольного момента для массивов  $6 \times 6$  (a) и  $7 \times 7$  (b) при включении внешнего поля последовательно вдоль направлений  $y, z, -y, -z$ ; далее поле выключается, и системы приходит к одной из равновесных конфигураций.

плоскости, в которой расположен массив). Видно, что в случае решеток  $3 \times 3, 6 \times 6$  и  $8 \times 8$  имеет место центральная область, в которой направление дипольных моментов мало меняется относительно направления ранее приложенного внешнего поля и противоположного ему направления (данные ориентации чередуются между рядами диполей). В случаях же массивов  $4 \times 4, 5 \times 5$  и  $7 \times 7$  равновесная конфигурация оказывается зеркально симметричной относительно одной из диагоналей массивов (конфигурация системы  $4 \times 4$  имеет ось

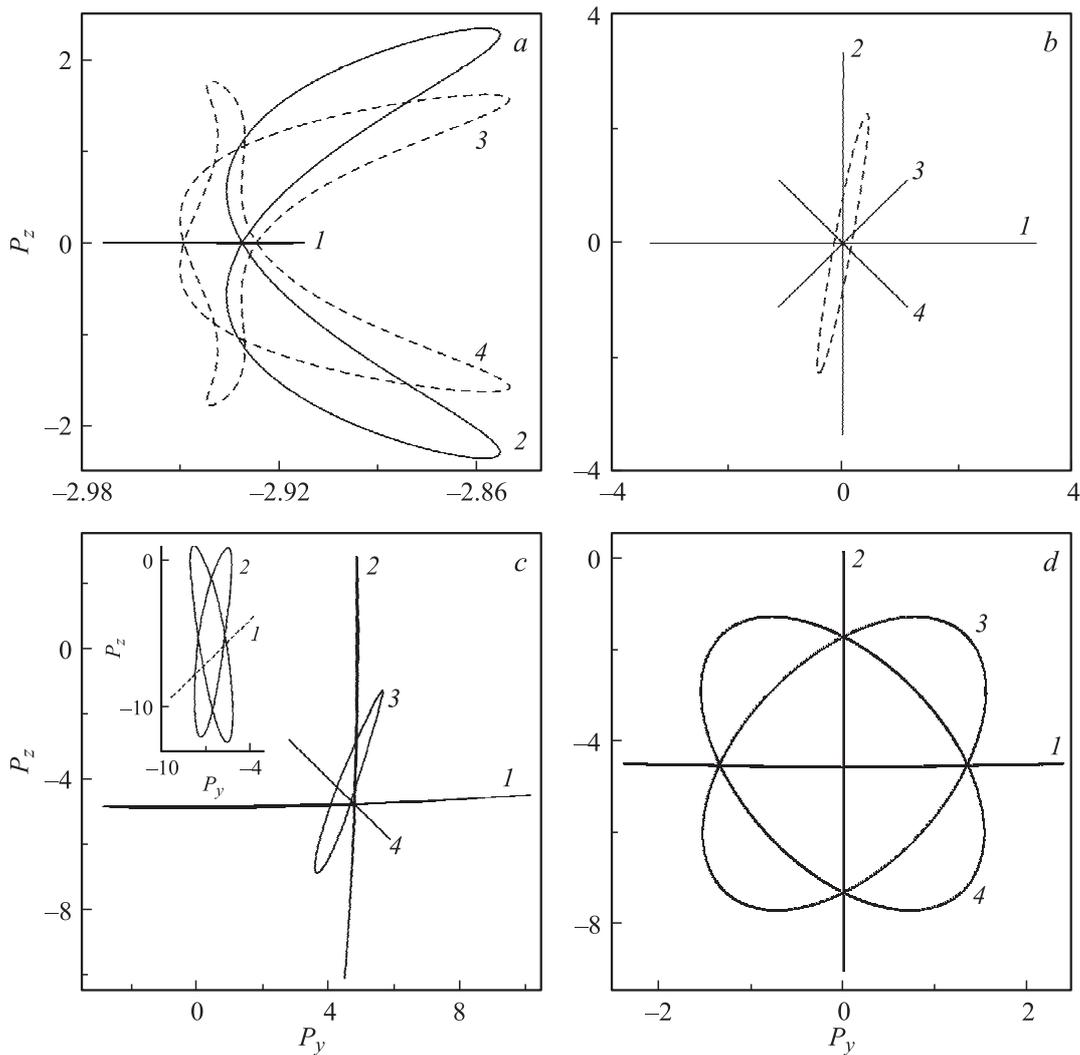


**Рис. 3.** Зависимость экстремумов колебаний суммарного дипольного момента массивов  $3 \times 3$ ,  $6 \times 6$ ,  $5 \times 5$  и  $7 \times 7$  (*a-d*) от нормированной частоты  $\Omega$  внешнего поля, линейно поляризованного по оси  $y$  (диаграммы 1 на частях *a, b* и *c, d*) и по оси  $z$  (диаграммы 2); амплитуда поля  $\phi_0 = 0.5$ ;  $\beta = 1$ .

симметрии четвертого порядка), при этом ориентация дипольных моментов в центральных областях таких систем имеет „седлообразный“ вид. Данные типы равновесных состояний далее будем называть типами I и II соответственно. Необходимо отметить, что указанные типы равновесных состояний распространяются также и на массивы с большим числом диполей (предварительные расчеты проводились для массивов  $17 \times 17$ ).

На рис. 2 приведена зависимость от времени модуля и  $z$ -компоненты суммарного дипольного момента  $\mathbf{P} = \sum \rho_i$  для массивов  $6 \times 6$  (*a*) и  $7 \times 7$  (*b*) при включении внешнего поля последовательно вдоль направлений  $y$ ,  $z$ ,  $-y$ ,  $-z$  (периоды с внешним полем соответствуют резкому увеличению суммарного дипольного момента

системы); далее внешнее поле выключается, и система приходит к одной из равновесных конфигураций. Из рисунка видно, что равновесные конфигурации типа I (для массива  $6 \times 6$ , рис. 2, *a*) характеризуются суммарным дипольным моментом, ориентированным вдоль сторон массива (т.е. вдоль осей  $y$  или  $z$ ). В случае же конфигурации типа II (для массива  $7 \times 7$ , рис. 2, *b*) суммарный дипольный момент в равновесном состоянии ориентирован вдоль одной из диагоналей квадратной системы. Данная особенность приводит к различию в динамике дипольного момента соответствующих систем при воздействии внешнего переменного поля. (Здесь и далее численный анализ проводится методом Рунге–Кутты четвертого порядка.)



**Рис. 4.** Траектории стационарных колебаний суммарного дипольного момента массивов  $3 \times 3$ ,  $4 \times 4$ ,  $5 \times 5$  и  $6 \times 6$  (*a-d*) на частотах  $\Omega = 1.4$  (*a*),  $1.2$  (*b, c*) и  $2.0$  (*d*); угол поляризации поля  $\psi_h = 0, \pi/2, \pi/4, 3\pi/4$  (кривые 1-4), его амплитуда  $\phi_0 = 0.5$ ;  $\beta = 1$ .

#### 4. Динамика дипольного момента массивов

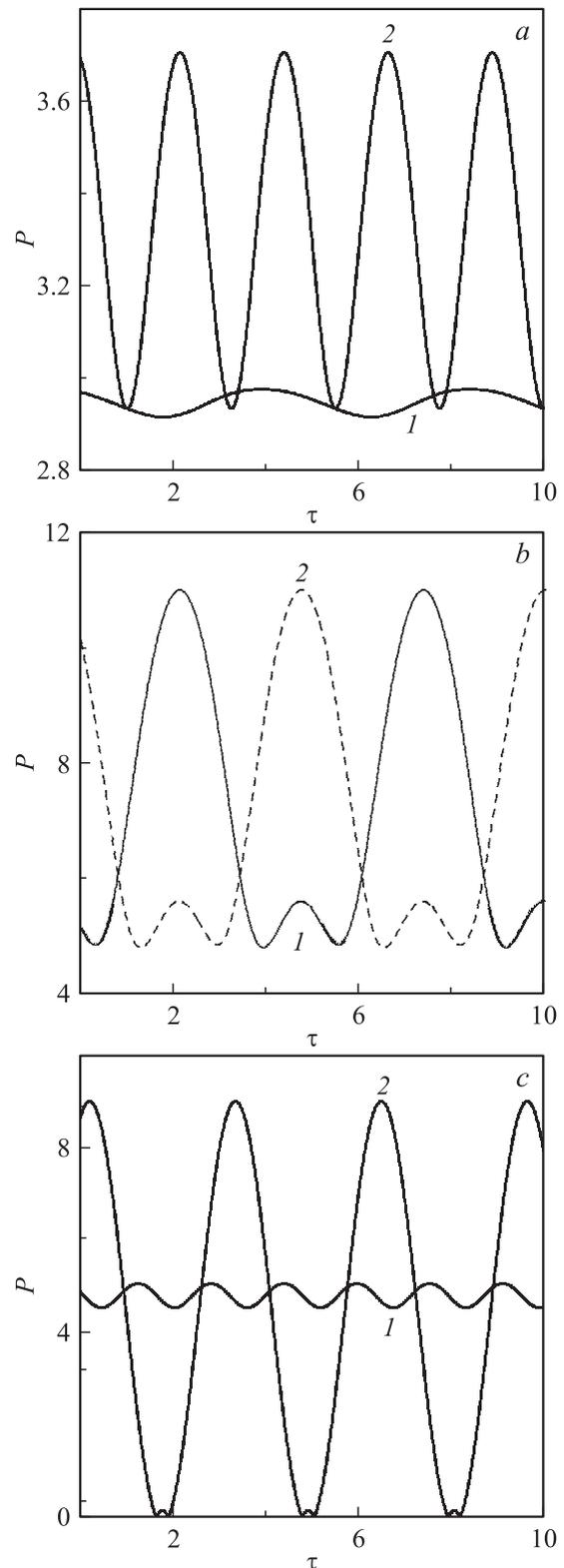
Анализ динамики суммарного дипольного момента массивов в случае возбуждения системы линейно поляризованным внешним полем  $f_0 \sin(\tilde{\omega}t)$  удобно проводить с помощью параметрических бифуркационных диаграмм [9,12]. Для массивов  $3 \times 3$ ,  $6 \times 6$ ,  $5 \times 5$  и  $7 \times 7$  (*a-d* соответственно) на рис. 3 приведены диаграммы на плоскости  $(P_m; \Omega)$ , где  $P_m = P_{\max}, P_{\min}$  и каждому нормированному значению частоты  $\Omega = \tilde{\omega}/v$  соответствуют экстремальные значения суммарного магнитного момента. Переменное поле принимается ориентированным вдоль оси  $y$  (диаграммы 1 на рис. 3, *a, b* и *c, d*) и вдоль оси  $z$  (диаграммы 2 на рис. 3, *a, b*) с безразмерной амплитудой  $\phi_0 = 0.5$ ; параметр диссипации  $\beta = 1$  (здесь и далее). При этом, если на диаграмме одному значению  $\Omega$  отвечают две точки ветви (или большее

конечное их число), реализуются регулярные колебательные режимы. Диаграммы построены при исходном равновесном состоянии, соответствующем рис. 1. Не приведенная на рисунке диаграмма для массива  $8 \times 8$  аналогична рис. 3, *b* — диаграмме для массива  $6 \times 6$ .

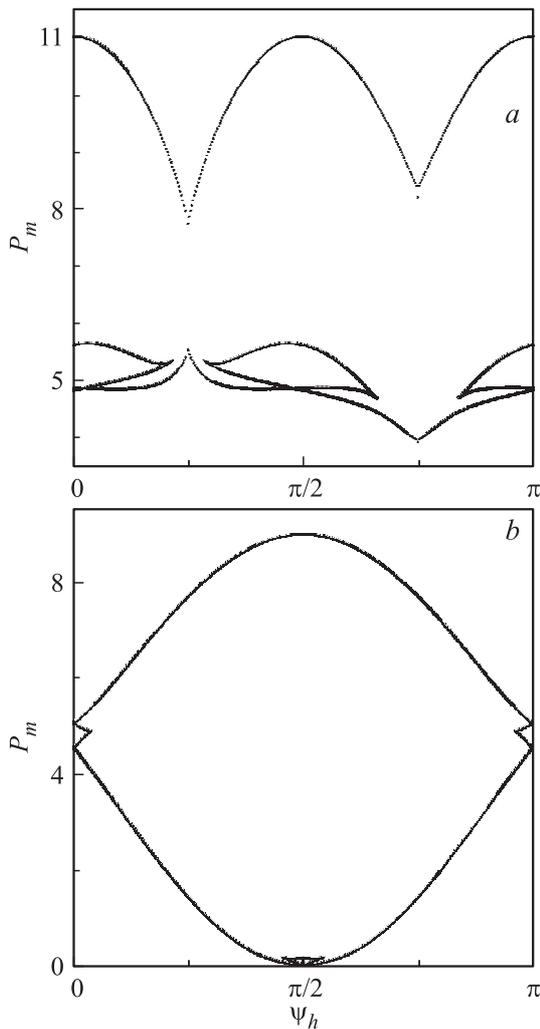
Видно, что во всех случаях имеет место резонансная зависимость амплитуды колебаний от частоты внешнего поля. При этом в случае массивов с равновесной конфигурацией типа I амплитуда колебаний дипольного момента сильно отличается для рассматриваемых поляризацій поля (ориентированных вдоль граней квадратных массивов): при ориентации поля по оси  $y$  имеют место низкоамплитудные колебания (с амплитудой менее 1), при ориентации же по оси  $z$  амплитуда колебаний на порядок больше. В случае массивов с равновесной конфигурацией типа II ( $4 \times 4, 5 \times 5, 7 \times 7$ ) амплитуда колебаний дипольного момента на всех частотах одинакова для полей, поляризованных по осям  $y$  и  $z$ . Кроме

того, для конфигураций I ( $6 \times 6$ ,  $8 \times 8$ , за исключением наименьшего массива  $3 \times 3$ ) на малых частотах ( $\Omega \leq 2$ ) колебания суммарного дипольного момента проходят через нулевое значение. То же только при любых частотах поля имеет место в случае колебаний массива диполей  $4 \times 4$ , диаграмма для которого приведена на вставке к рис. 3, *d*.

Для дальнейшего исследования динамики дипольного момента массивов рассмотрим траектории его колебаний на выбранных частотах. На рис. 4 приведены траектории стационарных колебаний суммарного дипольного момента массивов  $3 \times 3$ ,  $4 \times 4$ ,  $5 \times 5$  и  $6 \times 6$  и (*a-d* соответственно), которые возбуждаются внешним полем с амплитудой  $\phi_0 = 0.5$  и линейной поляризацией под углом  $\psi_h = 0, \pi/2, \pi/4, 3\pi/4$  (кривые 1-4 соответственно), отсчитываемым от оси  $y$ , на резонансных частотах  $\Omega = 1.4$  (*a*),  $1.2$  (*b, c*) и  $2.0$  (*d*). Проекция рассматриваемых колебаний на ось  $x$  близки к нулю. Из рисунка видно, что для массива  $3 \times 3$  колебания дипольного момента с амплитудой  $\Delta P > 1$  близки к линейно поляризованному с направлением поляризации вдоль оси  $y$  во всех случаях, за исключением колебаний, вызванных полем, ориентированным по оси  $z$  (в последнем случае имеют место колебания момента вдоль оси  $z$  с малой амплитудой  $\Delta P \approx 0.03$ ). Колебания дипольного момента массива  $4 \times 4$  при указанной выше поляризации поля (вдоль сторон и диагоналей массива) являются линейно поляризованными и ориентированными по поляризации внешнего поля. При этом амплитуда колебаний вдоль сторон массива (т.е. по осям  $y$  и  $z$ ) приблизительно в 2 раза превосходит амплитуду колебаний вдоль диагоналей массива. При других направлениях переменного поля траектории колебаний являются эллиптическими, пример такой траектории для  $\psi_h = \pi/3$  показан на рис. 4, *b* пунктирной линией. В случае остальных массивов с равновесной конфигурацией типа II (массивы  $5 \times 5$ ,  $7 \times 7$ ) при поляризации поля вдоль сторон массива устанавливаются одинаковые по амплитуде колебания дипольного момента системы с поляризацией, отличной от линейной, но близкой к поляризации внешнего поля. При направлении поля вдоль диагоналей системы поляризация колебаний  $\mathbf{P}$  массива  $5 \times 5$  оказывается либо линейной, либо эллиптической, однако амплитуда этих колебаний в несколько раз меньше амплитуды колебаний при поле, ориентированном по осям  $y$  и  $z$ . В случае массива  $7 \times 7$  (и больших массивов с тем же типом равновесной конфигурации) колебания с линейной поляризацией вдоль одной из диагоналей системы оказываются неустойчивыми и переходят в эллиптические колебания. На вставке к рис. 4, *c* для массива  $7 \times 7$  приведены колебания при углах поляризации поля  $\psi_h = \pi/4, 3\pi/4$  (пунктиром показана неустойчивая траектория вдоль диагонали системы, переходящая в траекторию 2). В случае массивов с равновесной конфигурацией типа I (массивы  $6 \times 6$ ,  $8 \times 8$ ) при поляризации поля вдоль одной из сторон системы устанавливаются



**Рис. 5.** Зависимость от времени стационарных колебаний суммарного дипольного момента массивов  $3 \times 3$ ,  $5 \times 5$  и  $6 \times 6$  (*a-c*) при  $\Omega = 1.4$  (*a*),  $\Omega = 1.2$  (*b*) и  $\Omega = 2.0$  (*c*),  $\phi_0 = 0.5$ ,  $\psi_h = 0, \pi/2$  (кривые 1 и 2);  $\beta = 1$ .



**Рис. 6.** Зависимости экстремумов колебаний дипольного момента массивов  $5 \times 5$  и  $6 \times 6$  ( $a$  и  $b$ ) от поляризационного угла переменного поля;  $\Omega = 1.2$  ( $a$ ) и  $\Omega = 2.0$  ( $b$ ),  $\phi_0 = 0.5$ ;  $\beta = 1$ .

линейно поляризованные колебания дипольного момента, при которых суммарный дипольный момент для системы  $6 \times 6$  меняется от нулевого значения до  $P \approx 8$  (траектория 2 на рис. 4,  $d$ ). При поляризации вдоль другой стороны систем колебания близки к линейно поляризованным, однако амплитуда колебаний  $P$  оказывается в несколько раз меньшей (траектория 1). В случае поляризации поля по обеим диагоналям массива устанавливаются одинаковые по амплитуде эллиптические колебания дипольного момента (траектории 3 и 4).

Наибольшие различия в динамике дипольного момента массивов с разным типом равновесной конфигурации проявляются при поляризации поля вдоль сторон массива. В случае конфигурации типа I колебания, устанавливающиеся при поляризации поля по одной из сторон массива и устанавливающиеся при поляризации поля по другой — ортогональной — его стороне, в несколько раз различаются по амплитуде. В случае же конфигурации II типа колебания оказываются симметричными. На рис. 5

приведена временная зависимость установившихся колебаний величины суммарного дипольного момента массивов  $3 \times 3$ ,  $5 \times 5$  и  $6 \times 6$  ( $a$ – $c$  соответственно) при поляризации внешнего переменного поля по оси  $y$  (кривые 1) и по оси  $z$  (кривые 2). Сравнение рис. 5,  $a$  и  $c$  также показывает, что период колебаний величины  $P$  в случае массива  $6 \times 6$  при поляризации поля вдоль оси  $y$  в 2 раза меньше периода колебаний при поляризации поля вдоль оси  $z$ . В случае же массива  $3 \times 3$  имеет место противоположное отношение: при поляризации поля вдоль оси  $y$  период колебаний в 2 раза больше. В случае массива  $5 \times 5$  колебания  $P$  при двух указанных поляризациях поля одинаковы, но находятся в противофазе.

На рис. 6 приведена диаграмма зависимости экстремумов колебаний дипольного момента массивов  $5 \times 5$  и  $6 \times 6$  ( $a$  и  $b$ ) от поляризационного угла переменного поля (остальные параметры взяты прежними). Видно, что в случае массивов с первым типом равновесной конфигурации ( $b$ ) максимальные по амплитуде колебания достигаются только при поляризации поля вдоль одной из сторон массива — перпендикулярно направлению ранее приложенного (и выключенного) статического поля. При ортогональной поляризации поля — параллельной ранее приложенному статическому полю — амплитуда колебаний дипольного момента системы минимальна. В случае массивов со вторым типом равновесной конфигурации ( $a$ ) амплитуда колебаний максимальна при поляризации поля вдоль любой из сторон массива. Минимальную амплитуду колебания дипольного момента имеют при поляризации поля вдоль диагоналей массива. При этом колебания различны в случае поляризации поля вдоль разных диагоналей системы, что объясняется соответствующей асимметрией направления диполей, наблюдаемой на рис. 1. Следует заметить, что данные различия колебательных режимов при поляризации поля вдоль разных диагоналей массива со вторым типом равновесной конфигурации должно уменьшаться с увеличением массива, а для массива  $4 \times 4$  эти колебания являются полностью симметричными.

## 5. Заключение

Проведенный анализ показал, что в зависимости от величины квадратного массива диполей после выключения внешнего поля, направленного вдоль одной из сторон массива, реализуется два типа конфигурации равновесного состояния дипольных моментов. При одном типе (для систем  $3 \times 3$ ,  $6 \times 6$ ,  $8 \times 8$ ) в центральной области массива направление дипольных моментов остается близким к направлению ранее приложенного поля и противоположному направлению. Суммарный дипольный момент в этом случае ориентирован вдоль сторон массива. При другом типе (для систем  $4 \times 4$ ,  $5 \times 5$ ,  $7 \times 7$ ) равновесная конфигурация оказывается симметричной относительно оси, проходящей по одной

из диагоналей массива; суммарный дипольный момент также ориентирован по диагонали. Данные различия приводят к установлению разных колебательных режимов суммарного дипольного момента системы под воздействием переменного поля. В случае равновесной конфигурации первого типа воздействие переменного поля с поляризацией вдоль разных сторон системы приводит к режимам с отличающимися в несколько раз амплитудами колебаний суммарного дипольного момента, а также разными — отличающимися в 2 раза — периодами колебаний. В случае второго из указанных типов равновесной конфигурации колебания, вызванные полем, ориентированным по разным сторонам системы, являются симметричными, равными по амплитуде и находящимися в противофазе. Максимальные по амплитуде колебания дипольного момента для систем с первым типом равновесной конфигурации достигаются только при поляризации поля вдоль одной из сторон массива (перпендикулярно направлению равновесного дипольного момента системы), а минимальные при поляризации вдоль другой его стороны. Для массивов со вторым типом равновесной конфигурации амплитуда колебаний максимальна при поляризации поля вдоль любой из сторон системы и минимальна при поляризации вдоль диагоналей. Дальнейшие исследования показали, что основные особенности рассмотренных типов равновесных конфигураций дипольных моментов распространяются также на большие по числу диполей массивы (в частности, исследования проводились до систем  $17 \times 17$  включительно).

## Список литературы

- [1] R. Skomski. *J. Phys.: Cond. Matter* **15**, R841 (2003).
- [2] А.Ю. Галкин, Б.А. Иванов. *Письма в ЖЭТФ* **83**, 450 (2006).
- [3] С.А. Гусев, Ю.Н. Ноздрин, М.В. Сапожников, А.А. Фраерман. *УФН* **170**, 331 (2000).
- [4] I.A. Becker, A. Chatelain, W.A. Heer. *Phys. Rev. Lett.* **71**, 4067 (1993).
- [5] С.П. Губин, Ю.А. Кокшаров. *Неорганические материалы* **38**, 1287 (2002).
- [6] И.Р. Каретникова, И.М. Нефедов, М.В. Сапожников, А.А. Фраерман, И.А. Шерешевский. *ФТТ* **43**, 2030 (2001).
- [7] С.П. Губин, Ю.А. Кокшаров, Г.Б. Хомутов, Г.Ю. Юрков. *Успехи химии* **74**, 539 (2005).
- [8] Ф.В. Лисовский, О.П. Поляков. *Письма в ЖЭТФ* **73**, 546 (2001).
- [9] А.М. Шутый. *ЖЭТФ* **135**, 1009 (2009).
- [10] А.М. Шутый. *ЖЭТФ* **137**, 277 (2010).
- [11] А.М. Шутый. *Письма в ЖЭТФ* **97**, 601 (2013).
- [12] А.Ю. Лоскутов, А.С. Михайлов. *Основы теории сложных систем*. НИЦ „РХД“, Ижевск (2008). 620 с.