

09,04

Фотонные свойства двумерных высококонтрастных периодических структур: численные расчеты

© М.В. Рыбин^{1,2}, И.С. Синев^{1,2}, К.Б. Самусев^{1,2}, А. Хоссейнзаде³, Г.Б. Семушкин³,
Е.А. Семушкина³, М.Ф. Лимонов^{1,2}

¹ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Россия

² Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики,
Санкт-Петербург, Россия

³ Department of Electrical and Computer Engineering Michigan Technological University,
Houghton, Michigan, USA

E-mail: m.rybin@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 9 сентября 2013 г.)

Теоретически исследованы фотонные свойства двумерных периодических структур, образованных бесконечными однородными диэлектрическими цилиндрами, упакованными в квадратную решетку. В зависимости от диэлектрического контраста между цилиндрами и окружающей средой проведены расчеты фотонной зонной структуры, спектров пропускания кристаллов с конечным числом слоев, а также спектров рассеяния Ми на изолированном цилиндре. Расчеты проводились для ТЕ-поляризации. Совокупность полученных данных позволила проанализировать трансформацию фотонных стоп-зон, соответствующих резонансам Брэгга и Ми. Основной эффект заключается в „рокировке“ энергетических позиций брэгговских стоп-зон и стоп-зон Ми. В низкоконтрастных фотонных кристаллах низкочастотную область энергетического спектра определяют брэгговские стоп-зоны, а стоп-зоны Ми располагаются выше по энергии. С увеличением диэлектрического контраста энергия стоп-зон Ми уменьшается, они пересекают область слабо меняющихся в ТЕ-поляризации брэгговских стоп-зон и формируют низкоэнергетическую область спектра.

Работа выполнена при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01).

1. Введение

Диэлектрические фотонные кристаллы (ФК), интенсивно изучавшиеся в последние годы [1], получили второе рождение в связи с формированием нового направления, связанного с исследованием диэлектрических метаматериалов (ММ) [2–11]. Под ММ обычно понимают искусственно созданные структурированные среды, обладающие электромагнитными свойствами, не встречающимися в природе. Как известно, ФК характеризуются пространственной модуляцией диэлектрической проницаемости с периодом порядка рабочей длины волны ($a \sim \lambda$) и коэффициентом преломления $1 < n < 4$ в оптическом диапазоне [1]. В противоположность ФК ММ проявляют ключевые свойства в диапазоне длин волн, который удовлетворяет условию $a < \lambda$. Величина коэффициента преломления n играет определяющую роль в классификации ММ, которая базируется на значениях эффективной диэлектрической (ϵ_{eff}) и магнитной (μ_{eff}) проницаемостей. Классическими ММ [12] считаются структуры с отрицательным коэффициентом преломления, обусловленным отрицательными значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей ($\epsilon_{\text{eff}} < 0$ и $\mu_{\text{eff}} < 0$). Такие структуры обычно содержат металлические элементы и, как следствие, обладают существенными потерями в инфракрасном и оптическом диапазонах. Альтернативой металлосодер-

жащим ММ являются диэлектрические либо полупроводниковые структуры, обладающие высокой диэлектрической проницаемостью. Как было продемонстрировано, структура из упорядоченных диэлектрических цилиндров обладает отрицательной эффективной магнитной проницаемостью в ТЕ поляризации (магнитное поле параллельно оси цилиндра), что связано с резонансами Ми, которые наблюдаются в одиночных цилиндрах [2].

Следует отметить, что в периодических фотонных структурах можно выделить два основных вида резонанса, которые определяют два типа запрещенных фотонных зон (стоп-зон). Во-первых, это макроскопический брэгговский резонанс, обусловленный взаимодействием электромагнитной волны со всей структурой. Брэгговские резонансы были подробно исследованы по спектрам пропускания, отражения и оптической дифракции фотонных кристаллов на основе синтетических опалов [13–21]. Во-вторых, это микроскопический резонанс на отдельном элементе, образующем структуру. В случае двумерных и трехмерных структур, образованных сферами, цилиндрами либо другими телами вращения, — это резонансы Ми. Резонансный характер рассеяния Ми наблюдается в той области спектра, где целое число длин волн совпадает с „оптической длиной“ рассеивающей частицы — величиной порядка $2rn$ (r — радиус частицы, n — показатель преломления). Аналитическое решение задачи о рассеянии электромагнитной волны

на однородном теле вращения (сфера, цилиндр) описывается теорией Ми [22]. В случае цилиндра речь идет о рассеянии в 2D-плоскости, перпендикулярной его оси. Отметим, что переход от рассмотрения 3D-структуры к рассмотрению 2D-структуры или квази-2D-приближения (в частности, основанный на теории групп [32,24]) оказывается эффективным при изучении оптических свойств самых разных объектов, включая полупроводники и высокотемпературные сверхпроводники [25].

Основное различие между структурными характеристиками ФК и диэлектрических ММ состоит в величине контраста диэлектрической проницаемости $\Delta\epsilon$ между образующими элементами и окружающей средой. С ростом $\Delta\epsilon$ резонансы Ми и связанные с ними стоп-зоны Ми существенно сужаются и смещаются из коротковолновой области спектра в длинноволновую. В ТЕ- и ТМ-поляризациях брэгговские стоп-зоны по-разному зависят от контраста $\Delta\epsilon$. Это связано с тем, что дисперсия собственных состояний для ТМ поляризации зависит от Фурье-компоненты диэлектрической проницаемости, в то время как для ТЕ поляризации дисперсия зависит от Фурье-компоненты обратной диэлектрической проницаемости.

Результаты расчетов, известные из литературы [1–5,11,22,26,27], не дают полного представления об изменении оптических свойств фотонных структур в широком спектральном интервале при существенном увеличении $\Delta\epsilon$. В настоящей работе представлена достаточно полная картина рассеяния электромагнитных волн на высококонтрастной двумерной фотонной структуре, образованной бесконечными однородными цилиндрами с вещественной диэлектрической проницаемостью. Для получения этой картины были выполнены следующие вычисления: 1) расчет спектров рассеяния на одиночном цилиндре в области резонансов Ми; 2) расчет фотонной зонной структуры для двумерного фотонного кристалла с квадратной решеткой, образованного бесконечными цилиндрами; 3) расчет спектров пропускания двумерного фотонного кристалла с конечным числом слоев.

2. Резонансное рассеяние Ми на бесконечном цилиндре

Обобщенная теория Ми позволяет найти точное аналитическое решение задачи рассеяния плоской электромагнитной волны на бесконечном изотропном цилиндре радиуса r с вещественной диэлектрической проницаемостью ϵ_1 . Будем считать, что цилиндр находится в воздушной среде с $\epsilon_2 = 1$. Решения для компонент рассеянного поля получаются в виде бесконечных рядов и описываются цилиндрическими коэффициентами Лоренца–Ми a_n и b_n , соответствующими электрическому и магнитному моменту [22]. Мы ограничимся рассмотрением ТЕ-поляризации, в которой вектор электрического поля \mathbf{E} перпендикулярен оси цилиндра z и от нуля отличны

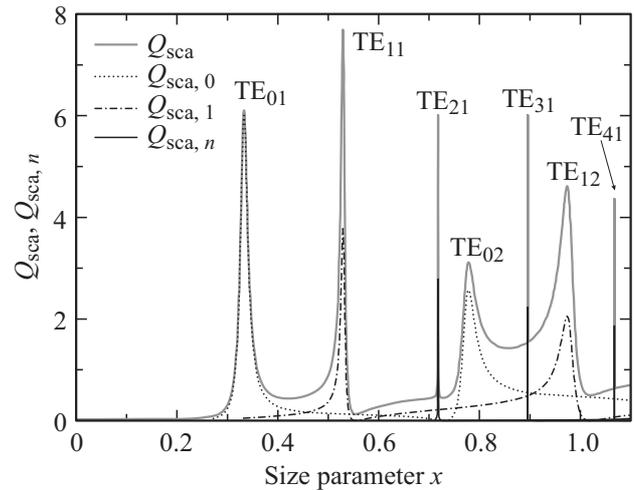


Рис. 1. Спектральная зависимость квадратов модулей коэффициентов Лоренца–Ми $|a_n|^2$, умноженных на $2/x$, и интегрального сечения рассеяния Q_{sca} . Расчет проведен с параметрами $\epsilon_1 = 100$ и $\epsilon_2 = 1$. По оси абсцисс отложен безразмерный параметр $x = r\omega/c = 2\pi r/\lambda$.

компоненты электромагнитного поля E_x , H_y и H_z . При этом рассеяние определяется одним цилиндрическим коэффициентом Лоренца–Ми a_n ($b_n = 0$). Коэффициент Лоренца–Ми a_n вычисляется по формуле

$$a_n = \frac{\epsilon_2 J_n(x\sqrt{\epsilon_2}) \frac{\partial}{\partial r} J_n(x\sqrt{\epsilon_1}) - \epsilon_1 \frac{\partial}{\partial r} J_n(x\sqrt{\epsilon_2}) J_n(x\sqrt{\epsilon_1})}{\epsilon_1 \frac{\partial}{\partial r} H_n^{(1)}(x\sqrt{\epsilon_2}) J_n(x\sqrt{\epsilon_1}) - \epsilon_2 H_n^{(1)}(x\sqrt{\epsilon_2}) \frac{\partial}{\partial r} J_n(x\sqrt{\epsilon_1})}, \quad (1)$$

где безразмерную, пропорциональную частоте величину $x = r\omega/c = 2\pi r/\lambda$ принято называть параметром дифракции. В выражение (1) входят функции Бесселя $J_n(\xi)$ и Ханкеля $H_n^{(1)}(\xi)$. Поле внутри цилиндра описывается коэффициентом, который определяется по формуле

$$d_n = \frac{J_n(x\sqrt{\epsilon_2}) \frac{\partial}{\partial r} H_n^{(1)}(x\sqrt{\epsilon_2}) - H_n^{(1)}(x\sqrt{\epsilon_2}) \frac{\partial}{\partial r} J_n(x\sqrt{\epsilon_2})}{J_n(x\sqrt{\epsilon_1}) \frac{\partial}{\partial r} H_n^{(1)}(x\sqrt{\epsilon_2}) - \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} H_n^{(1)}(x\sqrt{\epsilon_2}) \frac{\partial}{\partial r} J_n(x\sqrt{\epsilon_1})}. \quad (2)$$

В поляризации ТЕ возбуждаются резонансные моды цилиндра, которые принято обозначать как TE_{nk} , где индекс $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ соответствует порядку мультиполя ($n = 0$ — диполь, $n = 1$ — квадруполь, $n = 2$ — октуполь и т.д.), а индекс $k = 0, 1, 2, \dots$ определяет порядок резонанса для каждого n . Эффективность рассеяния электромагнитной волны на собственной моде цилиндра, соответствующей конкретному значению n , определяется как $Q_{sca,n} = \frac{2}{x} |a_n|^2$, причем $Q_{sca,n} = Q_{sca,-n}$. Интегральная характеристика рассеяния выражается в виде $Q_{sca} = \frac{2}{x} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |a_n|^2$ [22].

Рис. 1 демонстрирует спектральные зависимости $Q_{sca,n}$ для дипольной TE_{0k} и мультипольных TE_{nk} мод, а также интегрального сечения Q_{sca} при рассеянии Ми на бесконечном однородном цилиндре с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_1 = 100$, диэлектрическая проницаемость окружающей среды $\epsilon_2 = 1$. Представлены

спектральные зависимости в низкочастотной области спектра, где наблюдаются компоненты TE_{0k} , TE_{1k} , TE_{2k} , TE_{3k} и TE_{4k} . Интенсивность компонент TE_{5k} , TE_{6k}, \dots ($n > 4$) отлична от нуля в более высокочастотном диапазоне ($x > 1.1$). Отметим, что для всех значений n спектры рассеянного цилиндром поля $|a_n|^2$ характеризуются последовательностью асимметричных контуров, расположенных на тех же частотах x , что и собственные Ми моды цилиндра TE_{nk} . Квазипериодическая последовательность резонансов Ми в частотной шкале определяется периодическим характером асимптотик функций Бесселя и Ханкеля, что следует из формул (1), (2).

3. Зонная структура двумерных высококонтрастных фотонных кристаллов

Перейдем теперь к описанию результатов расчета фотонных свойств двумерного кристалла с квадратной решеткой, образованного бесконечными цилиндрами. Считаем, что структура является однородной по оси z и периодической по осям x и y с постоянной квадратной решетки a . Как известно, квадратной 2D-решетке соответствует квадратная зона Бриллюэна с тремя высокосимметричными особыми точками Γ , X и M , которые имеют координаты $k = 0$, $\mathbf{k} = \frac{\pi}{a} \hat{x}$ и $\mathbf{k} = \frac{\pi}{a} \hat{x} + \frac{\pi}{a} \hat{y}$ соответственно [26]. В настоящей работе рассматривается фотонная зонная структура в зависимости от волнового вектора \mathbf{k} , который сканирует направление $\Gamma \rightarrow X$ в первой зоне Бриллюэна. При этом на рис. 2 приведены результаты в расширенной шкале волновых векторов $\Gamma \rightarrow X \rightarrow \Gamma$. Такое представление дает возможность более четко проследить и проанализировать трансформацию фотонных стоп-зон на границе зоны Бриллюэна в точке X .

Если электромагнитная волна распространяется по направлению, перпендикулярному оси цилиндра z , то две ортогональные поляризации не взаимодействуют и моды 2D-ФК разделяются на так называемые поперечные электрические моды ТЕ с компонентами (E_x, E_y, H_z) , для которых электрическое поле поляризовано в плоскости xy , и поперечные магнитные моды с магнитной компонентой в плоскости xy — ТМ (H_x, H_y, E_z) .

Для теоретического исследования особенностей зонной структуры высококонтрастных 2D-ФК мы провели расчет собственных электромагнитных состояний с помощью векторного метода плоских волн в реализации, описанной в [28,29]. Следуя подходу, предложенному в работе [30], магнитное поле в периодической 2D-структуре можно записать в базисе обратного пространства следующим образом:

$$\mathbf{H}_k(\mathbf{r}, t) = \exp(-i(\omega t + \mathbf{k}\mathbf{r})) \sum_{\mathbf{g}} \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}) \mathbf{h}_{\mathbf{k},\mathbf{g}}, \quad (3)$$

где ω — частота колебаний электромагнитного поля, \mathbf{k} — волновой вектор, \mathbf{g} — вектор обратной решетки.

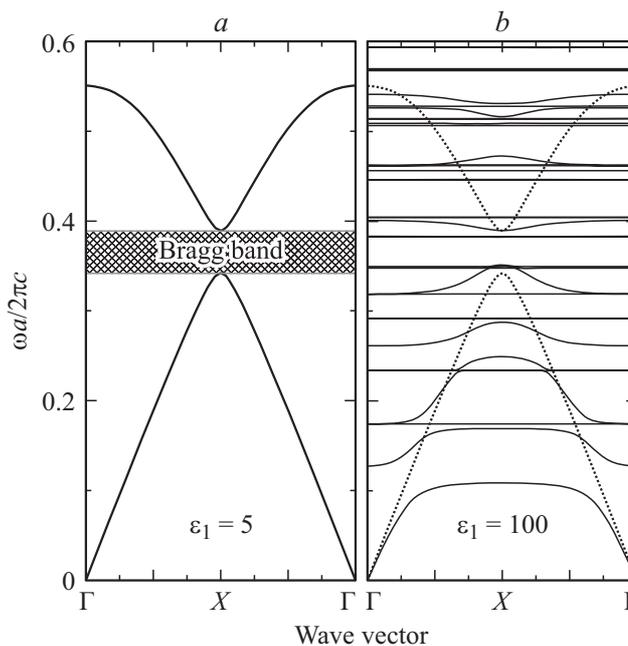


Рис. 2. Фотонная зонная структура 2D-квадратной решетки, образованной бесконечными однородными цилиндрами радиуса $r = 0.35a$ (a — постоянная решетки). Расчет проведен для ТЕ-поляризации и волнового вектора \mathbf{k} , сканирующего направление $\Gamma \rightarrow X \rightarrow \Gamma$ в обратном пространстве. $\epsilon_1 = 5$ (a) и 100 (b), причем на части (b) совмещены зонные структуры для обоих значений ϵ_1 . Окружающая цилиндры среда — воздух, $\epsilon_2 = 1$. По оси ординат отложена безразмерная частота.

Величина $\mathbf{h}_{\mathbf{k},\mathbf{g}}$ обозначает Фурье-компоненту блоховской амплитуды магнитного поля для волнового вектора \mathbf{k} . На основании разложения (3) запишем волновое уравнение для магнитного поля в виде

$$\hat{M} \mathbf{h}_{\mathbf{k}} = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{h}_{\mathbf{k}}. \quad (3)$$

Оператор \hat{M} является положительно полуопределенным эрмитовым с матричными элементами $M_{\mathbf{g}',\mathbf{g}}$, которые в очередь являются операторами — $(\mathbf{g}' + \mathbf{k}) \times \tilde{\epsilon}_{\mathbf{g}'-\mathbf{g}}(\mathbf{g} + \mathbf{k}) \times$, действующим на вектор. Здесь $\tilde{\epsilon}_{\mathbf{g}}$ — Фурье-компонента функции, обратной к диэлектрической проницаемости, c — скорость света в вакууме. Действие оператора \hat{M} на периодическую векторную функцию удобно вычислять с помощью двух быстрых преобразований Фурье [31].

Набор наименьших собственных частот 2D-ФК, являющихся решением задачи (4), рассчитывался с помощью варианта симметричной процедуры Ланцоша [32]. Для ускорения сходимости алгоритма пробное подпространство расширялось с помощью оператора, близкого к \hat{M}^{-1} [33]. Для уменьшения числа плоских волн определялся эффективный тензор диэлектрической проницаемости [31,33] путем вычисления градиента диэлектрической проницаемости методом конечных разностей на мелкой сетке вблизи точки, в которой требуется найти значение этого тензора.

В результате проделанных расчетов были определены зависимости частоты собственных состояний от волнового вектора k для диапазона $0 \leq \bar{\omega} \leq 0.6$ безразмерной частоты, которая определяется как $\bar{\omega} = \omega a / 2\pi c$. Задача на собственные числа решалась с учетом 32×32 плоских волн с помощью разложения (3) по векторам обратной решетки, которые находятся в пределах квадрата, построенного на примитивных векторах обратной решетки (сторона квадрата составляла 32 примитивных вектора обратной решетки). Для вычисления эффективного тензора диэлектрической проницаемости примитивная ячейка разбивалась на 25 600 элементов (с помощью сетки 160×160). Диэлектрическая проницаемость цилиндров, помещенных в воздушное пространство ($\epsilon_2 = 1$), варьировалась в диапазоне $\epsilon_1 = 1-100$ с единичным шагом. На рис. 2 представлены результаты вычислений зонной структуры 2D-ФК с квадратной решеткой, образованной бесконечными цилиндрами радиуса $r = 0.35a$, для двух значений диэлектрической проницаемости $\epsilon_1 = 5$ и 100. Полученные результаты позволяют проанализировать основные особенности модификации фотонной зонной структуры при переходе от низкоконтрастного ФК к высококонтрастной структуре, проявляющей свойства ММ [2]. Такой анализ представлен в следующем разделе.

4. Спектры пропускания и обсуждение результатов

Последним этапом работы были расчеты спектров пропускания 2D-структуры с квадратной решеткой, образованной бесконечными цилиндрами, ориентированными по оси z , при этом число слоев по оси x варьировалось от 1 до 10. Рассматривались поляризации ТЕ и распространение падающего пучка вдоль оси x , что соответствует волновому вектору, ориентированному вдоль направления по $\Gamma \rightarrow X$. Спектры были получены с использованием программного пакета CST Microwave Studio. На рис. 3 приведены спектры пропускания структуры длиной в пять слоев по оси x при трех значениях диэлектрической проницаемости $\epsilon_1 = 5, 25$ и 50. Кроме этих спектров на рис. 3 представлены также обсуждавшиеся выше спектры рассеяния Ми на изолированном цилиндре и фотонная зонная структура 2D-квадратной решетки, образованной цилиндрами. Такая совокупность спектроскопических данных позволяет выявить и обсудить основные особенности трансформации фотонных свойств 2D-решетки при переходе от низкоконтрастного ФК к высококонтрастной структуре со свойствами ММ. Для полноты картины на рис. 4 представлены зависимости резонансных частот Ми ТЕ $_{nk}$ и полуширин соответствующих линий, а также самой низкочастотной (первой) брэгговской стоп-зоны (01) от диэлектрической проницаемости цилиндров в широком диапазоне $\epsilon_1 = 1-100$.

Прежде всего отметим, что положение Ми-резонансов ТЕ $_{nk}$ изолированного цилиндра совпадает с плоскими

фотонными ветвями зонной структуры, что хорошо видно из рис. 3, g, h при $n \geq 1$. Такая же картина наблюдается при всех других значениях ϵ_1 . Можно заключить, что эти ветви соответствуют бездисперсионным ветвям

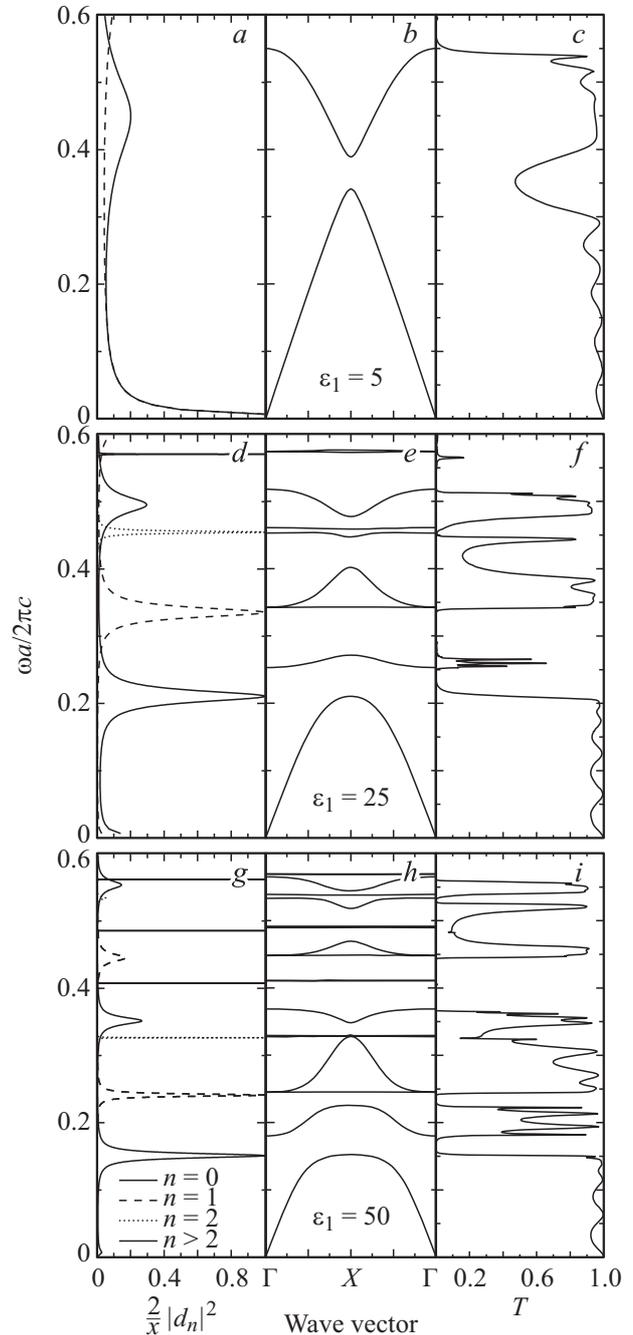


Рис. 3. Спектральные зависимости нормированных квадратов модулей коэффициентов Лоренца–Ми $\frac{2}{x} |d_n|^2$ для резонансов ТЕ $_{nk}$ (a, d, g). Фотонная зонная структура 2D-квадратной решетки, образованной бесконечными цилиндрами радиуса $r = 0.35a$ в воздухе ($\epsilon_2 = 1$), расчет проведен для направления $\Gamma \rightarrow X \rightarrow \Gamma$ в поляризации ТЕ (b, e, h). Спектры пропускания, рассчитанные для 2D-квадратной решетки цилиндров, состоящей из пяти слоев в направлении распространения света x (поляризация ТЕ) (c, f, i). $\epsilon_1 = 5$ ($a-c$), 25 ($d-f$) и 50 ($g-i$).

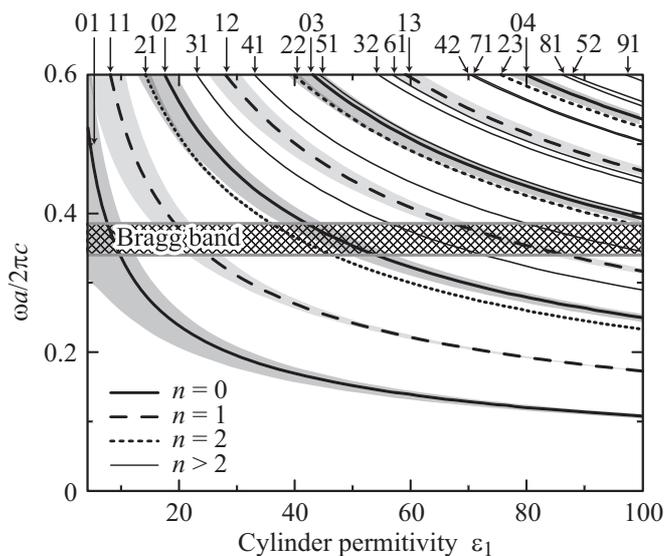


Рис. 4. Зависимости от диэлектрического контраста безразмерной частоты $\omega a/2\pi c$ резонансов Ми (кривые) и ширины резонансов (затемненные области). Заштрихованная область — зависимость ширины брэгговской стоп-зоны (01) от ϵ_1 , полученная линейной экстраполяцией между значениями $\epsilon_1 = 5$ и 100, определенными на основании расчетных данных. Для выделения основных закономерностей поведения фотонных зон на рисунке опущены некоторые особенности поведения нижних зон Ми и Брэгга, описанные ранее в [11].

Ми, т.е. Ми-зоны высокого порядка в кристалле формируются из резонансных состояний цилиндров практически без изменения собственных значений частот. При этом каждой плоской фотонной ветви в спектрах соответствует достаточно узкая полоса непропускания, которую можно охарактеризовать как стоп-зону Ми.

В низкоконтрастных ФК стоп-зоны Ми располагаются заметно выше по энергиям, чем брэгговские стоп-зоны с низкими индексами Миллера (hk). В частности, при $\epsilon_1 = 5$ мода TE_{01} находится на частоте 0.48, а брэгговская стоп-зона расположена в диапазоне частот 0.34–0.39 (значения даны для приведенных частот $\omega a/2\pi c$). Из рис. 4 хорошо видно, что с ростом ϵ_1 частоты стоп-зон Ми монотонно уменьшаются, пересекая при этом брэгговскую стоп-зону (01). В области $\epsilon_1 \approx 10$ –15 стоп-зона Ми TE_{01} пересекает стоп-зону (01) и образует самую низкочастотную запрещенную зону в спектре 2D-периодической структуры цилиндров. При более высоких ϵ_1 следующая по энергии стоп-зона Ми TE_{11} также пересекает брэгговскую стоп-зону (01) и т.д.

Следует отметить, что при большом диэлектрическом контрасте из-за многократного пересечения дисперсионных ветвей точное определение положения и ширины брэгговских стоп-зон на границе зоны Бриллюэна в точке X становится проблематичным. Тем не менее для нашего основного вывода достаточно было установить положение лишь одной самой низкочастотной брэгговской стоп-зоны (01). Как видно из рис. 2, *b*, на котором совмещены две зонные структуры, при $\epsilon_1 = 100$

положение брэгговской стоп-зоны (01) практически не изменилось по отношению к низкоконтрастному случаю $\epsilon_1 = 5$.

5. Заключение

Мы продемонстрировали нетривиальное поведение запрещенных зон при изменении диэлектрического контраста в 2D-периодической структуре, состоящей из бесконечных цилиндров. В периодических фотонных структурах существуют два вида резонансов, которые приводят к появлению стоп-зон в энергетическом спектре собственных состояний. Во-первых, это хорошо известный из литературы, посвященной ФК, брэгговский резонанс, а во-вторых, это резонанс на отдельном элементе структуры. Если периодическая структура образована телами вращения, такими как сферы, эллипсоиды или цилиндры, то их собственные резонансы описываются теорией Ми.

При малом диэлектрическом контрасте, т.е. в случае ФК, низкочастотную область зонной структуры определяют узкие брэгговские стоп-зоны с низкими индексами Миллера: в 2D-структурах — (hk), в 3D — (hkl). Более широкие стоп-зоны, соответствующие TE_{nk} резонансам Ми одиночного цилиндра, располагаются по энергии значительно выше этих брэгговских стоп-зон. Наш анализ продемонстрировал в деталях, какие изменения в фотонной структуре происходят при возрастании контраста ($\epsilon_1 - \epsilon_2$) в поляризации ТЕ. Эти изменения сводятся к своеобразной „рокировке“ запрещенных зон. С увеличением ($\epsilon_1 - \epsilon_2$) стоп-зоны Ми сужаются и смещаются в низкоэнергетическую область, пересекая брэгговские стоп-зоны. Таким образом, при малых значениях ($\epsilon_1 - \epsilon_2$) низкоэнергетическую область определяют узкие брэгговские зоны, а при больших — узкие зоны Ми.

Следует отметить, что наши выводы не ограничиваются случаем двумерных структур, образованных цилиндрами, так как основные зависимости, установленные для запрещенных зон Ми и Брэгга, справедливы для любой периодической структуры, образованной телами вращения.

Авторы благодарят А. А. Каплянско, Ю. С. Кившаря и П. А. Белова за обсуждение и всестороннюю поддержку работы.

Список литературы

- [1] Optical properties of photonic structures: interplay of order and disorder / Eds M.F. Limonov, R.M. De La Rue. CRC Press, Taylor & Francis Group (2012). 566 p.
- [2] S. O'Brien, J.B. Pendry. J. Phys.: Cond. Matter **14**, 4035 (2002).
- [3] K. Vynck, D. Felbacq, E. Centeno, A. Căbuz, D. Cassagne, B. Guizal. Phys. Rev. Lett. **102**, 133 901 (2009).
- [4] E. Kallos, I. Chremmos, V. Yannopoulos. Phys. Rev. B **86**, 245 108 (2012).

- [5] Q. Zhao, J. Zhou, F. Zhang, D. Lippens. *Mater. Today* **12**, 60 (2009).
- [6] E.A. Semouchkina, G.B. Semouchkin, M. Lanagan, C.A. Randall. *IEEE Trans. Micr. Theory Tech.* **53**, 1477 (2005).
- [7] M. Iwasaki, E.A. Semouchkina, G.B. Semouchkin, K.Z. Rajab, C.A. Randall, M.T. Lanagan. *Jpn. J. Appl. Phys.* **45**, 2835 (2006).
- [8] E. Semouchkina. *Metamaterials: classes, properties and applications*. Nova Science Publ. (2010). P. 137–164.
- [9] E. Semouchkina. *Metamaterial*. In *Tech* (2012). P. 91–112.
- [10] F. Chen, X. Wang, E. Semouchkina. *Microwave Opt. Technol. Lett.* **54**, 555 (2012).
- [11] A. Hosseinzadeh, E. Semouchkina. *Microwave Opt. Technol. Lett.* **55**, 134 (2013).
- [12] V.M. Shalaev, A.K. Sarychev. *Electrodynamics of metamaterials*. World Scientific (2007). 260 p.
- [13] V.N. Astratov, V.N. Bogomolov, A.A. Kaplyanskii, A.V. Prokofiev, L.A. Samoilovich, S.M. Samoilovich, Y.A. Vlasov. *Nuovo Cimento D* **17**, 1349 (1995).
- [14] S.G. Romanov, T. Maka, C.M. Sotomayor Torres, M. Müller, R. Zentel, D. Cassagne, J. Manzanares-Martinez, C. Jouanin. *Phys. Rev. E* **63**, 056 603 (2001).
- [15] А.В. Барышев, А.В. Анкудинов, А.А. Каплянский, В.А. Кособукин, М.Ф. Лимонов, К.Б. Самусев, Д.Е. Усвят. *ФТТ* **44**, 1573 (2002).
- [16] А.В. Барышев, А.А. Каплянский, В.А. Кособукин, М.Ф. Лимонов, А.П. Скворцов. *ФТТ* **46**, 1291 (2004).
- [17] E. Palacios-Lidón, B.H. Juárez, E. Castillo-Martinez, C. López. *J. Appl. Phys.* **97**, 63 502 (2005).
- [18] M.V. Rybin, A.V. Baryshev, M. Inoue, A.A. Kaplyanskii, V.A. Kosobukin, V.F. Limonov, A.K. Samusev, A.V. Sel'kin. *Photon. Nanostruct.: Fundam. Applic.* **4**, 146 (2006).
- [19] M.V. Rybin, K.B. Samusev, M.F. Limonov. *Photon. Nanostruct.: Fundam. Applic.* **5**, 119 (2007).
- [20] М.В. Рыбин, К.Б. Самусев, М.Ф. Лимонов. *ФТТ* **49**, 2174 (2007).
- [21] M.V. Rybin, A.V. Baryshev, A.B. Khanikaev, M. Inoue, K.B. Samusev, A.V. Sel'kin, G. Yushin, M.F. Limonov. *Phys. Rev. B* **77**, 205 106 (2008).
- [22] C.F. Bohren, D.R. Huffman. *Absorption and scattering of light by small particles*. Wiley-VCH (1998). 544 p.
- [23] M.F. Limonov, Y.E. Kitaev, A.V. Chugreev, V.P. Smirnov, Y.S. Grushko, S.G. Kolesnik, S.N. Kolesnik. *Phys. Rev. B* **57**, 7586 (1998).
- [24] P. Tronc, Y. Kitaev, G. Wang, M. Limonov, A. Panfilov, G. Neu. *Phys. Status Solidi B* **216**, 599 (1999).
- [25] Y.E. Kitaev, M.F. Limonov, A.G. Panfilov, R.A. Evarestov, A.P. Mirgorodsky. *Phys. Rev. B* **49**, 9933 (1994).
- [26] J. Joannopoulos, S.G. Johnson, J.N. Winn, R.D. Meade. *Photonic crystals: malding the flow of light*. 2nd ed. Princeton Univ. Press (2008). 304 p.
- [27] J.A. Stratton. *Electromagnetic theory*. Wiley (2007). 640 p.
- [28] А.В. Мороз, М.Ф. Лимонов, М.В. Рыбин, К.Б. Самусев. *ФТТ* **53**, 1045 (2011).
- [29] И.И. Шишкин, К.Б. Самусев, М.В. Рыбин, М.Ф. Лимонов, Ю.С. Кившарь, А. Гайдукевичуте, Р.В. Киян, Б.Н. Чичков. *Письма в ЖЭТФ* **95**, 518 (2012).
- [30] K.M. Ho, C.T. Chan, C.M. Soukoulis. *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3152 (1990).
- [31] R.D. Meade, A.M. Rappe, K.D. Brommer, J.D. Joannopoulos, O.L. Alerhand. *Phys. Rev. B* **48**, 8434 (1993).
- [32] D.S. Watkins. *Fundamentals of matrix computations*. 3rd ed. John Wiley & Sons, Inc., N.Y. (2010). 664 p.
- [33] S.G. Johnson, J.D. Joannopoulos. *Opt. Express* **8**, 173 (2001).