Письма в ЖТФ, том 18, вып. 21 12 ноября 1992 г.

01; 06

СТАЦИОНАРНЫЕ ВОЛНЫ В ДВУХСЛОЙНОЙ ДЖОЗЕФСОНОВСКОЙ СТРУКТУРЕ С ПОСТОЯННЫМ СМЕЩЕНИЕМ

Е.В. Зуйкова

Электромагнитные свойства джозефсоновских структур [1], в том числе многослойных [4], представляют теоретический и практический интерес. В настоящей работе рассматриваются особенности стационарного распространения волн в двухслойной полосковой сверхпроводящей структуре с периодическим распределением джозефсоновских контактов в обоих слоях и внешним смещением на них V_1 и V_2 соответственно. Напряжения V_1 и V_2 вызывают джозефсоновские осцилляции с частотами $\Omega_1 = 2eV_1/\hbar$, $\Omega_2 = 2eV_2/\hbar$, которые, как известно [2], могут скомпенсировать диссипативные потери и сделать распространение волны с частотами Ω_1/n и Ω_2/m, стационарным для определенных значений ее амплитуды. В этом случае будет показано, что зависимость амплитуд стационарных волн, распространяющихся в такой структуре, от начальной амплитуды может иметь гистеризисный характер.

Волновое уравнение в одномерном случае при наличии джозефсоновского тока и диссипации имеет вид

$$c^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}E-\mu\varepsilon\frac{\partial^2}{\partial t^2}E=4\pi\mu\frac{\partial}{\partial t}\Big(\sigma E+j_{c_1}\sin\varphi_1(t)+ + j_{c_2}\sin\varphi_2(t)\Big). \quad (1)$$

Будем искать решение в виде бегущей волны с медленно изменяющейся за времена $\max\ (\omega_1^{-1}, \omega_2^{-1})$ амплитудой и фазой:

$$E(x,t)=A(t)\cos(\omega_1 t-k_1x+\theta_1(t))+B(t)\cos(\omega_2 t-k_2x+\theta_2(t)). \quad (2)$$

Такие волны наводят переменное напряжение на переходах толщиной и совместно с V_1 и V_2 определяют поведение сверхпроводящей фазы:

$$\varphi_1(t)=\int\frac{2e}{\hbar}\big(\lambda\cdot E(x,t)+V_1\big)dt+\varphi_{01},$$
$$\varphi_2(t)=\int\frac{2e}{\hbar}\big(\lambda\, E(x,t)+V_2\big)dt+\varphi_{02}, \quad (3)$$

Тогда уравнение (1) сводится к следующему виду:

$$\omega_1\left(\dot{\alpha}_1-\frac{c^2k_1^2}{\mu\varepsilon}\right)a\cos\alpha_1+2\omega_1\dot{\alpha}_1(\dot{a}+\gamma a)\sin\alpha_1+$$
$$+\omega_2\left(\dot{\alpha}_2-\frac{c^2k_2^2}{\mu\varepsilon}\right)b\cos\alpha_2+2\omega_2\alpha_2(\dot{b}+\gamma b)\sin\alpha_2=$$
$$=\Gamma_1^2(\Omega_1+\omega_1 a\cos\alpha_1+\omega_2 b\cos\alpha_2)\cos(\beta_1+a\sin\alpha_1+b\sin\alpha_2)+ \qquad (4)$$
$$+\Gamma_2^2(\Omega_2+\omega_2 a\cos\alpha_1+\omega_2 b\cos\alpha_2)\cos(\beta_2+a\sin\alpha_1+b\sin\alpha_2),$$

где $\alpha_j=\omega_j t-k_j x+\theta_j(t)$, $\beta_j=\Omega_j t+\varphi_{0j}$, $j=1,2$, $\gamma=2\pi\sigma/\varepsilon$ – декримент затухания волн в свободном пространстве; $a(t)=2e\lambda A(t)/\hbar\omega_1$, $b(t)=2e\lambda B(t)/\hbar\omega_2$ – безразмерные амплитуды; $\Gamma_j^2=8\pi e\lambda j c_i/\varepsilon\hbar$ – туннельный фактор джозефсоновской накачки, где амплитуда плотности сверхтока определяется количеством точечных контактов на единичной площади $j_c=1/S\sum_i I_i\,\delta(x-x_i)$.

В дальнейшем будут представлять интерес только волны с частотами Ω_1/n и Ω_2/m, которые вносят определяющий вклад в эволюцию волны [3]. Поэтому в правой части (2) удерживаем лишь резонансные гармоники. В случае $\omega_1\neq l\omega_2$, где l – целое число, получим следующую систему уравнений для безразмерных амплитуд $a(t)$ и $b(t)$ и фаз $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$:

$$\dot{a}(t)=-\left(\gamma-\Gamma_1^2\frac{(-1)^{n-1}n}{\omega_1 a^2}J_n(a)J_0(b)\sin\psi_n\right)a,$$
$$\dot{b}(t)=-\left(\gamma-\Gamma_2^2\frac{(-1)^{m-1}m}{\omega_2 b^2}J_m(b)J_0(a)\sin\psi_m\right)b; \qquad (5)$$

$$\dot{\theta}_1(t)=(\varepsilon\mu\omega_1-ck_1)-\frac{(-1)^{m-1}\Gamma_2^2}{2\omega_2 b}J_m(b)J_1(a)\cos\psi_n+$$
$$+\frac{(-1)^{n-1}\Gamma_1^2}{2\omega_1 a}J_0(b)\left(J_{n-1}(a)-J_{n+1}(a)\right)\cos\psi_n, \qquad (6)$$
$$\dot{\theta}_2(t)=(\varepsilon\mu\omega_2-ck_2)-\frac{(-1)^{n-1}\Gamma^2}{2\omega_1 a}J_n(a)J_1(b)\cos\psi_m+$$
$$+\frac{(-1)^{m-1}\Gamma_2^2}{2\omega_2 b}J_0(a)\left(J_{m-1}(b)-J_{m+1}(b)\right)\cos\psi_m,$$

где $\psi_n\equiv n\alpha_1-\beta_1=n\theta_1(t)-\varphi_{01}-nk_1x_i$, $\psi_m\equiv m\alpha_2-\beta_2=m\theta_2(t)-\varphi_{02}-mk_2x_i$, J – функция Бесселя.

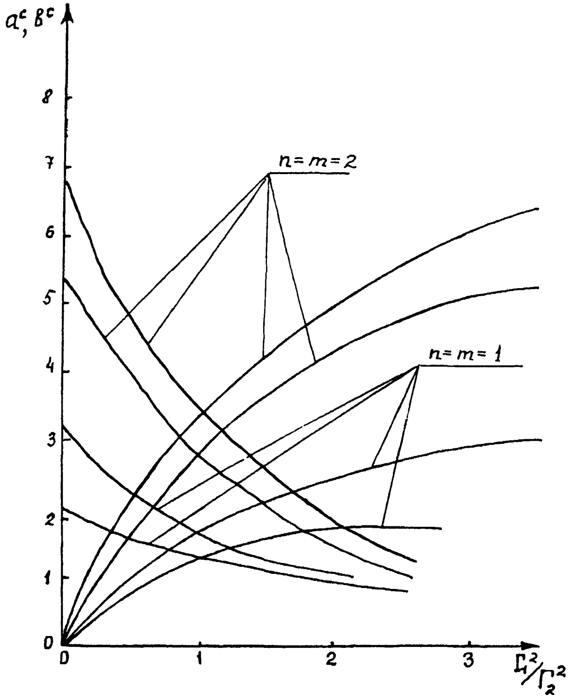

Рис. 1.

Взаимодействие с джозефсоновскими осцилляциями не будет зависеть от текущей координаты, если точечные контакты распределены по периодическому закону $k_1(x_i-x_j)=2\pi l$ и $k_2(x_i-x_j)=2\pi p$ для первого и второго слоев соответственно.

Уравнение фазовой синхронизации (6) имеет стационарные значения при выполнении условий:

$$-1\leq C_{n,m}(a,b)=\frac{2\omega_1 a\left(ck_1-\sqrt{\mu\varepsilon}\,\Omega_1\right)}{(-1)^{n-1}\Gamma_1^2 J_0(b)\left(J_{n-1}(a)-J_{n+1}(a)\right)-(-1)^{m-1}\Gamma_2^2 J_m(b)J_1(a)}\leq 1,$$

(7)

$$-1\leq D_{n,m}(a,b)=\frac{2\omega_2 b\left(ck_2-\sqrt{\mu\varepsilon}\,\Omega_2\right)}{(-1)^{m-1}\Gamma_2^2 J_0(a)\left(J_{m-1}(a)-J_{m+1}(a)\right)-(-1)^{n-1}\Gamma_1^2 J_n(a)J_1(b)}\leq 1.$$

Анализ системы уравнений (5)-(6) показывает, что волна усиливается, когда

$$\frac{n\Gamma_1^2}{\omega_1\gamma a^2}\left(1-C_{n,m}(a,b)\right)^{1/2}J_n(a)J_0(b)\quad\begin{cases}\geq 1, & 0\leq C_{n,m}(a,b)\leq 1,\\ \leq -1, & -1\leq C_{n,m}(a,b)\leq 0\end{cases}$$

(8)

$$\frac{m\Gamma_2^2}{\omega_2\gamma b^2}\left(1-D_{n,m}(a,b)\right)^{1/2}J_m(b)J_0(a)\quad\begin{cases}\geq 1, & 0\leq D_{n,m}(a,b)\leq 1,\\ \leq -1, & -1\leq D_{n,m}(a,b)\leq 0.\end{cases}$$

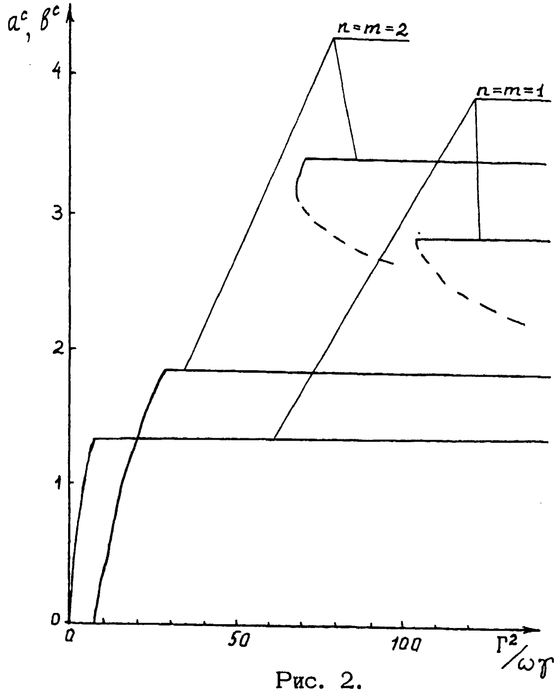

Рис. 2.

По мере распространения волны ее амплитуда достигает стационарного значения при обращении неравенства (8) в равенство.

На рис. 1 изображена зависимость нормированного стационарного значения амплитуд для двух нижних устойчивых ветвей решения системы (5)-(6) и отношения туннельных факторов Γ_1^2/Γ_2^2 для основной частоты джозефсоновских осцилляций и ее первой субгармоники. Как видно, в случае $\Gamma_1^2 \ll \Gamma_2^2$ стационарные значения b^c стремится к значениям, полученным для однослойной линии [2], а значение a^c стремится к нулю. Для случая $\Gamma_1^2/\gamma\omega_1 = \Gamma_2^2/\gamma\omega_2 \equiv \Gamma^2/\gamma\omega$ две нижние устойчивые ветви решения в зависимости от параметра $\Gamma^2/\gamma\omega$ показаны на рис. 2 сплошной линией, а две нижние неустойчивые ветви изображены пунктиром.

Если начальная амплитуда волны, возбуждаемой с частотой $\omega_1 = \Omega_1/n$ или $\omega_2 = \Omega_2/m$ на входе двухслойной джозефсоновской структуры – a_0, то по мере распространения эта волна эволюционирует к своему стационарному виду (2) с частотами ω_1 и ω_2 и амплитудами a^c и b^c, зависимость которых от начальной амплитуды a_0 может иметь гистерезисный характер. При увеличении a_0 амплитуды волны будут соответствовать значениям нижней устойчивой ветви решения (5)-(6) a_1^c и b_1^c, пока a_0 не превысит некоторое значение a_2 выше неустойчивой

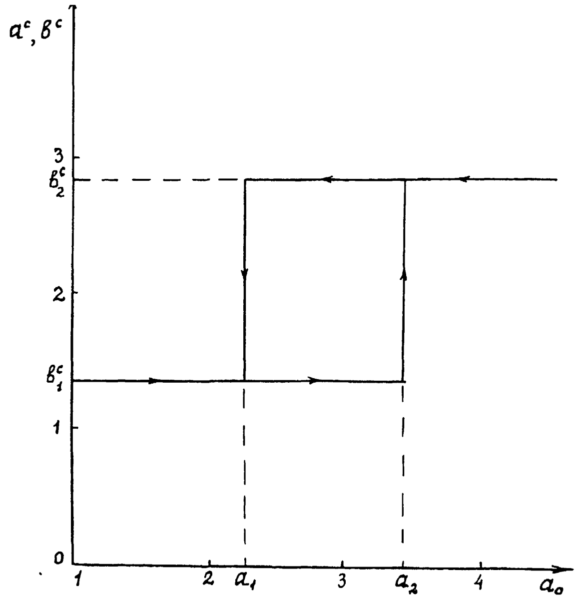

Рис. 3.

ветви, а при уменьшении a_0 от a_2 до некоторого значения a_1 ниже неустойчивой ветви, амплитуды волны будет удерживаться равными a_2^c и b_2^c. На рис. 3 показана эта зависимость для основной частоты джозефсоновских осцилляций при $\Gamma_1^2/\gamma\omega_1 = \Gamma_2^2/\gamma\omega_2 = 150$. Следует отметить, что распространение волн на первой субгармонической частоте возможно лишь при превышении туннельным фактором некоторого порогового значения. Для случая $\Gamma_1^2/\gamma\omega_1 = \Gamma_2^2/\gamma\omega_2$ и характерных значениях в полосковой линии [2] $\omega_1 = 6 \cdot 10^{11}$ с$^{-1}$, $\omega_2 = 6.1 \cdot 10^{11}$ с$^{-1}$, $\mathcal{E} = 10$, $\gamma = 10^8$ с$^{-1}$, $\lambda = 10^{-4}$ см, пороговая плотность тока несколько выше, чем в случае однослойной линии и составляет $j_{c_{1,2}} = 0.9$ мА/см. Как видно из рис. 2, гистерезисный характер зависимостей a^c и b^c от a_0 возможен лишь при плотности тока $j_{c_{1,2}} > 11.3$ мА/см, что может быть реализовано экспериментально, нанося туннельные контакты методом распыления в ВЧ-разряде [4].

Список литературы

[1] Солитены в действии / Под ред. К. Лорена и Э. Скотта. М.: Мир, 1985. С. 185.

[2] Булыженков И.Э., Зуйкова Е.В. // ЖТФ. 1988. Т. 58. В. 12. С. 2404-2405.
[3] Алексеев А.Е., Булыженков И.Э. // Квантовая электроника. 1984. Т. 11. В. 2. С. 334-338.
[4] Shoji A. et al. // Jap. J. of Appl. Phys. 1987. V. 26. N 3 (supplement). P. 1611-1612.

Научно-исследовательский
институт радиофизики
им. А.А. Расплетина,
Москва

Поступило в Редакцию
30 сентября 1992 г.