

01; 10

© 1992

## НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ МАССЫ В СЛОЕ ЭЛЕКТРОНОВ, ВРАЩАЮЩИХСЯ В МЕДЛЕННО МЕНЯЮЩЕМСЯ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В.Л. Б р а т м а н, А.В. П ы л и н

Неустойчивость отрицательной массы (НОМ) обусловлена эффективным притяжением неизохронно колеблющихся электронов-осцилляторов, воздействующих друг на друга своими кулоновскими полями. Эта неустойчивость, первоначально открытая в циклических ускорителях [1, 2], играет важную роль в ряде классических электронных мазеров, в частности, в мазерах на циклотронном резонансе [3-7]. К настоящему времени исследовано влияние собственных полей на группирование частиц и их энергообмен с электромагнитными волнами в рабочем пространстве приборов, где магнитоэстатическое поле мало изменяется. Значительный интерес представляет также вопрос о роли НОМ при формировании потока электронов-осцилляторов в магнетронно-инжекторной пушке - в области адиабатически нарастающего магнитного поля.

Исследуем модельную задачу о НОМ в однородном, но изменяющемся во времени магнитном поле  $H = H_0 f(t) \vec{z}_0$ . Как и в [7], рассмотрим одномерные возмущения плоского тонкого слоя электронов, вращающихся в однородном магнитном поле (рис. 1). В качестве стационарного примем состояние, когда электроны равномерно распределены по начальным фазам и при своем вращении просто замешают друг друга, причем энергии всех частиц одинаковы, а их ведущие центры равномерно распределены в одной плоскости. Изменение  $H$  изменяет циклотронную частоту электронов  $\omega_H = \frac{eH}{mc}$ , и вследствие воздействия индукционного электрического поля скорости вращения частиц  $v_{\perp} = \beta_{\perp} c \sqrt{f}$ , их гирорадиусы  $a = v_{\perp} / \omega_H$  и среднюю концентрацию слоя  $n_{cp} \sim \sqrt{f}$ . Будем считать, что в любой момент времени скорости электронов остаются слаборелятивистскими:  $\beta_{\perp}^2 \ll 1$ , а слой является достаточно разреженным, так что  $\omega_p^2 \ll \omega_H^2$ , где  $\omega_p = \left( \frac{4\pi e^2 n}{m} \right)^{1/2}$ ,  $n$  - концентрация электронов в плоскости симметрии слоя.

При достаточном магнитном поле устойчивость симметричных состояний определяется величиной единственного параметра пространственного заряда  $S = (\omega_p^2 / \omega_H^2) / (\beta_{\perp}^2 / 2)$  [4, 5], равного отношению двух малых параметров. При изменении магнитного поля в соответствии с адиабатическим инвариантом  $S(t) = S_0 [f(t)]^{-5/2}$ , где  $S_0 = S(0)$ .

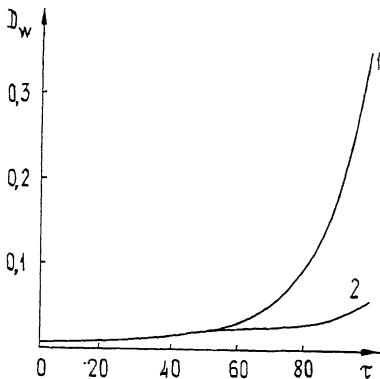
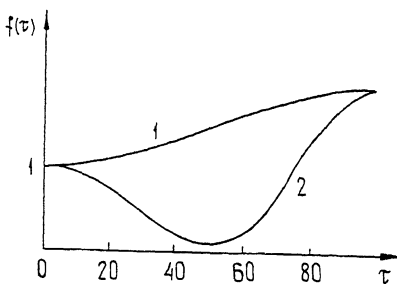


Рис. 1. Разбиение слоя циклотронных осцилляторов на движущиеся элементарные слои.

Пользуясь малостью вращательных скоростей частиц, пренебрежем собственным магнитным и вихревым электрическим полями слоя и учтем лишь перпендикулярное квазикулоновское поле слоев, состоящих из электронов с одинаковыми фазами циклотронного вращения, принадлежащими малому интервалу начальных фаз ( $\psi$ ,  $\psi + d\psi$ ) (см. рис. 1). Частицы каждого из таких слоев вращаются с близкими частотами и, несмотря на изменение магнитного поля, оказывают друг на друга резонансное (накапливающееся) воздействие. Усредняя по циклотронному периоду, рассмотрим вращение одного электрона с начальной фазой  $\psi$ :

$$\frac{d\rho}{d\tau} + i\rho f(\tau)(|\rho|^2 - 1) = \rho \frac{df_1}{d\tau} \frac{1}{2f(\tau)} - i \frac{S_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\rho - \bar{\rho}}{|\rho - \bar{\rho}|} d\psi. \quad (1)$$

Здесь  $\rho = i \frac{\mathcal{B}_\perp(\tau)}{\mathcal{B}_\perp(0)} \exp(i\psi)$  — безразмерный комплексный импульс,  
 $\psi = \bar{\psi} - \int_0^\tau f(\tau') d\tau'$  — фаза,  $\bar{\psi}$  — полярный угол, причем  $\bar{\psi}(0) = \psi$ ,

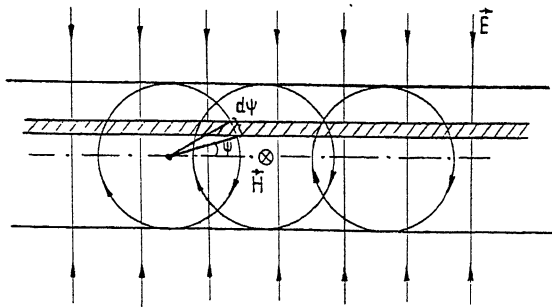


Рис. 2. Управление неустойчивостью отрицательной массы на первой гармонике гирочастоты выбором закона изменения магнитного поля: а – монотонное (1) и немонотонное (2) изменения магнитного поля; б – соответствующие изменения дисперсии энергии частиц  $D\omega$  (начальные условия  $w_1(0)=0$ ,  $\theta_1(0)=0.01 \cos \varphi$ ,  $0 \leq \varphi < 2\pi$ ).

$\tau = \omega_H t$  – безразмерное время. Нелинейность во втором члене левой части (1) обусловлена зависимостью циклотронной частоты электрона от его скорости; первый член в правой части пропорционален силе, действующей на частицу со стороны индукционного электрического поля, а второй – силе со стороны поля пространственного заряда всех остальных частиц (движущихся плоскостями).

В отсутствие пространственного заряда  $S_0 = 0$  решение (1)

$$\rho_0 = \sqrt{f} \exp \left\{ -i \frac{\beta_+^2}{2} \int_0^{\tau} f(f-1) d\tau' \right\}$$

согласуется с адиабатическим инвариантом  $\frac{|\rho|^2}{H} = \text{invar}$ . Заменой переменных  $\xi = \int_0^{\tau} f^2 d\tau$ ,  $\rho = \sqrt{f} q$ , учитывающей этот вариант, уравнение (1) преобразуется к более простому виду, где зависимости всех физических величин от времени сосредоточены в одном переменном параметре пространственного заряда  $S$ .

Представляя импульс в виде  $q = \sqrt{\omega} \exp\{i\psi\}$ , для малых отклонений энергии электрона  $\omega_1(\xi, \varphi)$  и фазы  $\psi_1(\xi, \varphi)$  от стационарных значений получим систему линейных дифференциальных уравнений, решение которой, пользуясь периодичностью по начальным фазам  $\varphi$ , естественно искать в виде ряда по циклотронным гармоникам:

$$\omega_1 = \text{Re} \sum_{-\infty}^{\infty} W_n \exp(-i\Phi_n), \quad \psi_1 = \text{Re} \sum_{-\infty}^{\infty} \theta_n \exp(-i\Phi_n), \quad (2)$$

где  $\Phi_n = K_n S \int_0^{\xi} f^{-5/2} d\xi - n\varphi$ .

Амплитуды  $n$ -ой гармоники удовлетворяют линейным дифференциальным уравнениям

$$\frac{d^2 W_n}{dT^2} - \Omega^2(T) W_n = 0, \quad \theta_n = -\frac{dW_n}{dT}, \quad (3)$$

где  $dT = \frac{d\xi}{f^{5/2}} 2L_n S = \frac{1}{f^{1/2}} d\tau,$

$$\Omega^2(T) = \left[ \left( \frac{1}{\pi} - \frac{M_n}{2} \right) - \frac{f^{5/2}}{S} \right] \frac{1}{2L_n}, \quad (4)$$

положительные коэффициенты  $M_n, L_n, K_n$  получены ранее [7]. Уравнения (3) с медленно меняющейся частотой  $\Omega$  можно решать либо численно, либо методом ВКБ. Как и при постоянном магнитном поле, для гармоник  $n > 2$   $\Omega^2(T)$  отрицательно и нарастание возмущений происходит при любом параметре пространственного заряда; на 1-й и 2-й гармониках для того, чтобы  $\Omega^2(T)$  из отрицательного стало положительным, необходимо выполнение условий  $S/f^{5/2} > 3\pi/2$  или соответственно  $S/f^{5/2} > 3\pi$ . Изменение магнитного поля по определенному закону позволяет, изменяя концентрации и вращательные скорости частиц, управлять неустойчивостью, увеличивая или уменьшая среднее значение инкремента. Например, при типичных для гиротрона малых значениях пространственного заряда  $S$  средний инкремент при монотонном нарастании магнитного поля (кривые 1 на рис. 2) существенно больше, чем при немонотонном его изменении (кривые 2 на рис. 2), когда при уменьшении магнитного поля система проходит через область устойчивости.

Авторы благодарны А.Л. Гольденбергу и Ш.Е. Цимрингу за полезные обсуждения.

#### С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Коломенский А.А., Лебедев А.Н. // Атомная энергия. 1959. Т. 7. В. 6. С. 549-560.
- [2] Nielsen C., Sessler A. // Rev. Sci. Instrum. 1959. V. 7. N 6. P. 80.
- [3] Гапонов А.В., Петелин М.И., Юлпатов В.К. // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10. В. 9-10. С. 1414-1453.
- [4] Ковалев И.С., Кураев А.А., Колосов С.В., Слепьян Г.Я. // ДАН БССР. 1973. Т. 17. В. 5. С. 416-419.

Б р а т м а н В.Л., П е т е л и н М.И. // Изв. вузов. Ра-  
диофизика. 1975. Т. 18. В. 10. С. 1538-1543.

К а н а в е ц В.И., Ч е р е п е н и н В.А. // Изв. вузов.  
Радиоэлектроника. 1975. Т. 20. В. 12. С. 2539-2549.

Б р а т м а н В.Л. // ЖТФ. 1976. Т. 46. В. 10. С. 2030-  
2036.

Поступило в Редакцию

19 июля 1991 г.

В окончательной редакции

6 мая 1992 г.