Письма в ЖТФ, том 18, вып. 6 26 марта 1992 г.

01

ВОЗНИКНОВЕНИЕ УСТОЙЧИВЫХ СОСТОЯНИЙ В НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ, ФОРМИРУЮЩЕЙСЯ В СТОХАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

О.И. Горский, В.А. Дзензерский, В.О. Кулиненко

Известно, что нелинейные системы, действующие в стохастической среде могут проявлять разнообразные свойства в своем поведении. К таким свойствам можно отнести: усреднение динамических переменных или нечувствительность к флуктуациям среды, появление стохастического аналога бифуркации [1], появление стабилизирующей стохастической силы [2], индуцированные шумом переходы [3]. При рассмотрении поведения динамической системы интересуются набором устойчивых состояний, запрещенных в детерминированных условиях. Стохастическая среда, таким образом, играет роль стабилизирующего или дестабилизирующего фактора определяющего вероятностную меру поведения динамической системы.

Представляет интерес проследить в стохастической среде эволюцию динамической системы, которая обладала бы спектром устойчивых состояний (временных, пространственных или структурных), неприводимых к вероятностной мере. В качестве такой динамической системы рассматривается модель ветрогенератора (рис. 1). На контуре 1 (двухпроводная линия) расположены роторы 2 в виде вертушек с постоянными магнитами на лопастях. Количество роторов на единицу длины n. Направление вращения роторов одностороннее. Индукция магнитного поля постоянных магнитов $B = const$, площадь постоянного магнита S. Уравнение потокосцепления в электрическом контуре 1 имеет вид

$$\frac{d}{dt}\left(iL+\sum_{k=1} BS\cos\phi_k\right)+iR=0, \tag{1}$$

где R – погонное сопротивление контура; L – погонная индуктивность контура; ϕ_k – аксиальный угол вращения k-го ротора. На вращающийся k-й ротор действует сила ветра $\zeta_k|\sin\phi_k|$ и тормозящая сила Ампера. Уравнение движения k-го контура имеет вид

$$I\frac{d^2\phi_k}{dt^2}=R_0\zeta_k\left|\sin\phi_k\right|-iBaR_0, \tag{2}$$

где R_0 – радиус размаха лопасти ротора; a – размер постоянного магнита вдоль контура 1; I – момент инерции ротора относительно

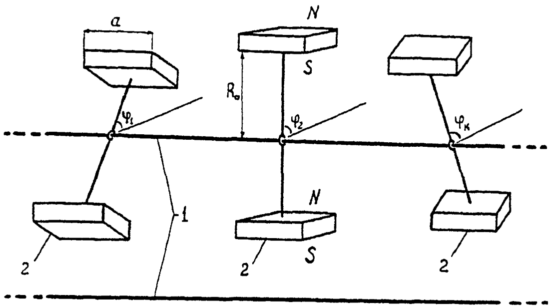

Рис. 1. Схема расчетной динамической модели ветрогенератора.

оси вращения. Начальные условия имеют вид

$$i_{t=0}=0; \quad \phi_{k\,t=0}=\varepsilon_k \; \frac{d\phi_k}{dt}\,t=0=0,$$

где ε_k – случайная фаза в промежутке (0 – 2π).
Сила ветра ζ_k, действуюшая на k-й ротор, выбиралась в виде функции типа белого шума. При этом предполагалась некоррелированность силы ветра, действующей на k-й ротор $\langle\zeta_i(t)\ \zeta_j(t+\Delta t)\rangle=D\delta_{ij}\delta(\Delta t)$.
Односторонность направления вращения роторов задавалась условиями

$$\sin\phi_k > iBa/\zeta_k, \quad k \equiv 1, 2 \dots n. \qquad (3)$$

Нерегулярность силы ветра моделировалась случайным числом ζ_k через промежутки времени, равные 0.001 с, с интенсивностью, не превосходящей F_o. Выбор F_o был обусловлен, стремлением выйти из области хаотических колебаний тока. Расчет и статистическая выборка производилась при следующих параметрах: d=0.2 м, a = =0.02 м, $\mu_o=4\pi\ 10^{-7}$ гн/м, $B=\mu_o H$, $H=8\cdot10^4$ a/m, R_o = =0.1 m, $S=10^{-4}\,m^2$, масса ротора 0.1 кг, $L=\mu_o/\pi\ \left(Ln(d/r_o)+0.25\right)$, r_o=0.004 м. В результате испытаний были установлены следующие закономерности.

1. Существует область изменения случайной силы ζ_k с порогом $F_o\ (n)$, при которой в идеальнопроводящем контуре устанавливается стационарный ток (рис. 2, а).

2. В отличие от детерминированной системе ($\zeta_k=const$, k=1, 2 ... n) переход в стационарное токовое состояние происходит через точку ветвления бифуркационного типа (рис. 2, б). В этой точке могут реализоваться следующие токовые режимы: стационарный ток непредсказуемой величины; квазистационарный ток непредсказуемой величины с малым ($\sim10^{-4}i$) затуханием или нарастанием в течение большого периода (>300 с). При $\zeta_k=const$ стационарное значение тока определяется условиями (3) и выражением

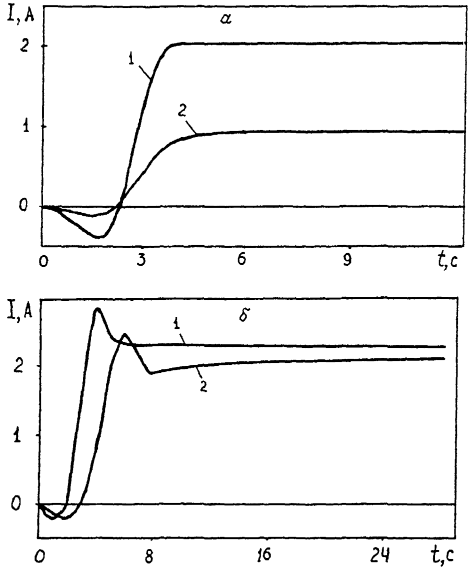

Рис. 2. а) Установление стационарного тока в проводящем контуре с $R=0$ при $F_0=0.4$ н, $n=5$ (кривая 1) и $F_0=0.4$ н, $n=2$ (кривая 2). б) Квазистационарный токовый режим при $F_0=1.5$ н, $n=5$ с затуханием тока (кривая 1) и с нарастанием тока (кривая 2).

$$i=\frac{BS}{L}\sum\left(\cos\varphi_k-\cos\varepsilon_k\right),\qquad \Phi_k=const,\qquad k=1,2\ldots n. \tag{4}$$

В стохастической среде условия (3) могут быть нарушены в любой момент времени, если только стационарный ток не установился для максимально возможного значения ζ_k, равного F_0, что маловероятно. Следовательно, стационарное значение тока устанавливается для конкретных реализаций Φ_k и величина этого тока такова, что обеспечивает выполнение условий (3). Однако одновременная или близкая по времени реализация больших ζ_k для нескольких роторов приводит к частичному нарушению условий (3), что изменяет ток, индуцируемый в контуре. Это изменение тока обоих знаков и наблюдается в расчетах. Увеличение числа роторов уменьшает время перехода к стационарному или квазистационарному состоянию (рис. 2, а), но не влияет на характер изменения тока вблизи равновесного положения. При заданной интенсивности F_0 увеличение числа роторов переводит динамическую систему из области хаотических в область устойчивых стационарных или квазистационарных состояний, независящих от случайного выбора начальных фаз ε_k. Величина тока при этом непредсказуема.

С п и с о к   л и т е р а т у р ы

1] Н и к о л и с Г., П р и г о ж и н И. Познание сложного. М. Мир, 1990. 342 с.
2] Л о г и н о в В.М. // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17. В. 7. С. 74-78.
3] Х о р о т х е м к е В., Л е ф е в р Р. Индуцированные шумом переходы. М.: Мир, 1987. 397 с.

Поступило в Редакцию
26 февраля 1992 г.