

# Релаксация заряда в проводящих диэлектрических пленках с мелкими и глубокими ловушками

© А.А. Барыбин, В.И. Шаповалов

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет (ЛЭТИ),  
197376 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: VISHapovalov@mail.ru

(Поступила в Редакцию 5 июля 2007 г.)

Аналитически решена нестационарная граничная задача релаксации заряда, инжектированного в диэлектрическую пленку, с учетом ее проводимости и захвата носителей ловушками, имеющими конечную скорость разрядки. Выполнен анализ поведения заряда в однозонном и двухзонном режимах релаксации. Общие аналитические выражения дают как частный случай ранее опубликованные результаты. Численные расчеты и анализ известных из литературы экспериментальных данных по электрному состоянию оксидных пленок, осажденных на металлические подложки, подтвердили применимость разработанной модели диэлектрической релаксации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 07-03-00543-а).

PACS: 72.20.Jv, 73.50.Gr

## 1. Введение

Электретный эффект и поведение неравновесных зарядов в диэлектриках стали предметом систематического экспериментального изучения с начала 20-х годов прошлого столетия, хотя много ранее привлекли внимание Фарадея [1] и Хевисайда [2]. Первая теория электретов, феноменологически объясняющая наблюдаемые эффекты, была предложена в 1927 г. Адамсом [3]. В дальнейшем многочисленные экспериментальные работы выдвинули ряд вопросов, приведших к необходимости усовершенствования теории Гроссом [4] и Сванном [5]. Теоретические и экспериментальные исследования электретов были продолжены (см., например, [6–10]) и достигли пика активности в 70-е годы, о чем свидетельствуют многочисленные публикации, например [11–22]. Обсуждение результатов, полученных за прошедшие годы, можно найти в монографиях [23–26]. В последующие годы интерес к данной тематике не угас [27–31], поскольку оставались невыясненными принципиальные вопросы практического применения электретов, в частности для оптической обработки информации [32].

Сложность теоретического анализа электретов вызвана нелинейностью процессов транспорта зарядов в диэлектриках и разнообразием физических условий реализации электретного состояния. Именно это и объясняет многообразие физических моделей разной степени сложности, использованных различными авторами.

Некоторые авторы [6–8, 20, 27] при анализе электретов, следуя модельным представлениям Гросса [4] и Сванна [5], одновременно учитывают как гетерозаряды (фиктивные связанные заряды с плотностью  $\rho_p = -\operatorname{div} \mathbf{P}$ , вызванные внутренней неоднородностью дипольной поляризации  $\mathbf{P}$ ), так и гомозаряды (реальные подвижные заряды с плотностью  $\rho$ , обусловленные сторонней инжекцией в диэлектрик).

Однако в большинстве случаев [9, 11–19, 21, 28–31] рассматривается процесс релаксации только реальных гомозарядов, изначально созданных в приповерхностном слое диэлектрика разными способами (инжекция электронов из контакта [9, 21, 28], поверхностная фотоинжекция [12–14, 29–31], заряд поверхности бомбардировкой быстрыми электронами [11, 13–15, 17] или с помощью коронного разряда [12, 14, 15, 17] и др.). Как правило, планарные структуры с металлизацией одной или двух сторон диэлектрического образца анализируют в режиме разомкнутой цепи (полный ток  $J(t) = 0$ ) [11–13, 16, 18, 21, 28], реже — в режиме короткозамкнутой цепи (приложенное напряжение  $V(t) = 0$ ) [7, 15]. В более общей постановке, исключаемой нами из последующего рассмотрения, изучают также нестационарные инжекционные токи  $J(t) \neq 0$ , протекающие под действием постоянного приложенного напряжения  $V = \operatorname{const}$  [9, 14, 19, 28, 33].

Во всех моделях транспорт неравновесных зарядов в диэлектриках описывают универсальной системой одномерных уравнений, таких как: а) уравнение полного тока в виде суммы тока проводимости (равновесного омического и неравновесного инжекционного), тока смещения и диффузионного тока (последним обычно пренебрегают); б) уравнение Пуассона (или уравнение непрерывности как следствие двух предыдущих уравнений); в) уравнение кинетики процессов зарядки и разрядки ловушек. Решение этой системы уравнений в общей форме возможно лишь численными методами, что и было сделано в некоторых работах [21, 30, 31]. Поэтому для получения решения в аналитической форме многие авторы использовали упрощающие предположения, среди которых: 1) пренебрежение как равновесной проводимостью диэлектрика, так и влиянием ловушек (модель идеального диэлектрика при  $\sigma = 0$  и  $N_t = 0$ ) [11–13, 29, 30]; 2) пренебрежение толь-

ко влиянием ловушек (при  $N_i = 0$  и  $\sigma \neq 0$ ) [18,19]; 3) пренебрежение только равновесной проводимостью диэлектрика (при  $\sigma = 0$  и  $N_i \neq 0$ ) [14–17,21,28,31], при этом рассматриваются разные механизмы заряда и разряда ловушек (мелких и глубоких), что зачастую сильно усложняет анализ.

Нелинейность рассматриваемой задачи не позволяет обобщить частные решения, полученные в рамках указанных приближений, на практически интересный случай одновременного влияния как проводимости, так и ловушек, который до сих пор не имеет аналитического решения. Отдельные результаты численного расчета, приведенные в литературе [9,21,30,31], не могут, однако, сформировать общую физическую картину поведения инжектированного заряда в диэлектриках.

В настоящей работе предлагается способ аналитического решения задачи о релаксации заряда, инжектированного в диэлектрическую пленку на металлической подложке (имеющей потенциал  $V = 0$ ), в режиме разомкнутой цепи (полный ток  $J(t) = 0$ ) с одновременным учетом обоих факторов — проводимости и ловушек, т.е. при  $\sigma \neq 0$  и  $N_i \neq 0$ . Единственное упрощающее предположение связано с использованием предложенной в работе [17] модели глубоких ловушек с быстрой полной зарядкой (deep fast trapping). Для расширения рамок практического применения этой модели нами учтено конечное время жизни зарядов на глубоких ловушках с помощью частотного фактора их разрядки  $\nu \neq 0$  (в [17]  $\nu \equiv 0$ ). Полученное аналитическое решение использовано для численного анализа результатов эксперимента по релаксации электретоного состояния в оксидных пленках алюминия, тантала и ниобия, осажденных на металлических подложках.

## 2. Постановка задачи и исходные уравнения

2.1. Транспортные уравнения, начальное и граничное условия. Пусть диэлектрик характеризуется следующими однородными параметрами: диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ , подвижностью  $\mu$  для инжектированных зарядов, избыточных по отношению к равновесным зарядам, создающим омическую проводимость диэлектрика  $\sigma$ , и коэффициентом диффузии  $D$ . Как было указано ранее, нестационарный одномерный транспорт подвижных зарядов с плотностью  $\rho(x, t)$  в электрическом поле  $E(x, t)$  описывают, во-первых, уравнением полного тока (для единичной площади поперечного сечения)

$$J(t) = \varepsilon \frac{\partial E(x, t)}{\partial t} + \sigma E(x, t) + \mu \rho(x, t) E(x, t) - D \frac{\partial \rho(x, t)}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

состоящего из тока смещения  $J_d(x, t) = \varepsilon \partial E(x, t) / \partial t$ , омического (равновесного) тока проводимости

$J_c^{\text{ohm}}(x, t) = \sigma E(x, t)$ , инжекционного (неравновесного) тока проводимости  $J_c^{\text{inj}}(x, t) = \mu \rho(x, t) E(x, t)$  и диффузионного тока  $J_D(x, t) = -D \partial \rho(x, t) / \partial x$ ; во-вторых: локально-мгновенным уравнением Пуассона

$$\varepsilon \frac{\partial E(x, t)}{\partial x} = \rho(x, t) + \rho_i(x, t) \equiv \rho_\Sigma(x, t), \quad (2)$$

где  $\rho_i(x, t)$  означает плотность заряда, захваченного ловушками. Нуль в правой части (1) соответствует рассматриваемому режиму разомкнутой внешней цепи.

Сложением уравнений (1) и (2), предварительно продифференцированных соответственно по  $x$  и  $t$ , при необходимости можно получить уравнение непрерывности, содержащее суммарные плотности заряда  $\rho_\Sigma(x, t) = \rho(x, t) + \rho_i(x, t)$  и тока  $J_\Sigma(x, t) = J_c^{\text{ohm}}(x, t) + J_c^{\text{inj}}(x, t) + J_D(x, t)$ .

Оценим относительный вклад диффузионного тока, воспользовавшись соотношением Эйнштейна  $D = \mu kT / e = v_T^2 \tau_p$  (где  $v_T = (kT/m)^{1/2}$  — тепловая скорость электрона,  $\tau_p$  — время релаксации импульса, определяющее подвижность в виде  $\mu = (e/m)\tau_p$ )

$$\begin{aligned} \frac{|J_D|}{|J_c^{\text{inj}}|} &\sim \frac{|D\rho/L_m|}{|\mu\rho E|} \sim \frac{kT/m}{\mu E} \frac{\tau_p}{L_m} \sim \frac{v_T}{v} \frac{v_T \tau_p}{L_m} \\ &\sim \sqrt{\frac{\tau_e}{\tau_p}} \frac{v_T \tau_p}{L_m} = \frac{l}{L_m} \ll 1. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь введена так называемая длина остывания  $l = v_T \sqrt{\tau_p \tau_e}$ , содержащая времена релаксации импульса ( $\tau_p$ ) и энергии ( $\tau_e$ ), соотношение между которыми при квазиупругом рассеянии частиц таково, что  $\tau_e / \tau_p \sim v / v_T \ll 1$  (где  $v = \mu E$  — дрейфовая скорость частиц) [34]. Неравенство в формуле (3) является следствием того, что микроскопическая длина остывания  $l$  существенно меньше характерного масштаба  $L_m$  изменения макроскопических величин. Именно это неравенство обосновывает возможность пренебрежения диффузионным током, что обычно и делается практически всеми авторами.

Будем применять уравнения (1) и (2) к диэлектрической пленке толщиной  $L$ , одна сторона которой (при  $x = 0$ ) свободная, а другая (при  $x = L$ ) металлизирована и имеет нулевой потенциал ( $V = 0$ ). Пусть со стороны свободной поверхности в пленку инжектированы заряды с поверхностной плотностью  $Q_0$ , однородно распределенные в слое малой толщины  $h \ll L$  (в пределе  $h \rightarrow 0$ ). Следовательно, начальное условие (при  $t = 0$ ) может быть записано в следующей форме:

$$\rho(x, 0) = \begin{cases} Q_0/h & \text{при } 0 < x < h, \\ 0 & \text{при } h < x < L. \end{cases} \quad (4)$$

Уравнение полного тока (1) при  $J(t) = 0$  (разомкнутая внешняя цепь) и  $D = 0$  (пренебрежение диффузионным

током) обеспечивает на свободной поверхности пленки (при  $x = 0$ ) граничное условие следующего вида:

$$E(0, t) = 0. \quad (5)$$

2.2. Уравнение кинетики ловушек. Транспортные уравнения (1) и (2) должны быть дополнены уравнением, описывающим кинетику заполнения ловушек с учетом в общем случае как захвата подвижных зарядов (для определенности электронов) ловушками, так и разрядки ловушек. Для этого будем использовать привычное описание моноэнергетических ловушек с помощью известного кинетического уравнения [33,35]

$$\frac{\partial n_t}{\partial t} = \alpha n_f (N_t - n_t) - \beta n_t. \quad (6)$$

Здесь  $n_t$  — концентрация электронов в локализованном состоянии на ловушках, однородно распределенных по толщине пленки с объемной плотностью  $N_t$ , а  $n_f$  — концентрация свободных электронов, дрейфующих под действием электрического поля по делокализованным состояниям с подвижностью  $\mu_f$ . Кинетические коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  феноменологически учитывают соответственно захват электронов и разрядку ловушек. Введением эффективных времен релаксации  $\tau_{fr} = 1/\alpha N_t$  и  $\tau_{tr} = 1/\beta$ , определяющих средние времена пребывания электронов соответственно в свободном (делокализованном) и локализованном состояниях, уравнение (6) удобно переписать в виде

$$\frac{\partial n_t}{\partial t} = \frac{n_f}{\tau_{fr}} \left( 1 - \frac{n_t}{N_t} \right) - \frac{n_t}{\tau_{tr}}. \quad (7)$$

Для различения мелких и глубоких ловушек воспользуемся известной формулой из статистики заполнения моноэнергетических ловушек [33,35]

$$\frac{n_t}{N_t} = \left[ 1 + \frac{1}{g} \exp\left(\frac{E_t - E_F}{kT}\right) \right]^{-1}, \quad (8)$$

где  $E_t$  — энергетический уровень ловушки с кратностью спинового вырождения  $g$  и  $E_F$  — квазиуровень Ферми.

Мелкие ловушки располагаются выше квазиуровня Ферми достаточно близко к краю зоны проводимости  $E_c$ , так что  $E_F < E_t \lesssim E_c$ , в результате чего второе слагаемое в прямых скобках формулы (8) становится много больше единицы. Отсюда следует, что  $n_t \ll N_t$ , т.е. ловушки далеки от их возможного полного заполнения. В этом случае кинетическое уравнение (7) принимает следующий вид:

$$\frac{\partial n_t}{\partial t} = \frac{n_f}{\tau_{fr}} \left( 1 - \frac{n_t}{n_f} \frac{\tau_{fr}}{\tau_{tr}} \right).$$

Отсюда получаем, что стационарное заполнение мелких ловушек обеспечивается при условии

$$\frac{\tau_{tr}}{\tau_{fr}} = \frac{n_t}{n_f} \equiv \theta \quad \text{при} \quad n_t = \theta n_f. \quad (9)$$

Это позволяет вместо свободных электронов (имеющих концентрацию  $n_f$  и дрейфующих по делокализованным состояниям с подвижностью  $\mu_f$ ) ввести в рассмотрение квазисвободные электроны с концентрацией  $n = n_f + n_t \equiv n_f(1 + \theta) > n_f$  и с эффективной дрейфовой подвижностью  $\mu = \mu_f/(1 + \theta) < \mu_f$ . Именно такая ситуация с мелкими ловушками и квазисвободными электронами была рассмотрена в работах [9,21,36].

Глубокие ловушки расположены ниже квазиуровня Ферми, так что для них в силу неравенства  $E_t < E_F$  второе слагаемое в прямых скобках формулы (8) становится много меньше единицы. Отсюда следует, что  $n_t > N_t$ , т.е. ловушки практически полностью заполнены. В этом случае кинетическое уравнение (7) принимает следующий вид:

$$\frac{\partial n_t}{\partial t} = -\nu n_t, \quad (10)$$

где вместо времени релаксации  $\tau_{tr}$  введена частота разрядки глубоких ловушек  $\nu = 1/\tau_{tr} \equiv \beta$ . Обращение в нуль скобки в правой части (7) при  $n_t = N_t$  позволяет считать величину  $\tau_{fr}$ , выражающую скорость захвата заряда ловушкой, очень малой. Это означает, что глубокие ловушки полностью заряжаются за очень короткое время. Именно такая модель ловушек с быстрым зарядом (но при  $\nu = 0$ ) была предложена в [17].

Таким образом, приведенные выше транспортные уравнения (1) и (2) содержат заряд  $\rho$ , переносимый квазисвободными носителями с эффективной подвижностью  $\mu = \mu_f/(1 + \theta)$ , учитывающей вклад мелких ловушек, а неподвижный заряд  $\rho_t$  учитывает вклад только глубоких ловушек с быстрой (теоретически мгновенной) зарядкой. Тогда

$$\rho(x, t) = qn(x, t) \quad \text{и} \quad \rho_t(x, t) = qn_t(x, t),$$

где элементарный заряд  $q = \pm e$  для дырок и электронов соответственно.

На основании уравнения (10) заряд на глубоких ловушках записываем как изменяющийся во времени по экспоненциальному закону

$$\rho_t(t) = qN_t \exp(-\nu t); \quad (11)$$

при этом координатная зависимость отсутствует из-за однородного распределения незаряженных ловушек ( $N_t(x) = \text{const}$ ).

### 3. Аналитическое решение нестационарной граничной задачи

Подставляя плотность заряда  $\rho(x, t)$  из уравнения (2) в (1), с учетом (11) получаем искомое нелинейное уравнение для электрического поля следующего вида:

$$\frac{\partial \ln E}{\partial t} + \mu \frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\exp(-\nu t)}{\tau_t} - \frac{1}{\tau_d}, \quad (12)$$

где введены два времени релаксации — диэлектрическое (максвелловское) время  $\tau_d = \varepsilon/\sigma \equiv \varepsilon/qn_0\mu$  и ловушечное время  $\tau_t = \varepsilon/qN_t\mu$ .

По методу разделения переменных представляем искомое поле  $E(x, t)$  в форме

$$E(x, t) = X(x)T(t). \quad (13)$$

Тогда уравнение (12) распадается на два уравнения — для координатной функции  $X(x)$  и обратной функции времени  $T^{-1}(t)$ :

$$\frac{dX(x)}{dx} = \frac{\lambda}{\mu}, \quad (14)$$

$$\frac{dT^{-1}(t)}{dt} + \left( \frac{\exp(-\nu t)}{\tau_t} - \frac{1}{\tau_d} \right) T^{-1}(t) = \lambda, \quad (15)$$

где  $\lambda$  — искомая постоянная разделения.

Нетрудно убедиться в том, что подстановка результатов интегрирования уравнений (14) и (15) в (13) дает следующее выражение для электрического поля:

$$E(x, t) = \frac{(\lambda/\mu)x + C_1}{\lambda \int_0^1 f(t') \exp(-t'/\tau_d) dt' + C_2} f(t) e^{-t/\tau_d}, \quad (16)$$

где введена вспомогательная функция времени

$$f(t) = \exp\left(\frac{1 - \exp(-\nu t)}{\nu \tau_t}\right) \rightarrow e^{t/\tau_t} \quad \text{при } \nu \rightarrow 0. \quad (17)$$

Из нулевого граничного условия (5) получаем  $C_1 = 0$ . Тогда из (16) следует выражение для производной по  $x$  при  $t = 0$

$$\frac{\partial E(x, 0)}{\partial x} = \frac{\lambda}{\mu C_2},$$

необходимое для нахождения константы интегрирования  $C_2$ . С этой целью записываем по аналогии с (2) уравнение Пуассона при  $t = 0$ , используя начальное условие (4)

$$\frac{\partial E(x, 0)}{\partial x} = \frac{Q_0/h}{\varepsilon}.$$

Из сравнения двух приведенных выше производных получаем  $C_2 = (\lambda/\mu)(\varepsilon h/Q_0)$ . Тогда формула (16) принимает вид

$$E(x, t) = Q_0 x \frac{f(t) \exp(-t/\tau_d)}{\mu Q_0 \int_0^1 f(t') \exp(-t'/\tau_d) dt' + \varepsilon h}.$$

Отсюда в предельном случае бесконечно тонкого слоя инжектированного заряда (при  $h \rightarrow 0$ ) получаем искомое выражение для электрического поля, записанное в виде

$$E(x, t) = E_0 \frac{x}{x_f(t)} e^{-t/\tau_d}. \quad (18)$$

Здесь  $E_0 = Q_0/\varepsilon$  означает однородное электрическое поле, возникшее в диэлектрической пленке в начальный момент времени ( $t = 0$ ) по аналогии с полем плоского конденсатора, созданного зарядом  $Q_0$ , нанесенным на свободную границу (при  $x = 0$ ), и зарядом  $-Q_0$ ,

наведенным на металле (при  $x = L$ ). В знаменателе выражения (18) стоит ширина  $x_f$  области, занятой движущимися зарядами, передний фронт которых в момент времени  $t$  занимает положение

$$x_f(t) = La(t) \leq L \quad \text{при } a(t) \leq 1. \quad (19)$$

Формула (19) содержит универсальную функцию времени  $a(t)$ , определяющую динамику процесса релаксации инжектированного заряда, в форме

$$a(t) = \frac{1}{\tau_0 f(t)} \int_0^1 f(t') \exp(-t'/\tau_d) dt' \\ \equiv \frac{1}{\tau_0 g(t)} \int_0^1 g(t') \exp(-t'/\tau_d) dt', \quad (20)$$

где вместо функции  $f(t)$  в виде (17) может быть также использована функция

$$g(t) = \exp\left(-\frac{\exp(-\nu t)}{\nu \tau_t}\right) \equiv f(t) \exp(-1/\nu \tau_t). \quad (21)$$

Как увидим далее, входящая в выражение (20) величина  $\tau_0$ , определенная как

$$\tau_0 = \frac{L}{\mu E_0}, \quad (22)$$

выражает время достижения инжектированным зарядом границы  $x = L$  для идеального диэлектрика (имеющего  $\sigma = 0$  и  $N_t = 0$ ).

Решение уравнения (12) в форме (18) справедливо лишь для области  $0 < x < x_f(t)$ , внутри которой существует суммарный (квазисвободный и захваченный глубокими ловушками) заряд  $\rho_\Sigma(x, t)$ . Вне этой области, т.е. при  $x_f(t) < x < L$ , где  $\rho(x, t) = \rho_i(x, t) = 0$ , электрическое поле, согласно (2), является пространственно однородным, а его зависимость от времени, описываемая уравнением (1) при  $\rho(x, t) = 0$ , имеет вид

$$E(t) = E_0 \exp(-t/\tau_d). \quad (23)$$

Затухание электрического поля вызвано тем фактом, что в области перед движущимся зарядовым пакетом протекает омический ток проводимости  $J_c^{\text{ohm}} = \sigma E$ , который уносит заряды из пакета на металлический контакт и обеспечивает тем самым максвелловское затухание как заряда, так и поля с постоянной времени  $\tau_d = \varepsilon/\sigma$ .

Распределение электрического поля в виде (18) и (23) позволяет найти плотность суммарного заряда  $\rho_\Sigma(x, t)$  из уравнения Пуассона (2) и рассчитать потенциал свободной поверхности пленки относительно заземленного металла (при  $x = L$ ) по формуле

$$V(t) = \int_0^L E(x, t) dx. \quad (24)$$

Результаты подобных расчетов приводят к следующим выражениям для этих величин:

$$E(x, t) = \begin{cases} E_0 \frac{x}{L} \frac{\exp(-t/\tau_d)}{a(t)} & \text{при } 0 < x < x_f(t), \\ E_0 \exp(-t/\tau_d) & \text{при } x_f(t) < x < L; \end{cases} \quad (25)$$

$$\rho_\Sigma(x, t) = \begin{cases} \frac{Q_0}{L} \frac{\exp(-t/\tau_d)}{a(t)} & \text{при } 0 < x < x_f(t), \\ 0 & \text{при } x_f(t) < x < L; \end{cases} \quad (26)$$

$$V(t) = V_0 [1 - a(t)/2] \exp(-t/\tau_d) \quad \text{и} \quad V_0 = E_0 L. \quad (27)$$

Формулы (25)–(27) справедливы до тех пор, пока фронт заряда  $x_f$  не достигнет металлического контакта при  $x = L$ . Согласно (19), это происходит в момент  $t_L$ , когда

$$x_f(t_L) = L \quad \text{или} \quad a(t_L) = 1. \quad (28)$$

Следовательно, формулы (25)–(27) применимы лишь в пределах временного интервала  $0 < t < t_L$ , называемого в литературе зоной I [12–14,18,21].

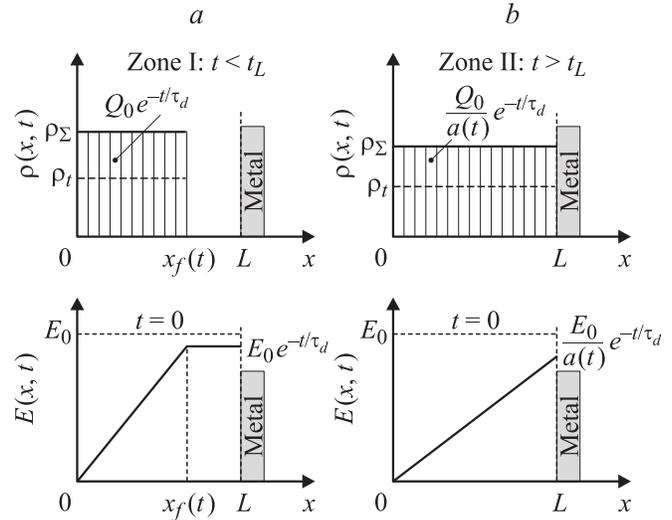
Для последующих моментов времени  $t_L < t < \infty$ , соответствующих зоне II, в которой отсутствует движущийся фронт заряда, т.е.  $x_f(t > t_L) \equiv L$ , расчеты, аналогичные приведенным выше, дают следующие выражения для поля, заряда и потенциала:

$$E(x, t) = E_0 \frac{x}{L} \frac{\exp(-t/\tau_d)}{a(t)} \quad \text{при } 0 < x < L, \quad (29)$$

$$\rho_\Sigma(x, t) = \frac{Q_0}{L} \frac{\exp(-t/\tau_d)}{a(t)} \quad \text{при } 0 < x < L, \quad (30)$$

$$V(t) = \frac{V_0}{2} \frac{\exp(-t/\tau_d)}{a(t)}. \quad (31)$$

Таким образом, распределение суммарного заряда  $\rho_\Sigma(x, t) = \rho(x, t) + \rho_t(x, t)$  является ступенчато-однородным для зоны I (формула (26) описывает две области по  $x$ ) и однородным по всей пленке для зоны II (формула (30) не содержит зависимости от  $x$ ). Соответственно электрическое поле  $E(x, t)$  для обеих зон линейно изменяется в областях с ненулевой плотностью суммарного заряда, где формулы (25) и (29) содержат линейную зависимость от  $x$ . Такая картина пространственного распределения плотности заряда и поля качественно показана на рис. 1, *a* для временного интервала  $0 < t < t_L$ , соответствующего зоне I, и на рис. 1, *b* — для зоны II при  $t_L < t < \infty$ . На верхних рисунках показано, кроме суммарного заряда  $\rho_\Sigma(x, t)$ , также распределение  $\rho_t(x, t) = qN_t \exp(-vt)$  зарядов, захваченных глубокими ловушками, которое вдоль оси  $x$  совпадает с распределением квазисвободных зарядов  $\rho(x, t)$ . Дело в том, что в рамках рассматриваемой модели ловушки очень быстро (теоретически мгновенно) заряжаются, и фронт из зарядки движется синхронно с фронтом свободных носителей, создавая единый зарядовый фронт, подчиняющийся соотношениям (19) и (28). В противном



**Рис. 1.** Распределение плотности заряда и электрического поля по толщине диэлектрической пленки для двух интервалов времени ( $0 < t < t_L$  и  $t_L < t < \infty$ ), соответствующих зоне I (a) и зоне II (b).

случае, как показывают численные расчеты [16,21], эти два распределения изменяются по разным законам.

Как видно из рис. 1, *a*, в зоне I полный заряд  $Q_\Sigma(t) \equiv \rho_\Sigma(x, t)x_f(t) = Q_0 \exp(-t/\tau_d)$  и электрическое поле на металле  $E(L, t) = E_0 \exp(-t/\tau_d)$  затухают по закону максвелловской релаксации (см. (25), (26)). В зоне II для тех же величин имеем  $Q_\Sigma(t) = Q_0 \exp(-t/\tau_d)/a(t)$  и  $E(L, t) = E_0 \exp(-t/\tau_d)/a(t)$  (см. (29), (30) и рис. 1, *b*). Здесь в дополнение к максвелловской релаксации вступает в действие механизм стекания заряда в электронный резервуар металлического контакта, что учитывается функцией  $a(t)$ , стоящей в знаменателе этих выражений.

#### 4. Анализ поведения инжектированного заряда во времени

Из приведенных выше формул видно, что функция  $a(t)$ , введенная в интегральной форме (20), является универсальной характеристикой процесса релаксации инжектированного заряда. Действительно, именно она определяет в обеих зонах I и II временную зависимость для всех физически важных величин —  $E(x, t)$ ,  $\rho_\Sigma(x, t)$ ,  $V(t)$  (совместно с затухающей максвелловской экспонентой  $\exp(-t/\tau_d)$ ), а также положение  $x_f(t)$  зарядового фронта (см. (19)) и скорость его движения в зоне I, равную

$$v_f(t) \equiv \frac{dx_f(t)}{dt} = v_0 b(t). \quad (32)$$

Здесь введена скорость  $v_0 = \mu E_0$  движения фронта зарядов для идеального диэлектрика (имеющего  $\sigma = 0$  и

$N_t = 0$ ), а также „скоростная“ функция времени

$$b(t) \equiv \tau_0 \frac{da(t)}{dt} = \exp(-t/\tau_d) - \frac{\tau_0}{\tau_t} a(t) \exp(-\nu t), \quad (33)$$

полученная дифференцированием общего выражения (20).

Интегральная форма (20) для  $a(t)$ , включающая функцию  $g(t)$  вида (21), может быть преобразована к форме, содержащей табулированную неполную гамма-функцию (см. формулу 8.350.1 в [37]),

$$\gamma(\alpha, z) = \int_0^z e^{-t} t^{\alpha-1} dt \quad \text{при} \quad \text{Re } \alpha > 0. \quad (34)$$

С помощью неполной гамма-функции (34) функция  $a(t)$  принимает следующий вид:

$$a(t) = \frac{\tau_t}{\tau_0} z^{1-\alpha} e^{u(t)} [\gamma(\alpha, z) - \gamma(\alpha, u(t))], \quad (35)$$

где введены обозначения

$$z = 1/\nu\tau_t, \quad \alpha = 1/\nu\tau_d,$$

$$u(t) = \exp(-\nu t)/\nu\tau_t \equiv z \exp(-\nu t). \quad (36)$$

Поскольку  $u(t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ , из выражения (35) получаем, что функция  $a(t)$  в самом общем случае (при  $\sigma \neq 0, N_t \neq 0, \nu \neq 0$ ) имеет предельное значение

$$\begin{aligned} a_\infty &\equiv a(\infty) = \frac{\tau_t}{\tau_0} z^{1-\alpha} \gamma(\alpha, z) \\ &\equiv \frac{\tau_t}{\tau_0} z^{1-\alpha} \int_0^z e^{-t} t^{\alpha-1} dt, \end{aligned} \quad (37)$$

которое для частного случая  $\nu\tau_d = 1$ , представляющего в дальнейшем интерес, равняется

$$a_{\nu\infty} = \frac{\tau_t}{\tau_0} [1 - \exp(-\tau_d/\tau_t)], \quad (38)$$

где нижний индекс  $\nu\infty$  отражает тот факт, что  $\nu = 1/\tau_d$  и  $t \rightarrow \infty$ .

Существенное упрощение достигается в пренебрежении разрядкой глубоких ловушек ( $\nu = 0$ ), когда функция  $a(t)$  в форме (20) или (35) и функция  $b(t)$  в форме (33) принимают достаточно простой вид (нижний индекс 0 отражает  $\nu = 0$ )

$$a_0(t) = \frac{\tau_{\text{eff}}}{\tau_0} [1 - \exp(-t/\tau_{\text{eff}})] \exp(-t/\tau_d), \quad (39)$$

$$\begin{aligned} b_0(t) &= \exp(-t/\tau_d) - \frac{\tau_0}{\tau_t} a_0(t) \\ &= \left\{ 1 - \frac{\tau_{\text{eff}}}{\tau_t} [1 - \exp(-t/\tau_{\text{eff}})] \right\} \exp(-t/\tau_d), \end{aligned} \quad (40)$$

где введено эффективное время релаксации, такое что

$$\tau_{\text{eff}}^{-1} = \tau_t^{-1} - \tau_d^{-1} > 0 \quad \text{или} \quad < 0. \quad (41)$$

Выражения (39) и (40) справедливы как при  $\tau_t < \tau_d$  (когда  $\tau_{\text{eff}} > 0$ ), так и при  $\tau_t > \tau_d$  (когда  $\tau_{\text{eff}} < 0$ ). Однако при  $\tau_t \rightarrow \tau_d$  (когда  $|\tau_{\text{eff}}| \rightarrow \infty$ ) они принимают вид

$$a_0(t) = (t/\tau_0) \exp(-t/\tau_d), \quad (42)$$

$$b_0(t) = (1 - t/\tau_d) \exp(-t/\tau_d). \quad (43)$$

Более того, выражения (39) и (40), справедливые при  $\nu = 0$ , еще более упрощаются и принимают форму, приведенную в литературе другими авторами, если в них последовательно пренебрегать проводимостью и ловушками (идеальный диэлектрик) или только ловушками, или только проводимостью. Тогда

$$\begin{aligned} a_0(t) &= \\ &= \begin{cases} t/\tau_0 & \text{при } \sigma = 0, N_t = 0 \text{ [11, 12]}, \\ (\tau_d/\tau_0)[1 - \exp(-t/\tau_d)] & \text{при } \sigma \neq 0, N_t = 0 \text{ [18]}, \\ (\tau_t/\tau_0)[1 - \exp(-t/\tau_t)] & \text{при } \sigma = 0, N_t \neq 0 \text{ [17]}; \end{cases} \end{aligned} \quad (44)$$

$$b_0(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } \sigma = 0, N_t = 0, \\ \exp(-t/\tau_d) & \text{при } \sigma \neq 0, N_t = 0, \\ \exp(-t/\tau_t) & \text{при } \sigma = 0, N_t \neq 0. \end{cases} \quad (45)$$

В выражениях (44) указаны ссылки на статьи, формулы в которых получаются из приведенных выше выражений (25)–(31) после подстановки в них вместо  $a(t)$  соответствующего равенства для  $a_0(t)$  из формулы (44).

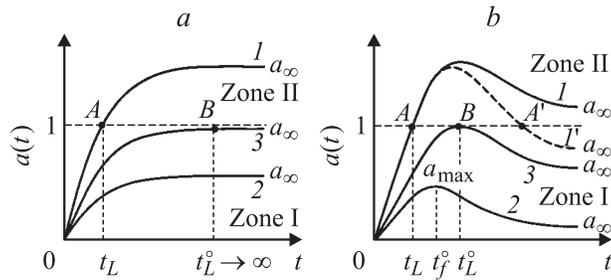
Предельные значения  $a_0(\infty)$ , получаемые из (39), (42) и (44) при  $t \rightarrow \infty$ , равняются

$$a_{0\infty} = \begin{cases} \infty & \text{при } \sigma = 0, N_t = 0, \\ \tau_d/\tau_0 & \text{при } \sigma \neq 0, N_t = 0, \\ \tau_t/\tau_0 & \text{при } \sigma = 0, N_t \neq 0, \\ 0 & \text{при } \sigma \neq 0, N_t \neq 0, \end{cases} \quad (46)$$

где нижний индекс  $0\infty$  отражает тот факт, что  $\nu = 0$  и  $t \rightarrow \infty$ .

В идеальном диэлектрике (первая строка в формулах (44)–(46)) фронт заряда движется в соответствии с (32) при  $b(t) = 1$ , имея постоянную скорость  $v_0 = \mu E_0$ . Он достигает металла, согласно условию (28), в момент времени  $t_L = \tau_0 \equiv L/v_0$  (см. (22)), когда  $a_0(t_L) = 1$ . Вплоть до этого момента начальный инжектированный заряд  $Q_0$  оставался неизменным, и лишь при  $t \geq t_L = \tau_0$  (в зоне II) он начинает стекать в металлический контакт. Следовательно, в модели идеального диэлектрика обязательно реализуются обе зоны релаксации — зона I (при  $0 < t < t_L$ ) и зона II (при  $t_L < t < \infty$ ).

Подобная идеализация диэлектрической среды является далекой от реальности. Поэтому надо учесть влияние релаксационных характеристик диэлектрика, таких



**Рис. 2.** Качественный ход функций  $a(t)$  с насыщением (а) и с максимумом (б), поясняющий однозонный и двухзонный режимы релаксации.

как  $\tau_d, \tau_i$  и  $\nu$ . С учетом этих факторов материальные параметры нелинейной среды могут обеспечивать такую физическую ситуацию, при которой процесс релаксации протекает либо в обеих временных зонах I и II, либо только в зоне I (существующей в течение бесконечного промежутка времени  $0 < t < \infty$ ), а зона II при этом вообще недостижима.

Дело в том, что в зависимости от сочетания параметров среды функция  $a(t)$  (в том числе и  $a_0(t)$ ) может иметь два вида — либо с насыщением, либо с максимумом, как показано на рис. 2, а и б соответственно. При этом режим с насыщением имеет место в тех случаях, когда максимальное значение  $a_{\max}$  функции  $a(t)$  равняется ее предельному значению  $a_\infty$  при  $t \rightarrow \infty$ , задаваемому формулами (37), (38) и (46), т.е.  $a_{\max} = a_\infty$  (кривые на рис. 2, а), в то время как для режима с максимумом всегда  $a_{\max} > a_\infty$  (кривые на рис. 2, б).

Процесс релаксации является *двухзонным*, т.е. последовательно протекает в зонах I и II, при таких физических условиях, которым соответствуют функции  $a(t)$  и  $a_0(t)$  (с насыщением или с максимумом), пересекающие единичный уровень (кривые 1 на рис. 2, а и б): ниже этого уровня (при  $a < 1$ ) располагается зона I, а выше (при  $a > 1$ ) — зона II. Если функция  $a(t)$  с максимумом имеет две точки пересечения A и A' (как для штриховой кривой I' на рис. 2, б), то решение, задаваемое точкой A', не имеет физического смысла, поскольку для него в зоне I (при  $a < 1$ ) скорость движения фронта  $v_f < 0$ . Точка пересечения A, разделяющая зоны I и II, соответствует моменту  $t_L$  выхода зарядового фронта на металлический контакт и находится как корень уравнения

$$a(t_L) = 1, \tag{47}$$

где функция  $a(t)$  имеет общую форму (20) или частные формы  $a_0(t)$  при  $\nu = 0$  в виде (39), (42) и (44).

Процесс релаксации является *однозонным*, т.е. протекает только в зоне I, если отсутствует пересечение единичного уровня функцией  $a(t)$ , т.е. если  $a_\infty < 1$  для функции с насыщением и  $a_{\max} < 1$  для функции с максимумом (кривые 2 на рис. 2, а и б). Положение вдоль оси времени максимума ( $a_{\max}$ ) функции  $a(t)$  задается значением  $t_f^\circ$  (кривая 2 на рис. 2, б), являющимся корнем

уравнения

$$b(t_f^\circ) = 0, \tag{48}$$

т.е.  $a_{\max} \equiv a(t_f^\circ)$ . Функция  $b(t) \equiv \tau_0 da(t)/dt$ , входящая в уравнение (48), имеет общую форму (33) или частные формы  $b_0(t)$  при  $\nu = 0$  в виде (40), (43) и (45). Согласно (32), условие (48) означает, что  $v_f(t_f^\circ) = 0$ , т.е. фронт заряда  $x_f$  останавливается внутри диэлектрической пленки (не доходя до металла) в момент времени  $t_f^\circ$ , что отмечено верхним кружком  $^\circ$ . Физическая причина остановки фронта связана с исчезновением подвижного заряда и подробнее объяснена после формулы (51).

Если зарядовый фронт останавливается ( $v_f(t_f^\circ) = 0$ ) в момент достижения металлического контакта ( $x_f(t_L) = L$ ), то такой момент, когда  $t_f^\circ = t_L$ , будем обозначать как  $t_L^\circ$ . Для этого момента времени выполняется равенство  $a_{\max} \equiv a(t_L^\circ) = 1$ , а значение  $t_L^\circ$  находится из совместного решения уравнений (47) и (48), а именно

$$a(t_L^\circ) = 1 \quad \text{и} \quad b(t_L^\circ) = 0. \tag{49}$$

Этому случаю соответствует кривая 3 с максимумом на рис. 2, б и кривая 3 с насыщением на рис. 2, а, для которой  $t_L^\circ \rightarrow \infty$ .

Для дальнейшего анализа уравнений (47)–(49) и последующих численных расчетов удобно ввести в рассмотрение следующие нормированные (безразмерные) величины, включая нормированное время  $\tau$ :

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{t}{\tau_0}, & \tau_L &= \frac{t_L}{\tau_0}, & \tau_L^\circ &= \frac{t_L^\circ}{\tau_0}, & \tau_f^\circ &= \frac{t_f^\circ}{\tau_0}, \\ \alpha_t &= \frac{\tau_0}{\tau_i}, & \alpha_d &= \frac{\tau_0}{\tau_d}, & \alpha_{\text{eff}} &= \frac{\tau_0}{\tau_{\text{eff}}}, & \alpha_\nu &= \nu\tau_0, \end{aligned} \tag{50}$$

где, согласно (41),  $\alpha_{\text{eff}} = \alpha_t - \alpha_d$ . Нетрудно видеть, что нормированные обратные времена (частоты) релаксации  $\alpha_t$  и  $\alpha_d$  могут быть представлены следующим образом:

$$\alpha_t = \frac{\tau_0}{\tau_i} = \frac{Q_t}{Q_0} \quad \text{и} \quad \alpha_d \equiv \frac{\tau_0}{\tau_d} = \frac{Q_d}{Q_0}. \tag{51}$$

Здесь  $Q_t = qN_iL$  — максимальный заряд подвижных носителей, который может быть захвачен глубокими ловушками, и  $Q_d = qn_0L$  — максимальный заряд подвижности носителей, который с помощью омического тока проводимости может быть удален из образца в металлический контакт, обеспечивая максвелловскую релаксацию (заряды  $Q_t$  и  $Q_d$ , как и начальный заряд  $Q_0$ , соответствуют единице площади поверхности).

Отсюда понятно, что при  $Q_0 \gg Q_t$  и  $Q_d$  (или при  $\alpha_t \ll 1$  и  $\alpha_d \ll 1$ ) инжектированный заряд в процессе нелинейного дрейфа в условиях максвелловской релаксации и захвата на ловушки не исчезает полностью, а достигает металлического контакта. В этом случае процесс релаксации из зоны I переходит в зону II, что

соответствует кривым 1 на рис. 2, *a* и *b*. При обратных неравенствах (а возможно и при  $\alpha_d \leq 1$ ,  $\alpha_t \leq 1$ , если действуют оба механизма удаления подвижного заряда) весь изначально инжектированный заряд  $Q_0$  будет полностью израсходован на зарядку ловушек и максвелловскую релаксацию прежде, чем он дойдет до металлического контакта. Именно такая ситуация соответствует остановке зарядового фронта внутри диэлектрика, что изображено кривыми 2 на рис. 2, *a* и *b*. При этом для режима с максимумом остановки фронта происходит за конечное время  $t_f^\circ$  (кривая 2 на рис. 2, *b*), а для режима с насыщением процесс приближения к максимальному от входа расстоянию (равному  $x_{f,\max} = La_\infty < L$  при  $a_\infty < 1$ ) происходит бесконечно долго (кривая 2 на рис. 2, *a*).

Уравнение (47) для нахождения момента времени  $t_L$ , разделяющего зоны релаксации I и II (кривые 1 на рис. 2, *a* и *b*), при введении нормированных величин (50) в общие выражения (17) и (20) для функций  $f(t)$  и  $a(t)$  принимает следующий вид:

$$f(\tau_L) = \int_0^{\tau_L} f(\tau) \exp(-\alpha_d \tau) d\tau, \quad (52)$$

$$f(\tau) = \exp\left[\frac{\alpha_t}{\alpha_v} (1 - e^{-\alpha_v \tau})\right], \quad (53)$$

где искомая величина  $\tau_L \equiv t_L/\tau_0$  стоит в верхнем пределе интеграла и является аргументом функции  $f(\tau)$ , стоящей слева в уравнении (52).

Существенное упрощение выражений (52), (53) достигается в пренебрежении разрядкой глубоких ловушек ( $v = 0$ ), когда применимы выражения (39) и (44), подстановка которых в уравнение (47), записанное в виде  $a_0(\tau_L) = 1$ , дает следующие решения:

$$\tau_L = \begin{cases} -\alpha_{\text{eff}}^{-1} \ln[1 - \alpha_{\text{eff}} \exp(\alpha_d \tau_L)] & \text{при } \sigma \neq 0, N_t \neq 0, \\ -\alpha_d^{-1} \ln(1 - \alpha_d) & \text{при } \sigma \neq 0, N_t = 0, \\ -\alpha_t^{-1} \ln(1 - \alpha_t) & \text{при } \sigma = 0, N_t \neq 0. \end{cases} \quad (54)$$

Две нижние строки в формуле (54), соответствующие отсутствию либо ловушек, либо проводимости, дают аналитические выражения для нормированного времени  $\tau_L$ . В отличие от этого первая строка в формуле (54) представляет собой трансцендентное уравнение относительно искомой величины  $\tau_L$  (требующее численного счета), которое для частного случая  $\tau_t = \tau_d$  (когда  $\alpha_{\text{eff}} = 0$ ), описываемого выражением (42), принимает простейший вид  $\tau_L = \exp(\alpha_d \tau_L)$ .

Уравнение (48) для нахождения на оси времени местоположения максимума  $t_f^\circ$  кривой 2 на рис. 2, *b* ( $a_{\max} \equiv a(t_f^\circ)$ ) переписываем с введением нормированных величин (50) в форме  $b(\tau_f^\circ) = 0$ . Тогда при использовании общего выражения (33) для функции  $b(\tau)$  оно приводит к следующему решению в аналитической

форме:

$$\tau_f^\circ = \frac{\ln(\alpha_t a_{\max})}{\alpha_v - \alpha_d}. \quad (55)$$

При этом величина  $a_{\max}$  находится из выражения (20), записанного при  $\tau = \tau_f^\circ$  в виде

$$a_{\max} \equiv a(\tau_f^\circ) = \frac{1}{f(\tau_f^\circ)} \int_0^{\tau_f^\circ} f(\tau) \exp(-\alpha_d \tau) d\tau, \quad (56)$$

где функция  $f(\tau)$  имеет вид (53).

Величина  $a_{\max}$  показывает расстояние, пройденное фронтом инжектированного заряда  $Q_0$  до места его полного исчезновения (точнее, превращения в заряд на ловушках за вычетом той части, которая потеряна в результате максвелловской релаксации). Величина  $\tau_f^\circ$  характеризует время  $t_f^\circ = \tau_f^\circ \tau_0$  от начала движения фронта суммарного заряда  $\rho_\Sigma(x, t) = \rho(x, t) + \rho_l(x, t)$  до момента его остановки в точке  $x_{\max} \equiv x_f(t_f^\circ) = La_{\max} < L$  при  $a_{\max} < 1$  (кривая 2 на рис. 2, *b*), где  $\rho(x_f, t_f^\circ) = 0$ . Если полное исчезновение подвижного заряда и остановка его фронта происходят на границе с металлом (кривая 3 на рис. 2, *b*), то работают уравнения (49). Следовательно, в формулах (55) и (56) следует сделать замену  $\tau_f^\circ \rightarrow \tau_L^\circ$  и положить  $a_{\max} = a(\tau_L^\circ) = 1$ . Отсюда получаем уравнение

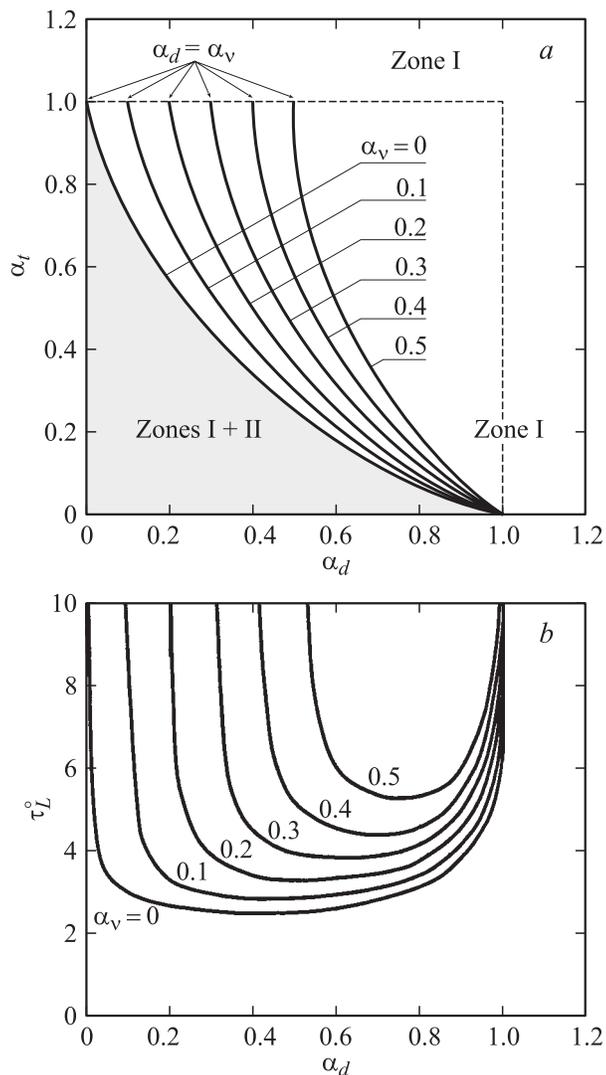
$$\int_0^{\tau_L^\circ} f(\tau) e^{-\alpha_d \tau} d\tau = f(\tau_L^\circ) \equiv \exp\left[\frac{\alpha_t}{\alpha_v} (1 - e^{-\alpha_v \tau_L^\circ})\right]. \quad (57)$$

Функция  $f(\tau)$ , имеющая вид (53), использована в правой части (57) при  $\tau = \tau_L^\circ$ , а величина  $\tau_L^\circ$ , входящая в (57), получается из выражения (55) подстановкой в него  $a_{\max} = 1$

$$\tau_L^\circ = \frac{\ln \alpha_t}{\alpha_v - \alpha_d}. \quad (58)$$

Уравнение (57) применимо для самых общих условий ( $\sigma \neq 0$ ,  $N_t \neq 0$ ,  $v \neq 0$ ) и в точности совпадает с ранее полученным уравнением (52), в котором вместо  $\tau_L^\circ$  стоит  $\tau_L$ . Различие между ними заключается в том, что уравнение (52) работает для двухзонного режима, когда начальный заряд  $Q_0$  достаточен для того, чтобы при выходе зарядового фронта на металл в момент времени  $\tau_L$  обеспечить для подвижного заряда  $\rho(L, \tau_L) \neq 0$ . При этом возникает переход из зоны I (с движущимся зарядом  $\rho_\Sigma(x, t)$ , см. (26)), в зону II (с однородным по толщине пленки зарядом  $\rho_\Sigma(t)$ , см. (30)).

В отличие от этого, уравнение (57) применимо для предельного однозонного режима, когда подвижный заряд полностью исчезает ( $\rho(L, \tau_L^\circ) = 0$ ) в момент достижения металла, обозначенный как  $\tau_L^\circ$ , и зона II вообще не возникает. Если в уравнении (52) величина  $\tau_L$  является искомой, то аналогичная величина  $\tau_L^\circ$ , входящая в уравнение (57), выражена с помощью формулы (58) через параметры диэлектрика  $\alpha_d$ ,  $\alpha_t$ ,  $\alpha_v$ , (см. (51)). Таким образом, уравнения (57) и (58) позволяют найти такую



**Рис. 3.** Пограничные линии  $\alpha_v = \text{const}$  на плоскости  $\alpha_t - \alpha_d$ , разделяющие однозонный и двухзонный режимы релаксации (а), и зависимости времени  $\tau_L^0$  остановки зарядового фронта у металлического контакта от параметра проводимости  $\alpha_d$  (б), рассчитанные для разных значений параметра разряда ловушек  $\alpha_v$ .

физическую связь между параметрами диэлектрической среды, которая обеспечивает пограничные условия, разделяющие однозонный и двухзонный режимы релаксации. По одну сторону от соответствующих пограничных линий реализуется однозонный режим, а по другую — двухзонный. Именно такая картина приведена на рис. 3.

Кривые на рис. 3, а являются пограничными линиями, рассчитанными по формулам (57) и (58) для шести значений нормированного частотного параметра разряда ловушек  $\alpha_v = \nu\tau_0$ . Каждое из этих значений задает жесткую связь между двумя другими нормированными параметрами  $\alpha_t = \tau_0/\tau_i$  и  $\alpha_d = \tau_0/\tau_d$ , которые взяты в качестве координатных осей. Все пограничные линии лежат внутри квадрата (выделенного штриховой лини-

ей) со сторонами единичной длины ( $\alpha_t \equiv Q_i/Q_0 = 1$  и  $\alpha_d \equiv Q_d/Q_0 = 1$ , см. (51)). За пределами этого квадрата (выше горизонтальной линии  $\alpha_t = 1$ , где  $Q_i > Q_0$ , и правее вертикальной линии  $\alpha_d = 1$ , где  $Q_d > Q_0$ ) всегда реализуется однозонный режим релаксации. Такой же режим имеет место и внутри квадрата, если при выбранном значении  $\alpha_v = \text{const}$  точки лежат правее и выше соответствующей пограничной кривой, в то время как левее и ниже той же кривой (где  $Q_i < Q_0$  и  $Q_d < Q_0$ ) располагается область двухзонного режима релаксации. Именно такая область выделена затемнением для случая отсутствия разряда ловушек ( $\alpha_v = 0$ ).

Следует отметить особенность, характерную для пограничных кривых на рис. 3, а: все они исходят из точки  $\alpha_d = 1$  на горизонтальной оси, и каждая из них, имея  $\alpha_v = \text{const}$ , при приближении к линии  $\alpha_t = 1$  оканчивается на этой линии в точке, где  $\alpha_d = \alpha_v$ . В этой точке выражение (58) имеет неопределенность типа 0/0, раскрытие которой дает  $\tau_L^0 = |\partial\alpha_t/\partial\alpha_d| \rightarrow \infty$ . Такое же бесконечное значение получается и для исходной точки  $\alpha_d = 1$  на горизонтальной оси, где  $\alpha_t = 0$ . Вдоль любой пограничной линии на рис. 3, а время  $\tau_L^0$  движения зарядового фронта до его остановки у металла изменяется в соответствии с формулой (58). Зависимости  $\tau_L^0$  от  $\alpha_d$ , рассчитанные по этой формуле для тех же шести значений  $\alpha_v$ , показаны на рис. 3, б, при этом величина  $\alpha_t$  берется вдоль соответствующей кривой из рис. 3, а. Отсюда видно, что каждому значению  $\alpha_v = \text{const}$  соответствует минимальная величина  $\tau_L^0$ , которая увеличивается с ростом  $\alpha_v$ . При этом наименьшее значение  $\tau_L^0 \approx 2.736$  имеет кривая для  $\nu = 0$  (в отсутствие разрядки ловушек), которое достигается при  $\alpha_t = \alpha_d \approx 0.372$ , когда  $\alpha_{\text{eff}} = 0$ .

Таким образом, зная физические характеристики диэлектрической пленки, можно рассчитать нормированные параметры  $\alpha_t$ ,  $\alpha_d$ ,  $\alpha_v$ , комбинация которых по отношению к пограничным линиям на рис. 3, а позволяет определить режим релаксации — однозонный или двухзонный, а также вид функции  $a(t)$  — с насыщением или с максимумом (рис. 2, а и б).

Положение точек на координатных осях  $\alpha_t$  или  $\alpha_d$  соответствует частным физическим ситуациям, для которых  $\sigma = 0$ ,  $N_i \neq 0$  или  $N_i = 0$ ,  $\sigma \neq 0$ . Если на этих осях  $\alpha_t > 1$  и  $\alpha_d > 1$ , то режим однозонный, а при обратных неравенствах — двухзонный. При этом вдоль обеих осей функция  $a_0(t)$  при  $\nu = 0$  всегда имеет насыщение с предельным значением  $a_\infty \geq 1$  при  $\alpha_t \leq 1$ ,  $\alpha_d \leq 1$  (двухзонный режим) и  $a_\infty \leq 1$  при  $\alpha_t \geq 1$ ,  $\alpha_d \geq 1$  (однозонный режим) — см. формулы (44), (46), (61) и рис. 2, а.

Отмеченная выше особенность точки  $\alpha_d = \alpha_v$  проявляется также при  $\nu \neq 0$  в смене вида функции  $a(t)$ . Численный анализ показывает, что если при фиксированных значениях  $\alpha_v$  и  $\alpha_t$  величину  $\alpha_d$  увеличивать от нуля (т.е. двигаться параллельно координатной оси  $\alpha_d$  на рис. 3, а), то при любых значениях  $\alpha_t = \text{const}$  ( $\alpha_t \leq 1$  и  $\alpha_t > 1$ ) функция  $a(t)$  имеет насыщение до тех пор,

пока  $\alpha_d \leq \alpha_v$ , а при  $\alpha_d > \alpha_v$  функция приобретает максимум. Величина этого максимума, как и предельное значение  $a_\infty$ , рассчитанное по общей формуле (37), монотонно уменьшается с ростом  $\alpha_d$ , при этом в переходном режиме (когда  $\alpha_d = \alpha_v$  или  $\nu\tau_d = 1$ ) работает формула (38), переписанная в виде

$$a_{v\infty} = \alpha_t^{-1} [1 - \exp(-\alpha_t/\alpha_d)].$$

Следует напомнить, что приведенные ранее выражения для функций  $a(t)$  и  $a_0(t)$  сохраняют один и тот же вид для обеих зон I и II.

## 5. Численные расчеты и анализ экспериментальных данных

В экспериментах обычно измеряют временную зависимость потенциала  $V(t)$  свободной поверхности пленки (при  $x = 0$ ) по отношению к заземленному металлическому контакту (при  $x = L$ ). Для этого потенциала ранее были получены аналитические выражения (27) в зоне I и (31) в зоне II. Запишем совместно эти выражения, воспользовавшись нормированными величинами (50)

$$V(\tau) = \begin{cases} V_0[1 - a(\tau)/2] \exp(-\alpha_d\tau) & \text{для зоны I } (0 < \tau < \tau_L), \\ (V_0/2) \exp(-\alpha_d\tau)/a(\tau) & \text{для зоны II } (\tau_L < \tau < \infty). \end{cases} \quad (59)$$

Функцию  $a(\tau)$  на основании общего выражения (20) представляем в следующем виде:

$$a(\tau) = \frac{1}{f(\tau)} \int_0^\tau f(\tau') \exp(-\alpha_d\tau') d\tau', \quad (60)$$

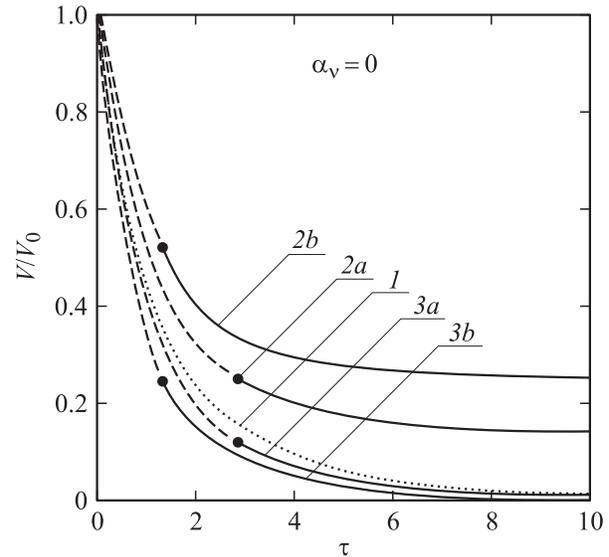
где функция  $f(\tau)$  задана формулой (53). Для частного случая  $\alpha_v \equiv \nu\tau_0 = 0$  (отсутствие разрядки ловушек) из выражений (39) и (44) в нормированной форме получаем

$$a(\tau) = \begin{cases} \alpha_{\text{eff}}^{-1} [1 - \exp(-\alpha_{\text{eff}}\tau)] \exp(-\alpha_d\tau) & \text{при } \sigma \neq 0, N_t \neq 0, \\ \alpha_d^{-1} [1 - \exp(-\alpha_d\tau)] & \text{при } \sigma \neq 0, N_t = 0, \\ \alpha_t^{-1} [1 - \exp(-\alpha_t\tau)] & \text{при } \sigma = 0, N_t \neq 0, \end{cases} \quad (61)$$

где  $\alpha_{\text{eff}} \equiv \tau_0/\tau_{\text{eff}} = \alpha_t - \alpha_d$ .

В качестве примера использования формул (59)–(61) для численных расчетов на рис. 4 приведены зависимости нормированного поверхностного потенциала  $V(\tau)/V_0$  от нормированного времени  $\tau = t/\tau_0$ , полученные из этих формул в отсутствие разрядки ловушек (при  $\alpha_v = 0$  работают упрощенные формулы (61)).

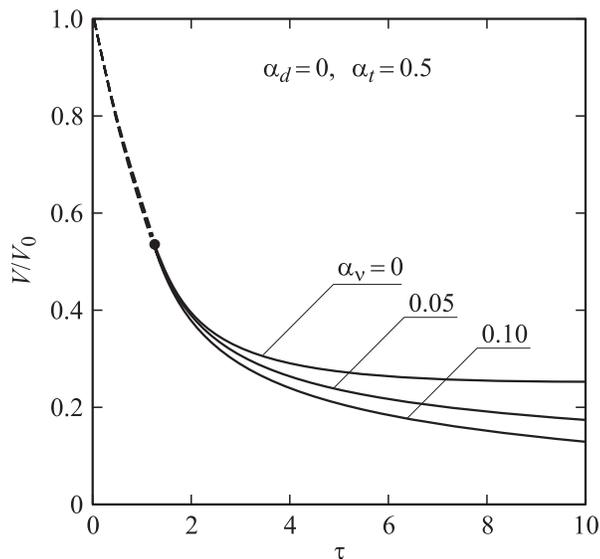
В качестве исходных данных для расчета взяты значения  $\alpha_t = 0.5$  и  $\alpha_d = 0.5$ . Соответствующая точка на



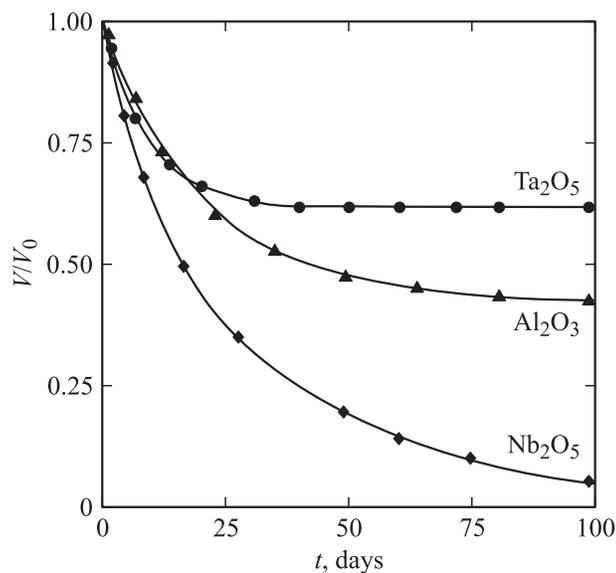
**Рис. 4.** Влияние проводимости диэлектрика (параметр  $\alpha_d$ ) и концентрации глубоких ловушек (параметр  $\alpha_t$ ) в пренебрежении их разрядкой ( $\alpha_v = 0$ ) на зависимость поверхностного потенциала от нормированного времени  $\tau = t/\tau_0$  при следующих сочетаниях параметров среды:  $\alpha_t = 0.5$ ,  $\alpha_d = 0.5$  (кривая 1);  $\alpha_t = 0.5$ ,  $\alpha_d = 0.25$  (кривая 2a);  $\alpha_t = 0.5$ ,  $\alpha_d = 0$  (кривая 2b);  $\alpha_t = 0.25$ ,  $\alpha_d = 0.5$  (кривая 3a);  $\alpha_t = 0$ ,  $\alpha_d = 0.5$  (кривая 3b). Точки на кривых разделяют зону I (штриховые линии) и зону II (сплошные линии) для двухзонного режима релаксации, а однозонному режиму соответствует пунктирная кривая 1.

рис. 3,а лежит в области однозонного режима релаксации, а на рис. 4 ее отображает пунктирная кривая 1. Четыре другие кривые показывают изменения, возникающие при уменьшении либо проводимости среды ( $\alpha_d = 0.25$  для кривой 2a и  $\alpha_d = 0$  для кривой 2b), либо концентрации ловушек ( $\alpha_t = 0.25$  для кривой 3a и  $\alpha_t = 0$  для кривой 3b). Измененные условия переводят процесс релаксации в двухзонный режим (рис. 3,а), что отображено на кривых 2a, 2b и 3a, 3b двумя типами линий — штриховые линии для зоны I ( $\tau < \tau_L$ ) и сплошные линии для зоны II ( $\tau > \tau_L$ ), а времена смены зон ( $\tau_L$ ) показаны точками. Как и следовало ожидать, уменьшение проводимости (вплоть до нуля для кривой 2b) снижает вклад максвелловской релаксации, что увеличивает остаточный заряд в пленке, а значит и поверхностный потенциал (кривые 2a и 2b сравнить с исходной кривой 1). С уменьшением концентрации ловушек (вплоть до нуля для кривой 3b) происходит обратный эффект и поверхностный потенциал понижается, правда в меньшей степени (ср. кривые 3a и 3b с кривой 1).

В пренебрежении разрядкой ловушек ( $\alpha_v = 0$ ) любая релаксационная кривая  $V(\tau)$  со временем выходит на уровень насыщения, определяемый концентрацией зарядов, захваченных ловушками. На рис. 5 показан результат учета разрядки ловушек ( $\alpha_v \neq 0$ ), полученный для ясности при  $\alpha_d = 0$ , чтобы исключить влияние проводимости



**Рис. 5.** Влияние разрядки глубоких ловушек (частотный параметр  $\alpha_v$ ) на зависимость поверхностного потенциала от нормированного времени  $\tau = t/\tau_0$  в пренебрежении проводимостью диэлектрика ( $\alpha_d = 0$ ).



**Рис. 6.** Зависимость относительной величины поверхностного напряжения от времени для трех оксидных пленок: экспериментальные точки взяты из работы [22], а сплошные кривые построены по выражениям (59)–(61) с нормированными параметрами, приведенными в табл. 2.

мости на процесс релаксации. Отсюда видно, что даже относительно невысокая частота разрядки ( $\nu \approx 0.05/\tau_0$ ) приводит за времена порядка  $10\tau_0$  к заметному падению поверхностного потенциала (по сравнению с  $\nu = 0$ ) и обеспечивает  $V(\tau) \rightarrow 0$  в пределе  $\tau \rightarrow \infty$ . Понятно, что учет проводимости среды ( $\alpha_d \neq 0$ ) включает механизм максвелловской релаксации: экспонента  $\exp(-\alpha_d\tau)$  дает дополнительное затухание всех физических величин,

включая  $V(\tau)$ , независимо от характера функции  $a(\tau)$  — как с насыщением, так и с максимумом (рис. 2, а и б).

Примем выражения (59)–(61) к анализу экспериментальных данных по электретным свойствам анодных оксидных пленок, приведенных в работе [22]. На рис. 1 этой работы показаны экспериментальные зависимости поверхностного потенциала для пленок  $Ta_2O_5$ ,  $Al_2O_3$  и  $Nb_2O_5$  от времени их хранения (в сутках), отдельные точки которых перенесены на рис. 6. Численные данные для этих материалов, взятые из той же работы, приведены в табл. 1. Здесь указаны относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon/\epsilon_0$ , напряжение  $U_\phi$  формовки электретного состояния, коэффициент  $a$  для определения толщины пленки  $L = aU_\phi$  и начальное поверхностное напряжение  $V_0$ , измеренное сразу после формовки ( $V_0$  найдено по величине  $U_\phi$  из рис. 2 работы [22]).

Выражение (59) для  $V(\tau)$  вместе с производными  $V'(\tau)$  и  $V''(\tau)$  позволяет найти нормированные релаксационные параметры  $\alpha_d, \alpha_t, \alpha_v$ . В частности, при  $\tau = 0$  имеем

$$V'(0) = -V_0(1/2 + \alpha_d) \text{ и } V''(0) = V_0(\alpha_d^2 + 3\alpha_d/2 + \alpha_t/2)$$

в силу того, что  $a(0) = 0, b(0) = 1, \tau_0 b'(0) = -(\alpha_d + \alpha_t)$ . Таким способом из экспериментальных кривых на рис. 6 для трех окислов были определены значения  $\alpha_t, \alpha_d$ ,

**Таблица 1.** Параметры оксидных пленок, взятые из работы [22]

Материал	$\epsilon/\epsilon_0$	$U_\phi, V$	$a, \text{\AA}/V$	$L, \mu m$	$V_0, V$
$Ta_2O_5$	27.0	300	17	0.51	38
$Al_2O_3$	10.0	600	15	0.90	54
$Nb_2O_5$	41.7	200	20	0.40	10

**Таблица 2.** Релаксационные параметры расчетной модели, найденные по экспериментальным данным работы [22]

Материал	$\alpha_t$	$\alpha_d$	$\alpha_v$	$\tau_0, 10^6 s$	$\tau_t, 10^6 s$	$\tau_d, 10^6 s$	$\nu, 10^{-9} s^{-1}$
$Ta_2O_5$	1.30	0	0	1.04	0.80	$\infty$	0
$Al_2O_3$	0.94	0.033	0.0108	1.56	1.66	47.3	6.92
$Nb_2O_5$	0.99	0.630	0.0176	1.90	1.92	3.02	9.26

**Таблица 3.** Электрофизические параметры оксидных пленок, рассчитанные по экспериментальным данным работы [22]

Материал	$\mu, 10^{-17} cm^2/V \cdot s$	$\sigma, 10^{-20} \Omega^{-1} \cdot cm^{-1}$	$N_t, 10^{17} cm^{-3}$
$Ta_2O_5$	6.60	0	2.85
$Al_2O_3$	9.65	1.86	0.35
$Nb_2O_5$	8.42	122	1.43

$\alpha_i$ , которые приведены в табл. 2. Эти значения, будучи перенесенными на рис. 3, *a*, показывают, что все три пленки работают в однозонном режиме релаксации.

На рис. 6 вдоль горизонтальной оси отложено реальное время  $t$  (в сутках), а не нормированное время  $\tau = t/\tau_0$ . Путем масштабирования этой оси удастся найти нормировочную константу  $\tau_0$ , значения которой даны в табл. 2 вместе с рассчитанными на ее основе временами релаксации  $\tau_i, \tau_d, \nu^{-1}$ . Отсюда видно, что релаксация в оксиде тантала обусловлена только зарядкой ловушек, а в двух других пленках работают также разрядка ловушек и максвелловская релаксация. Поскольку скорости разрядки для них близки, радикальное уменьшение заряда в оксиде ниобия объясняется доминирующим вкладом проводимости ( $\tau_d$  для  $\text{Nb}_2\text{O}_5$  на полтора порядка меньше, чем для  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ).

Данные, приведенные в табл. 1 и 2, позволяют рассчитать электрофизические параметры оксидных пленок, значения которых даны в табл. 3. Для расчета подвижности  $\mu$ , проводимости  $\sigma$  и концентрации глубоких ловушек  $N_t$  использованы соотношения

$$\mu = \frac{L^2}{\tau_0 V_0}, \quad \sigma = \frac{\varepsilon}{\tau_d}, \quad N_t = \frac{\varepsilon}{e \mu \tau_i}.$$

Полученные численные значения  $\mu, \sigma$  и  $N_t$  по порядку величины согласуются с известными из литературы [21, 24–26]. Малые значения подвижности объясняются, согласно (9), существенным вкладом мелких ловушек (при  $\theta \gg 1$ ) в эффективную дрейфовую подвижность  $\mu \approx \mu_f/\theta \ll \mu_f$  [26, С. 96]. Как уже отмечалось выше, проводимость оксида ниобия более чем в 10 раз превышает проводимость оксида алюминия, который к тому же имеет меньшую концентрацию ловушек. Именно этими двумя причинами объясняется более быстрый спад во времени поверхностного потенциала на рис. 6 для  $\text{Nb}_2\text{O}_5$  по сравнению с  $\text{Al}_2\text{O}_3$ .

## 6. Заключение

Разработанная модель релаксации заряда, инжектированного в диэлектрическую пленку, базируется на общеизвестных транспортных уравнениях с учетом проводящих свойств среды и влияния ловушек. Мелкие ловушки учтены обычным образом как вклад в квазисвободные носители заряда, понижающий их эффективную дрейфовую подвижность. Для глубоких ловушек использована модель их быстрой зарядки и медленной разрядки. Именно это упрощение позволило аналитически решить нестационарную граничную задачу о поведении инжектированного заряда, характеризуемое тремя временами релаксации  $\tau_i, \tau_d$  и  $\nu^{-1}$  (или их нормированными частотами  $\alpha_i, \alpha_d$  и  $\alpha_\nu$ ).

Полученное решение описывает процесс релаксации во времени в виде двух последовательно сменяющихся зон, когда движущийся фронт заряда (зона I) достигает металлического контакта и подвижный заряд начинает

стекать в него (зона II). Наряду с двухзонным режимом релаксации может быть реализован однозонный режим, при котором подвижные носители будут полностью израсходованы на максвелловскую релаксацию и зарядку ловушек, не доходя до металла. Установлены соотношения между параметрами диэлектрика, определяющие границы между однозонным и двухзонным режимами релаксации.

Аналитические выражения для поля  $E(x, t)$ , плотности суммарного заряда  $\rho_\Sigma(x, t)$  и поверхностного потенциала пленки  $V(t)$  позволяют выполнить численный анализ различных физических ситуаций, связанных с поведением инжектированных зарядов в диэлектрической пленке. В частности, они принимают упрощенные формы, ранее полученные другими авторами в пренебрежении вкладом или проводимости, или глубоких ловушек. Применение выражения для  $V(t)$  к анализу экспериментальных данных из работы [22] позволило рассчитать электрофизические параметры оксидных пленок  $\text{Ta}_2\text{O}_5, \text{Al}_2\text{O}_3$  и  $\text{Nb}_2\text{O}_5$  (приведены в табл. 3), которые не противоречат имеющимся в литературе.

Авторы благодарят А. Завьялова за помощь в выполнении численных расчетов.

## Список литературы

- [1] M. Faraday. Experimental researches in electricity. Taylor, London (1839).
- [2] O. Heaviside. Electrical papers. Chelsea, N. Y. (1892).
- [3] E.P. Adams. J. Frankl. Inst. **204**, 469 (1927).
- [4] B. Gross. Phys. Rev. **66**, 26 (1944); J. Chem. Phys. **17**, 886 (1949); Brit. J. Appl. Phys. **1**, 259 (1950).
- [5] W.F.G. Swann. Phys. Rev. **78**, 811 (1950); J. Frankl. Inst. **250**, 219 (1950); **255**, 513 (1953); **256**, 167 (1953).
- [6] А.Н. Губкин, Г.И. Сканави. ЖЭТФ **32**, 140 (1957).
- [7] А.Н. Губкин. ЖТФ **27**, 1954 (1957).
- [8] Э.И. Адирович. ДАН СССР **137**, 1335 (1961); ФТТ **3**, 2048 (1961).
- [9] A. Many, G. Rakavy. Phys. Rev. **126**, 1980 (1962).
- [10] Н.П. Богородицкий, Д.А. Таирова, В.С. Сорокин. ФТТ **6**, 2301 (1964).
- [11] H.J. Wintle. J. Appl. Phys. **41**, 4004 (1970).
- [12] I.P. Batra, K.K. Kanazawa, H. Seki. J. Appl. Phys. **41**, 3416 (1970).
- [13] I.P. Batra, K.K. Kanazawa, V.H. Schechtman, H. Seki. J. Appl. Phys. **42**, 1124 (1971).
- [14] H. Seki, I.P. Batra. J. Appl. Phys. **42**, 2407 (1971).
- [15] H.J. Wintle. J. Appl. Phys. **42**, 4724 (1971).
- [16] А.И. Руденко. ФТП **5**, 2383 (1971).
- [17] H.J. Wintle. J. Appl. Phys. **43**, 2927 (1972).
- [18] K.K. Kanazawa, I.P. Batra, H.J. Wintle. J. Appl. Phys. **43**, 719 (1972).
- [19] H.J. Wintle. Thin Solid Films **21**, 83 (1974).
- [20] В.И. Архипов, А.И. Руденко. ФТП **10**, 729 (1976).
- [21] P.W. Chudleigh. Appl. Phys. Lett. **48**, 4591 (1977).
- [22] В.Н. Лобушкин, В.Н. Таиров. Электрохимия **12**, 779 (1976).

- [23] В.М. Фридкин, И.С. Желудев. Фотоэлектреты и электрофотографический процесс. Изд-во АН СССР, М. (1960).
- [24] О.А. Мяздриков, В.Е. Манойлов. Электреты. Энергия, М.—Л. (1962).
- [25] А.Н. Губкин. Электреты. Наука, М. (1978).
- [26] Электреты / Под ред. Г. Сесслера. Мир. М. (1983). [Electrets / Ed. G.M. Sessler. Springer-Verlag, Berlin (1980).].
- [27] Ю.А. Гороховатский, А.Н. Губкин, В.К. Малиновский, Б.И. Стурман. ФТТ **24**, 2483 (1982).
- [28] В.И. Архипов, А.И. Руденко. ФТП **16**, 1798 (1982).
- [29] В.В. Брыксин, Л.И. Коровин. ФТТ **26**, 2456; 3415; 3651 (1984).
- [30] В.В. Брыксин, Л.И. Коровин, Ю.И. Кузьмин. ФТТ **28**, 148 (1986).
- [31] В.В. Брыксин, Л.И. Коровин, Ю.И. Кузьмин. ФТТ **28**, 2728 (1986); 1323 (1987).
- [32] М.П. Петров, С.И. Степанов, А.В. Хоменко. Фоточувствительные электрооптические среды в голографии и оптической обработке информации. Наука, Л. (1983).
- [33] М. Ламперт, П. Марк. Инжекционные токи в твердых телах. Мир, М. (1973). [M.A. Lampert, P. Mark. Current injection in solids. Academic Press, N. Y. (1970).].
- [34] А.А. Барыбин. Волны в тонкопленочных полупроводниковых структурах с горячими электронами. Наука, М. (1986).
- [35] В.Л. Бонч-Бруевич, С.Г. Калашников. Физика полупроводников. Наука, М. (1977).
- [36] Ю.И. Кузьмин. ЖТФ **69**, 71 (1999).
- [37] И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Наука, М. (1971).