Физика твердого тела, 2008, том 50, вып. 3

Релаксация поля директора в форме бегущей волны в нематических твистовых ячейках

© А.В. Захаров, А.А. Вакуленко

Институт проблем машиноведения Российской академии наук,
199178 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: avak@microm.ipme.ru

(Поступила в Редакцию 12 марта 2007 г.
В окончательной редакции 1 августа 2007 г.)

Исследуется ориентационная релаксация поля директора к его равновесному положению в форме бегущей волны. Показано, что нелинейный режим релаксации в форме бегущей волны может возникнуть в нематической твистовой ячейке (НТЯ) при определенных условиях, налагаемых как на величину внешнего электрического поля, так и на величины материальных констант, характеризующих нематический жидкий кристалл. Расчет релаксационных процессов в виде бегущих волн показал, что такие нелинейные режимы реализуются в НТЯ лучше, если начальное возмущение директора инициировано вблизи одной из ограничивающих поверхностей ячейки.

PACS: 61.30.Cz, 64.70.Md

Одной из наиболее изученных проблем физики жидких кристаллов (ЖК) является проблема деформаций поля директора в нематических ЖК-ячейках [1]. Однако до сих пор остаются некоторые нерешенные проблемы, например, такие как проблема релаксации поля директора в нематических твистовых ячейках (НТЯ) в форме нелинейных волн. НТЯ являются неотъемлемым элементом плоских ЖК-дисплеев, используемых в ноутбуках и персональных компьютерах, изучение новых релаксационных механизмов, возникающих в таких ячейках, продиктовано запросами ЖК-нанотехнологий и поэтому является актуальным.

Нематическая твистовая ячейка представляет собой ЖК-каплю, помещенную между двумя параллельными поверхностями, разделенными спейсорами и расположенными таким образом, что директор на верхней поверхности ячейки $\hat{\mathbf{n}}_+$ сориентирован под прямым углом в положению директора на нижней поверхности $\hat{\mathbf{n}}_-$, при этом ориентация директора остается всегда в плоскости, параллельной обеим ограничивающим поверхностям. При отсутствии внешнего поля под действием только поверхностных ван-дер-ваальсовых сил в такой НТЯ устанавливается линейное распределение поля директора, характеризующееся азимутальным углом $\Phi = \frac{\pi}{2} z$ [2]. Здесь Φ — азимутальный угол, образованный директором $\hat{\mathbf{n}}$ и осью x, также принадлежит этой плоскости, в то время как ось z направлена перпендикулярно ограничивающим поверхностям, а начало отсчета системы координат начинается с нижней поверхности НТЯ (рис. 1). Под действием внешнего электрического поля $\mathbf{E} = E\mathbf{j}$, направленного параллельно обеим ограничивающим поверхностям вдоль оси y, происходит переориентация поля директора в сторону внешнего поля $\mathbf{E}$. При этом возникает несколько режимов релаксации поля директора $\hat{\mathbf{n}}$ к его равновесному положению $\hat{\mathbf{n}}_{\text{eq}}$, направленному вдоль электрического поля $\mathbf{E}$ [2]. До сих пор при исследовании механизмов релаксации поля директора в НТЯ основное внимание было уделено описанию линейных механизмов релаксации [3] или нелинейных, но не в форме бегущих волн $\Phi(z - vt)$. Эти механизмы подразумевают переориентацию директора в плоскости $x - y$, параллельной обеим ограничивающим поверхностям, из начального возмущенного по всему объему состояния в конечное равновесное состояние. В настоящей статье будет показано, что вращательные моменты, действующие на единичный элемент нематического жидкого кристалла (НЖК), могут возбуждать бегущие волны $\Phi(z - vt)$, распространяющиеся вдоль оси z, направленной перпендикулярно обеим ограничивающим поверхностям. При этом критическое значение внешнего поля E_{cr}, при котором возможно возникновение нелинейных механизмов релаксации поля директора, в π раз меньше величины порогового значения электрического поля Фредерикса [1] $E_{\text{th}} = \frac{\pi}{d}\sqrt{\frac{K_2}{\epsilon_0\epsilon_a}}$, соответствующего нетвистовой ячейке той же толщины d. Отметим, что пороговое поле Фредерикса E_{th} нетвистовой ячейки — это то поле, начиная с которого возникает деформация поля директора в ячейке при условии, что направления

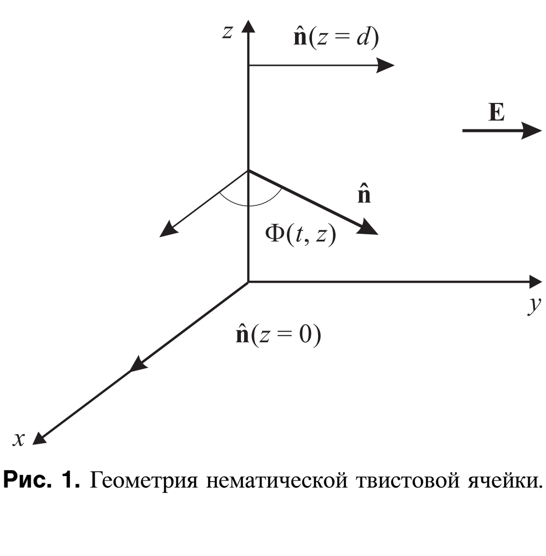

Рис. 1. Геометрия нематической твистовой ячейки.

ориентаций $\hat{\mathbf{n}}_+$ и $\hat{\mathbf{n}}_-$ на обеих ограничивающих поверхностях совпадают [1]. В настоящей статье представлено исследование нелинейного механизма релаксации поля директора $\hat{\mathbf{n}}$ в форме бегущей волны, возникающей в НТЯ под действием внешнего электрического поля $\mathbf{E}$.

Динамическое уравнение, описывающее ориентационные деформации в НТЯ, основано на балансе упругих $\mathbf{T}_{\text{elast}}$, электрических $\mathbf{T}_{\text{el}}$ и гидродинамических $\mathbf{T}_{\text{vis}}$ моментов, действующих на единичный элемент твистовой ячейки. Поскольку директор $\hat{\mathbf{n}} = (n_x(t,z), n_y(t,z), 0) = (\cos\Phi(t,z), \sin\Phi(t,z), 0)$ остается все время в плоскости $(x-y)$, а все пространственные зависимости физических величин, вовлеченных в динамический процесс переориентации директора, сведены к зависимости только от расстояния z, отсчитываемого от нижней ограничивающей поверхности, выражение для баланса моментов принимает вид [2]

$$\gamma_1\Phi_t(t,z) = K_2\Phi_{zz}(t,z) + \Delta\sin 2\Phi(t,z), \tag{1}$$

$\Phi_t(t,z) = \partial\Phi(t,z)/\partial t$, $\Phi_{zz}(t,z) = \partial^2\Phi(t,z)/\partial z^2$, $\Delta = \epsilon_0\epsilon_a E^2/2$, ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума, $\epsilon_a = \epsilon_\parallel - \epsilon_\perp$ — коэффициент диэлектрической анизотропии, $\epsilon_\parallel$ и $\epsilon_\perp$ — коэффициенты диэлектрической проницаемости НЖК параллельно и перпендикулярно направлению директора $\hat{\mathbf{n}}$, а γ_1 — коэффициент вращательной вязкости НЖК. В уравнении (1) левая часть соответствует вкладу в баланс моментов, обусловленному гидродинамическим моментом $\mathbf{T}_{\text{vis}}$, в то время как два остальных члена обусловлены упругим $\mathbf{T}_{\text{elast}}$ и электрическим $\mathbf{T}_{\text{el}}$ вкладами в баланс моментов. Гидродинамический вклад в форме $\mathbf{T}_{\text{vis}} = -\gamma_1\Phi_t(t,z)\mathbf{k}$ подразумевает, что переориентация директора $\hat{\mathbf{n}}$ не сопровождается движением точек в НЖК, и уравнение Навье–Стокса для поля скоростей следует рассматривать независимо от уравнения баланса моментов (1).

В случае жесткого сцепления ЖК-молекул с ограничивающими поверхностями баланс моментов, перенесенный на эти поверхности, дает граничные усиловия

$$\Phi(t,z)_{z=0} = 0, \quad \Phi(t,z)_{z=d} = \frac{\pi}{2}, \tag{2}$$

где d — толщина НТЯ. Начальное условие предполагает, что в момент времени $t = 0$ директор сориентирован ортогонально (вдоль оси x) направлению внешнего поля $\mathbf{E} = E\mathbf{j}$ в форме гауссова распределения $\Phi(0,z) = \varphi(z_1,\sigma)$ со средним z_1 и среднеквадратичным отклонением σ, а затем директору позволено релаксировать к равновесному положению, направленному вдоль электрического поля $\mathbf{E}$. Поскольку в нашем случае поле $\mathbf{E} = E\mathbf{j}$ параллельно оси y, фронт волны $\Phi(z - vt)$ начинает двигаться от одной границы твистовой ячейки $(z = d)$, где директор сориентирован вдоль оси y, к другой $(z = 0)$, где директор сориентирован параллельно оси x. Отметим, что начальное возмущение в форме гауссова распределения $\varphi(z_1,\sigma)$ может быть достигнуто с помощью сфокусированного лазерного импульса [4]. В связи с этим возникает несколько вопросов, например как быстро фронт бегущей волны будет распространяться в НТЯ и каково влияние электрического поля и граничных условий на сходство бегущей волны с кинкоподобной волной. На эти и другие вопросы ответ можно получить с помощью численного решения нелинейного уравнения (1) с соответствующими начальным и граничным условиями. Прежде всего минимальная скорость v_m, с которой возможно распространение бегущей волны, может быть определена посредством подстановки $\Phi(z - vt) \sim \exp\left[-E\sqrt{\frac{\epsilon_0\epsilon_a}{K_2}}(z - vt)\right]$ в линеаризованное уравнение (1) [2]. В результате получаем, что минимальная скорость $v_m = 2\sqrt{\frac{\epsilon_0\epsilon_a K_2}{\gamma_1^2}}E$ пропорциональна величине электрического поля E и такая волна может сформироваться в НТЯ толщиной не меньше чем $\kappa = \sqrt{\frac{K_2}{\epsilon_0\epsilon_a}}\frac{1}{E}$. Таким образом, если величина электрического поля больше или равна $E_{\text{cr}} = \frac{1}{d}\sqrt{\frac{K_2}{\epsilon_0\epsilon_a}} = \frac{E_{\text{th}}}{\pi}$, то бегущая волна с минимальной скоростью v_m сформируется в НТЯ толщиной в κ, где $\kappa = dE_{\text{cr}}/E$. Для того чтобы исследовать эту проблему подробнее, перепишем уравнение (1) в безразмерном виде

$$\Phi_\tau(\tau,\bar{z}) = \Phi_{zz}(\tau,\bar{z}) + \frac{1}{2}\sin 2\Phi(\tau,\bar{z}), \tag{3}$$

где $\tau = \frac{\epsilon_0\epsilon_a E^2}{\gamma_1}t$ — безразмерное время, а $\bar{z} = \sqrt{\frac{\epsilon_0\epsilon_a E^2}{K_2}}z \equiv \frac{z}{\kappa}$ — безразмерная координата.

Следует отметить, что ряд проблем может быть описан с помощью диффузионного уравнения $\Phi_\tau = \Psi_{zz} + f(\Psi)$, где $f(\Psi)$ нелинейный функционал, характеризующийся, как минимум, двумя положениями равновесия [5,6]. В конце 30-х годов Колмогоровым и др. [7] было показано, что строго локализованное начальное возмущение может асимптотически эволюционировать в форме бегущей волны $\Phi(z - vt)$ от одного положения равновесия (неустойчивого) к другому (устойчивому). Это состояние реализуется для широкого класса функционалов $f(\Psi)$ при одном условии: чтобы выполнялось $f(0) = 0$ и $f'(0) = 0$. При этом скорость распространения бегущей волны удовлетворяет неравенствам $2\sqrt{\left[\frac{\partial f(\Psi)}{\partial\Psi}_{\Psi=0}\right]} \le v \le 2\sqrt{\left[\sup_{\Psi\in[0,1]}\frac{f(\Psi)}{\Psi}\right]}$. В предельном случае эта скорость равна 2 и бегущая волна распространяется в бесконечном интервале $(-\infty, +\infty)$. Но в нашем случае мы имеем дело с ограниченным интервалом $[0, 1]$, и бегущая волна сначала должна сформироваться (режим I), а затем распространяться от одного края ячейки $(z = d)$ к другому $(z = 0)$ (режим II) со скоростью $v \ge v_m$. Таким образом, наша цель — изучить численными методами процесс формирования бегущей волны в ограниченном пространстве и исследовать влияние, которое оказывают внешнее поле и граничные условия на величину времени релаксации τ_R начального возмущения поля директора к его равновесному значению. В движущейся системе координат $q = \bar{z} - v\tau \equiv \frac{E}{E_{\text{cr}}}\frac{z}{d} - v\tau$ — безразмерное уравнение,

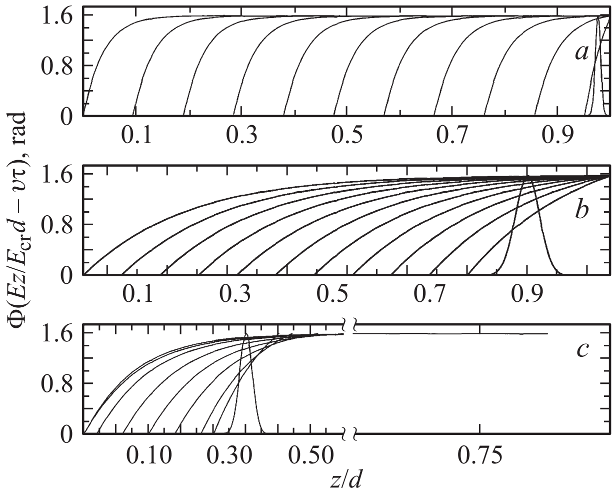

Рис. 2. *a*) Эволюция азимутального угла $\Phi\left(\frac{E}{E_{cr}}\frac{z}{d} - v\tau\right)$ от верхней ограничивающей поверхности твистовой ячейки к нижней, рассчитанная с помощью уравнения (4), при условии жесткого сцепления молекул ЖК с обеими поверхностями (5) и значении внешнего электрического поля $E/E_{cr} = 10$. При этом начальное гауссово возмущение имеет параметры $q_3 = 9.75$ и $\sigma = 0.25$. *b*) То же, что на части *a*, при $E/E_{cr} = 2.2$, $q_3 = 2.0$ и $\sigma = 0.02$. *c*) То же, что на части *a*, в случае другого положения начального возмущения $\Phi(0, q) = \varphi(q_3, \sigma)$, $q_3 = 1.3$ и $\sigma = 0.25$.

описывающее эволюцию азимутального угла к равновесному значению и соответствующее уравнению (3), примет вид

$$v\Phi_q(\tau, q) + \Phi_{qq}(\tau, q) + \frac{1}{2}\sin 2\Phi(\tau, q) = \Phi_\tau(\tau, q). \quad (4)$$

Релаксация директора $\hat{\mathbf{n}}$ к его равновесному положению $\hat{\mathbf{n}}_{\rm eq}$ будет описываться эволюцией угла $\Phi(\tau, q)$. Начальное возмущение, выбранное перпендикулярно направлению электрического поля $\mathbf{E}$, принимает вид $\Phi(0, q) = \varphi(q_3, \sigma)$, где $\varphi(q_3, \sigma)$ — гауссиан со средним q_3 и среднеквадратичным отклонением σ $\big((q_1 + q_2)/2 < q_3 \le q_2)\big)$, и локализовано вблизи верхней ограничивающей поверхности $q_2 = E/E_{cr} - v\tau$. Граничные условия (2) и начальное условие записываются в виде

$$\Phi(\tau, q)_{q=q_1} = 0, \quad \Phi(\tau, q)_{q=q_2} = \pi/2,$$
$$\Phi(\tau, q)_{\tau=0} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(q - q_3)^2}{2\sigma^2}\right). \quad (5)$$

Здесь $q_1 = -v\tau$ соответствует положению нижней ограничивающей поверхности, а точка q_3 выбрана так, что находится вблизи q_2. Решение уравнения (4) с начальным и граничными условиями (5) было получено методом релаксации [7], при этом критерий релаксации директора был выбран в виде $\epsilon = \left|(\Phi(\tau_R) - \Phi_{\rm eq})/\Phi_{\rm eq}\right|$; вычислительный процесс прекращался при достижении $\epsilon = 10^{-4}$. Результаты вычислений для ряда динамических режимов представлены на рис. 2. Во всех этих случаях начальное возмущение директора $\Phi(0, q) = \varphi(q_3, \sigma)$ было выбрано перпендикулярно границам ячейки, при этом величина электрического поля изменялась от значения $E = 10.0E_{cr}$ (рис. 2, *a*) до значения $E = 2.2E_{cr}$ (рис. 2, *b*). При этом скорость бегущей волны, распространяющейся вдоль нормали к обеим поверхностям, была равна $v = 2$. Следует отметить, что с ростом величины электрического поля E возрастало сходство бегущей волны с кинкоподобной волной, характеризующейся постоянным профилем. Вычисления показали, что начальное возмущение $\Phi(0, q) = \varphi(q_3, \sigma)$ при наличии сильного поля $E \ge 10.0E_{cr}$ трансформируется под действием электрического, упругого и гидродинамического моментов в кинкоподобную волну (рис. 2, *a*). Рассмотрим теперь случай слабого сцепления молекул ЖК с ограничивающими поверхностями. Сильное сцепление директора сохраняется на верхней поверхности ячейки $\hat{\mathbf{n}}_+$, в то время как на нижней реализуется случай слабого сцепления, при этом энергия сцепления записывается в форме [1] $W_{az} = \frac{1}{2}A\sin^2(\Phi_s - \Phi_0)$, где A — плотность энергии сцепления, а углы Φ_s и Φ_0 отвечают азимутальным углам положения директора на нижней поверхности $\hat{\mathbf{n}}_-$ и ориентации легкой оси ориенирования $\hat{\mathbf{e}}$ соответственно. При этом баланс моментов, перенесенный на нижнюю поверхность, дает граничное условие в виде

$$\left.\frac{\partial\Phi(\tau, q)}{\partial q}\right|_{q=q_1} = \frac{A\kappa}{2K_2}\sin 2\Delta\Phi,$$
$$\Phi(\tau, q)_{q=q_2} = \pi/2, \quad (6)$$

где $\Delta\Phi = \Phi_s - \Phi_0$. Для случая молекул 4-*n*-октил–4′-цианобифенил (8ЦБ) при температуре $T = 307$ K вдали от температуры фазового перехода нематик–смектик *A* ($T_{NA} \sim 313$ K) значение коэффициента упругости равно $K_2 \sim 8$ pN [8], а значение коэффициента *A* варьируется между 10^{-4} и 10^{-6} J/m^2. В случае, когда $\Delta\Phi \le 10°$ [2] и толщина НТЯ $d \sim 10\,\mu$m, комбинация $A\kappa\sin(2\Delta\Phi)/2K_2$ варьируется между значениями 0.1 и 1.0. Результаты вычислений показали, что величина плотности энергии *A* слабо влияет на время релаксации директора τ_R к его равновесному положению. Так, с ростом величины $A\kappa\sin(2\Delta\Phi)/2K_2$ на один порядок, с 0.1 до 1.0, безразмерное время релаксации τ_R возросло всего на 0.01 (с 5.87 до 5.88 соответственно), а для случая жесткого сцепления ЖК-молекул с обеими поверхностями это время составило ~ 5.94. Необходимо также отметить, что в нашем случае релаксационный режим может быть разделен на два этапа. Первый этап (I) соответствует релаксации начального возбуждения $\Phi(0, q) = \varphi(q_3, \sigma)$ к состоянию, когда бегущая волна превращается в кинкоподобную волну (рис. 3, *a* и *b*), в то время как на втором этапе (II) сформировавшаяся кинкоподобная волна, характеризующаяся постоянным профилем и скоростью пробега, завершает релаксацию директора к его равновесному положению (рис. 3, *c*). Вычисления показали, что время, которое система тратит на

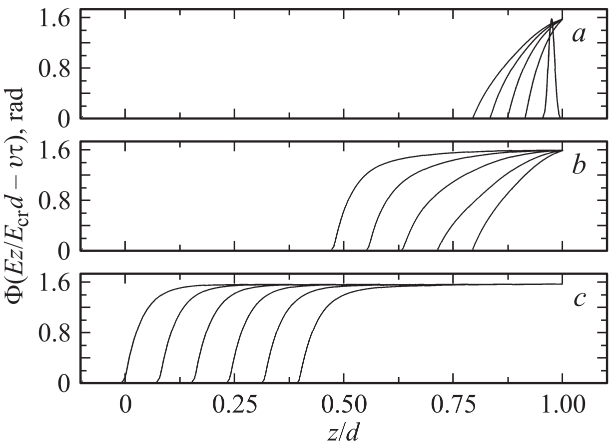

Рис. 3. Три стадии эволюции азимутального угла $\Phi(q)$ в НТЯ рассчитанные с помощью уравнения (4) и граничных условий (6), параметр $A\kappa\sin(2\Delta\Phi)/2K_2 = 1.0$, электрическое поле $E/E_{\rm cr} = 10$.

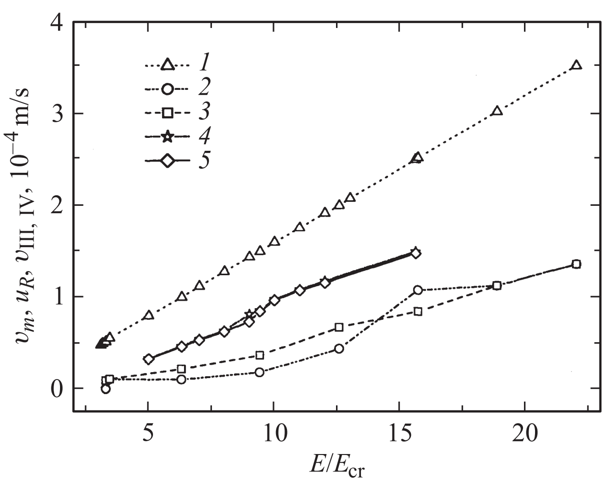

Рис. 4. Скорости релаксации директора к равновесному положению в зависимости от величины электрического поля $E/E_{\rm cr}$. *1* — минимальная скорость движения кинкоподобной волны v_m от верхней границы НТЯ к нижней, *2* и *3* — средние скорости релаксации директора $v_{\rm III,IV}$, соответствующие твистовой и нетвистовой ориентации директора на поверхностях НТЯ, *4* и *5* — средняя скорость релаксации директора в НТЯ u_R при условии слабого и жесткого сцепления молекул НЖК с поверхностями ячейки соответственно.

формирование кинкоподобной волны ($\tau_1 + \tau_2 \sim 3.56$ (режим I), рис. 3, *a* и *b*), больше, чем время пробега кинкоподобной волны ($\tau_3 \sim 2.31$ (режим II), рис. 3, *c*) до достижения равновесной ориентации. Таким образом, общее время релаксации системы состоит из двух вкладов и равно $\tau_R = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 \sim 5.87$. Это позволяет рассчитать среднюю размерную скорость релаксации директора $u_R = d/t_R = \frac{\epsilon_0\epsilon_a E^2 d}{\gamma_1\tau_R}$ к его равновесному положению. Прежде всего величина средней скорости релаксации пропорциональна E^2, размеру ячейки d и обратно пропорциональна величине коэффициента вращательной вязкости γ_1. Результаты расчета величины средней скорости релаксации директора u_R к его равновесному положению в зависимости от величины электрического поля E приведены на рис. 4. Факт слабого влияния величины плотности энергии сцепления A на среднюю скорость релаксации директора u_R в зависимости от величины поля E отражен в поведении кривых *4* и *5* (рис. 4). Незначительное расхождение в значениях u_R, рассчитанных для случаев слабого $A\kappa\sin(2\Delta\Phi)/2K_2 = 1.0$ (рис. 4, кривая *4*) и сильного (рис. 4, кривая *5*) сцеплений молекул ЖК-фазы с ограничивающими поверхностями, отмечено лишь при значениях электрического поля $E \sim 9.0E_{\rm cr}$. Кривая *1* (рис. 4) соответствует значению минимальной скорости распространения кинкоподобной волны в НТЯ (v_m). Таким образом, из-за потерь, обусловленных формированием кинкоподобной волны, соответствующей режиму I ($\tau_1 + \tau_2$), общая средняя скорость u_R примерно в 1.5 раза ниже минимальной скорости v_m. На рис. 4 представлены также результаты сравнения исследованных скоростей v_m и u_R со скоростями распространения релаксационных режимов, рассчитанных не в форме бегущей волны $\Phi(z - v\tau)$, а в форме обычного релаксационного режима $\Phi(\tau, z)$, исследованного в работе [2]. Полученные в этой работе времена релаксации как для случая сильного сцепления молекул ЖК-фазы с обеими ограничивающими поверхностями в форме $\Phi(\tau, 0) = 0$, $\Phi(\tau, d) = \pi/2$ (режим III), так и в форме $\Phi(\tau, 0) = \Phi(\tau, d) = 0$ (режим IV) позволили нам рассчитать среднюю скорость релаксации $v_{\rm III,IV} = d/t_{\rm III,IV}$ в зависимости от величины внешнего поля E. Результаты этих расчетов представлены на рис. 4 кривыми *2* и *3* соответственно. Величины этих скоростей $v_{\rm III,IV}$ оказались примерно в 3 раза ниже значений минимальной скорости пробега кинкоподобной волны. Важно отметить, что положение начального возмущения $\Phi(0, q) = \varphi(q_3, \sigma)$ влияет на механизм формирования бегущей волны и таким образом на величину времени релаксации директора.

Так, если начальное возмущение находилось вблизи нижней границы $q_1 < q_4 \le (q_1 + q_2)/2$ (рис. 1, *c*), релаксационный режим в форме бегущей волны достигал нижней границы ячейки и дальнейшая эволюция протекала в релаксационном режиме $\Phi(\tau, z)$. В случае же положения начального возмущения вблизи верхней границы после формирования бегущей волны, характеризующегося динамическим режимом I, эта волна достигала нижней границы ячейки в динамическом режиме II (рис. 2, *b*). В первом случае (рис. 1, *c*) время, необходимое для того, чтобы директор достиг равновесной ориентации под действием электрического поля $E = 10.0E_{\rm cr}$ при значении $A\kappa\sin(2\Delta\Phi)/2K_2 = 1.0$, равно 5.91, в то время как во втором случае (рис. 2, *b*) оно равно 5.88.

Процесс релаксации директора к его равновесному положению также удобно описывать с помощью диссипационной функции D [3], которая в случае квазидвумерной геометрии и учета только твистовых деформаций принимает вид $D(q) = \Phi_\tau^2(q)$. Давление P ($P > 0$ —

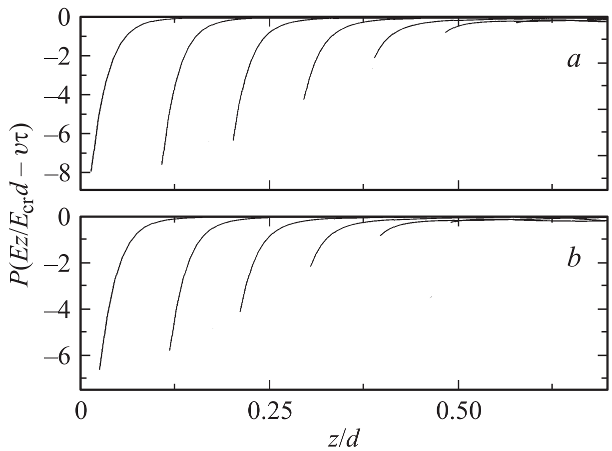

Рис. 5. Эволюция профиля давления P от верхней поверхности ячейки к нижней, рассчитанная с помощью выражения (7) для двух режимов релаксации. a — жесткое сцепление (5), b — слабое сцепление (6) молекул ЖК с обеими поверхностями НТЯ. В обоих случаях $E/E_{cr} = 10$, а начальное возмущение директора инициировано вблизи верхней границы НТЯ, $q_3 = 9.75$.

сжатие) в такой системе может быть записано в виде проинтегрированного уравнения Навье–Стокса

$$P(q) = P_{el}(q) - P_{elast}(q) - \int_0^q \frac{\partial D(q)}{\partial \Phi_\tau} \Phi_q(q) dq, \qquad (7)$$

где $P_{el}(q) = \frac{1}{2}\sin^2\Phi(q)$ и $P_{elast}(q) = -\frac{1}{2}\Phi_q^2(q)$ — вклады в полное выражение для давления P, обусловленные электрическими и упругими силами. С учетом выражения для диссипационной функции $D(q)$ и уравнения (3) получим окончательное выражение для давления в НТЯ $P(q) = -\Phi_q^2(q)$. Результаты расчетов для случаев жесткого (5) и слабого (6) граничных сцеплений молекул ЖК с ограничивающими поверхностями и наличия внешнего электрического поля $E = 10.0E_{cr}$ в зависимости от $q = \frac{E}{E_{cr}}\frac{z}{d} - \upsilon\tau$ представлены на рис. 5. Результаты расчетов показали, что благодаря влиянию электрического поля E абсолютная величина $P(q)$ быстро растет практически с 0 до 8 в случае сильного сцепления молекул ЖК-фазы с ограничивающими поверхностями (рис. 5, a) и до 6.5 в случае слабого сцепления (рис. 5, b). Безразмерные величины $P(q) = 8$ и $P(q) = 6.5$ отвечают размерным значениям $\frac{K_2}{\kappa^2}P(q)$, равным 64 и 52 pN/μm^2 соответственно. Расчеты также показали, что профиль давления $P(q)$, вычисленный с учетом баланса вкладов, обусловленных упругими, электрическими и гидродинамическими силами, эволюционирует, начиная с верхней ограничивающей поверхности и достигая нижней поверхности за время релаксации τ_R. Это как раз то время, которое система тратит на переориентацию начального возмущения под действием внешнего поля к равновесной ориентации директора. Физически это означает, что в случае формирования релаксационного режима в форме бегущей волны $\Phi(z - \upsilon t)$ начальное возмущение поля директора вблизи верхней ограничивающей поверхности достигает основания ячейки спустя время τ_R и оказывает давление ~ 64 pN/μm^2 в случае жесткого сцепления ЖК-молекул с поверхностями или ~ 52 pN/μm^2 в случае слабого сцепления. Таким образом, эффект слабого сцепления молекул ЖК на нижней поверхности ячейки приводит к уменьшению давления ~ 17% по сравнению со случаем сильного сцепления. Измерение ударного давления на нижней поверхности ячейки при заданных внешних условиях на НТЯ позволяет судить о реализации нелинейного релаксационного механизма в форме бегущей волны.

Экспериментальное наблюдение релаксационного режима в форме бегущей волны, по-видимому, возможно с помощью поляризационного микроскопа. Поскольку переориентация поля директора имеет место в очень узкой области ЖК-фазы (имеется в виду ширина бегущей волны), под действием внешнего электрического поля $E \geq 10.0E_{cr}$ или $2 \cdot 10^{-4}$ C/m^2 для случая НТЯ толщиной 10 μm в поляризованном свете могут возникнуть темные бегущие полосы, представляющие собой не что иное как области переориентации поля директора. Учитывая то, что скорость этих полос $\sim 100\,\mu$m/s, их легко можно зафиксировать с помощью обычной фотокамеры. В заключение следует отметить, что настоящее исследование релаксационных процессов, возникающих в НТЯ, применимо в области температур T, далеких от точек фазового перехода типа нематик–смектик $A(T_{NA})$. Вблизи температуры T_{NA} материальные коэффициенты K_2 и γ_1 демонстрируют аномальный рост величин [9], и как результат время релаксации неограниченно растет, а скорость процесса релаксации u_R стремится к нулю. Такое изменение времени релаксации τ_R согласуется с результатами работы [2], в которой показано, что при $T \to T_{NA}$ $\tau_R \sim \left(\frac{T_{NA}}{T - T_{NA}}\right)^{0.1}$.

Мы надеемся, что настоящее исследование позволит лучше понять релаксационные процессы, протекающие в твистовых нематических ячейках.

Список литературы

[1] P.G. de Gennes, J. Prost. The physics of liquid crystals. Oxford University Press, Oxford (1995). 349 p.
[2] A.V. Zakharov, A.A. Vakulenko. Phys. Rev. E **72**, 021 712 (2005).
[3] I.W. Stewart. The static and dynamic continuum theory of liquid crystals. Taylor and Francis, London (2004). 345 p.
[4] T. Matsui, M. Ozaki, K. Yoshino. Phys. Rev. E **69**, 061 715 (2004).
[5] D.C. Aronson, H.F. Weinberger. Lect. Notes Math. **446**, 3 (1975).
[6] W. van Saarlos. Phys. Rev. A **37**, 211 (1987).
[7] И.С. Березин, Н.Р. Жидков. Методы вычислений. Физматгиз, М. (1964). 464 с.
[8] P.P. Karat, N.N. Madhusudana. Mol. Cryst. Liq. Cryst. **40**, 239 (1977).
[9] D. Kamada, K. Okimoto, A. Sugimura, G.R. Luckhurst, B.A. Timimi, H. Zimmermann. Mol. Cryst. Liq. Cryst. **441**, 129 (2005).