

- [4] Волле В.М., Воронков В.Б., Грехов И.В., Козлов В.А. // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. В. 14.
- [5] Stengl R., Ahn K.Y., Gösele U. // Jap. J. Appl. Phys. 1988. V. 27(12). P. L 2364-L 2366.
- [6] Black R.D., Arthur S.D., Gilmore R.S., Lewis N., Hall E.L., Lilliguis R.D. // J. Appl. Phys. 1988. V. 63(8). P. 2773-2777.

Физико-технический институт  
им. А.Ф. Иоффе АН СССР,  
Ленинград

Поступило в Редакцию  
25 июля 1990 г.

Письма в ЖТФ, том 16, вып. 17

12 сентября 1990 г.

01; 05.4

© 1990

## АНАЛИЗ РАССЕЯНИЯ СИГНАЛОВ НА НЕОДНОРОДНОСТЯХ В ЛИНИЯХ СВЯЗИ ИЗ ВТСП

Р.А. С у р и с, Н.В. Ф о м и н

В предыдущей работе [1] было показано, что коаксиальные волноводы из ВТСП, по сравнению с волноводами из обычных хорошо проводящих металлов, обладают существенно лучшими характеристиками, что служит предпосылкой для их применения в быстродействующих устройствах в качестве каналов связи и межсоединений для БИС. В расчетах учитывались диссипация энергии и дисперсия скорости распространения сигнала, связанные с приповерхностными омическими токами нормальных электронов, при этом форма волновода и свойства материала предполагались однородными вдоль волновода.

Многообещающие характеристики линий связи из ВТСП могут оказаться очень чувствительными к неизбежным на практике неоднородностям материала, вызывающим рассеяние сигнала. В связи с этим, имеет смысл оценить ослабление и расплывание передаваемых сигналов (даже в идеальном случае отсутствия рассмотренных

ранее [1] омических потерь), вызванное только их отражением от ВТСП линии. В случае однородной линии отражение можно исключить путем согласования волновых сопротивлений передающего устройства и линии. Для неоднородной линии коэффициент отражения всегда не равен нулю и экспоненциально стремится к единице (в отсутствие потерь) на так называемой длине локализации [4]. Таким образом, эта длина ограничивает сверху возможную длину линии связи.

Будем предполагать, что флуктуации параметров линии связи достаточно малы (простая оценка по теории возмущений показывает, что необходимые для этого условия выполняются на практике с большим запасом), так что соответствующие возмущения решений для однородной линии происходят на масштабах  $r_0$ , много превышающих эффективный поперечный размер волновода  $r_*$ , при этом распространение по линии гармоники с частотой  $\omega$  по-прежнему (см. [1]) описываются телеграфным уравнением, но теперь уже с флуктуирующим в пространстве (усредненным на масштабе  $r_0$ ) поверхностным импедансом  $Z(\omega, x)$ :

$$\frac{\partial^2 J(\omega, x)}{\partial x^2} + [-i\omega C Z(\omega, x) + (\omega/c)^2] J(\omega, x) = 0, \quad (1)$$

где  $J(\omega, x)$  — Фурье-компонента тока  $I(t, x)$ ,  $c$  — скорость света,  $C$  — погонная емкость. Решим ту же задачу: пусть на вход линии ( $x=0$ ) подается  $\delta$ -импульс, т.е.  $I(t, 0) = 2\pi I_0 \tau_0 \delta(t)$ . Требуется найти  $I(t, L)$  — форму сигнала в точке  $x=L$ . В случае независимого от  $x$  импеданса  $Z(\omega)$ , рассмотренном в предыдущем письме [1], решение записывается непосредственно в виде интеграла Фурье:

$$I(t, L) = I\tau \int e^{i(k(\omega)L - \omega t)} d\omega, \quad (2)$$

где волновое число  $k(\omega)$  определяется из (1):

$$k(\omega) = k_0(\omega) = \pm \omega/c \left[ 1 - iC Z(\omega) c^2/\omega \right]^{1/2}. \quad (3)$$

Ограничимся анализом приближения  $\delta$ -коррелированных гауссовых флуктуаций (см. [4]): пусть

$$\overline{Z'(x)Z'(x')} = 2\overline{Z^2} r_0 \delta(x-x'), \quad (4)$$

где черта означает усреднение по реализациям, а штрихом помечены отклонения от среднего. Тогда для функции распределения  $P(J, Y, \omega, x)$ , определяющей совместную плотность вероятности того, что  $J(\omega, x) = J$  и  $Y = \partial J(\omega, x)/\partial x$ , из (1) получаем уравнение Эйнштейна-Фоккера [4]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = -\gamma \frac{\partial \rho}{\partial J} + \omega_0^2 J \frac{\partial \rho}{\partial Y} + \sigma^2 \omega_0^2 J^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial Y^2}, \quad (5)$$

$$\text{где } \omega_0^2 = \omega^2/c^2 - i\omega C \bar{Z}(\omega), \quad (6)$$

$$\sigma^2 = -i\omega C \bar{Z}^2 r_0 / (\omega^2/c^2 - i\omega C \bar{Z}(\omega)).$$

Домножая это уравнение на различные степени  $J$  и  $Y$  и интегрируя по частям, можно получать уравнения для моментов. Интересуясь в дальнейшем только моментами второго порядка, получаем из (6) систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \bar{J}^2 &= 2 \bar{J} \bar{Y}, & \frac{\partial}{\partial x} \bar{J} \bar{Y} &= \bar{Y}^2 - \omega_0^2 \bar{J}^2, \\ \frac{\partial}{\partial x} \bar{Y}^2 &= -2 \omega_0^2 \bar{J} \bar{Y} + 2 \sigma^2 \omega_0^4 \bar{J}^2 \end{aligned} \quad (7)$$

Ища решение, пропорциональное  $\exp(ikx)$ , находим

$$k = \pm 2\omega_0 + i\omega_0(\omega_0 \sigma^2 + o(\omega_0 \sigma^2)) \quad (8)$$

(предположение о малости флуктуаций  $\omega_0 \sigma^2 \ll 1$  лежит в основе вывода уравнения Эйнштейна-Фоккера [4]).

Подстановка найденного  $k(\omega)$  в интеграл Фурье (2) дает среднеквадратичную форму сигнала. Для непосредственного интегрирования по  $\omega$  необходимо знать частотную зависимость  $\bar{Z}$ ,  $\omega_0$  и  $\sigma^2$ . Воспользуемся результатом работы [1], где в предположении  $\delta_L \ll r_*$  было получено:

$$\bar{Z}(\omega) = 2i\omega \delta_L / (r_* c^2 (1 - i\omega/\Omega)^{1/2}), \quad (9)$$

где  $\delta_L$  — лондоновская глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник,  $2\pi r_*$  — периметр внутренней поверхности поперечного сечения волновода, а  $\Omega = c^2 / (4\pi \sigma_n \delta_L^2)$ , где  $\sigma_n$  — проводимость за счет нормальных электронов. Для определенности будем считать, что флуктуирует только  $\delta_L = \bar{\delta}_L + \delta'_L$ . Тогда, подставляя (6) и (9) в (8), получаем

$$k = \pm 2\omega/c + i(\omega/c)^2 \left[ C c \bar{\delta}_L / (2r_* \Omega) + (2C/r_*)^2 r_0 \bar{\delta}_L'^2 \right]. \quad (10)$$

Вычисляя интеграл (2) с этим  $k(\omega)$ , получаем гауссову форму сигнала:

$$I(L, t) = I_0 \tau_0 / (\pi^{1/2} \tau) \exp\left\{ -(L/c - t)^2 / \tau^2 \right\}, \quad (13)$$

$$\text{где } \tau^2 = L/r_* \left[ 2\bar{\delta}_L C / (c\Omega) + 16C^2 r_0 \bar{\delta}_L'^2 / (r_* c^2) \right]. \quad (14)$$

В полученный нами ответ помимо параметров, имеющих очевидный физический смысл, входит комбинация  $r_0 \delta_L'^2$ , расшифровка которой требует дополнительного рассмотрения. В случае, когда радиус корреляций для флуктуаций  $\delta_L$  (которые мы считаем гауссовыми)  $r_c \gg r_*$ , можно положить  $r_0 = r_c$ . При  $r_c \ll r_*$  необходимо учесть то, что под  $\delta_L'$  понимаются флуктуации, усредненные на длине линии  $r_0$ . Выразим  $\delta_L'^2$  через средний (по реализациям) квадрат от флуктуаций на масштабе  $r_c$ , которые будем метить двумя штрихами. Учитывая гауссовость флуктуаций, находим для случая  $\delta_L \ll r_c \ll r_*$  асимптотику  $r_0 \delta_L'^2 = r_c^2 \delta_L''^2 / (2\pi r_*)$ , а для случая  $r_c \ll \delta_L$  - асимптотику  $r_c^3 \delta_L''^2 / (2\pi r_* \delta_L)$ . При произвольных соотношениях между обсуждаемыми параметрами удобно пользоваться интерполяционной формулой

$$r_0 \delta_L'^2 = r_c \delta_L''^2 \left[ 1 + 2\pi r_* / r_c + 2\pi r_* \delta_L / r_c^2 \right]^{-1}. \quad (15)$$

Таким образом, мы выяснили, что рассеяние сигнала на неоднородностях приводит к его дополнительному уширению (второй член в (14)). Возникает вопрос: какой из механизмов уширения играет основную роль? Найдем отношение первого вклада в  $\tau$  ко второму:

$$(\tau_f / \tau_d)^2 = \frac{\pi}{2} \epsilon_n \delta_L^3 r_* / (c r_0 \delta_L'^2). \quad (16)$$

Для значений параметров (см. [1]):  $\epsilon_n = 10^2$  сим/см,  $\delta_L = 10^{-5}$  см,  $c = 1$ ,  $c = 10^{10}$  см находим, что  $\tau_f / \tau_d \approx 1$  (оба эффекта имеют одинаковый порядок) при следующей реальной ситуации: размер гранул ( $r_c$ ) порядка диаметра внутренней жилы ( $r_*$ ), а флуктуации  $\delta_L$  составляют 30%.

В заключение обратим внимание на существование специфической для волноводов из ВТСП причины для флуктуаций поверхностного импеданса, связанной с сильной анизотропией. Изменение ориентации оси анизотропии  $\bar{c}$  [2] по отношению к внутренней поверхности волновода приводит к изменению эффективной лондоновской глубины проникновения  $\delta_L$  [3].

Итак, мы проанализировали эволюцию короткого импульсного сигнала во времени при его движении по волноводной линии связи, изготовленной из неоднородного ВТСП-материала, и выяснили, что сигнал приобретает гауссову форму с шириной (т.е. длительностью), корневым образом растущей с расстоянием, при этом вклады в ширину сигнала от диссипации и от рассеяния на неоднородностях материала входят аддитивно. Возможна практическая ситуация, когда оба вклада имеют один порядок. Из полученных ответов следует, что даже значительные флуктуации параметров (например, 50-ти процентные колебания лондоновской глубины проникновения) не приводят к серьезному снижению интересных возможностей волноводных линий из высокотемпературных сверхпроводящих материалов.

- [1] Сури́с Р.А., Фо́мин Н.В. // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. В. 24. С. 33.
- [2] Горько́в Л.П., Ко́пнин Н.Б. // УФН. 1988. Т. 156. В. 1. С. 117-135.
- [3] Фо́мин Н.В. // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. В. 1. С. 77-79.
- [4] Кля́цкин В.И. Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах. М, 1980. 335 с.

Физико-технический  
институт им. А.Ф. Иоффе  
АН СССР, Ленинград

Поступило в Редакцию  
25 июля 1990 г.

Письма в ЖТФ, том 16, вып. 17 12 сентября 1990 г.

04

© 1990

## О РАСПРОСТРАНЕНИИ НЕЛИНЕЙНОЙ КОСОЙ ЛЕНГМЮРОВСКОЙ ВОЛНЫ В ДВИЖУЩЕЙСЯ ПЛАЗМЕ

С.А. Ру́мянцев

Косая ленгмюровская волна (КЛВ), представляющая резонансную ветвь обыкновенной волны [1], удобна для исследования нелинейного взаимодействия волн с плазмой вследствие быстрого изменения дисперсионных характеристик и роста поля волны в окрестности плазменного резонанса [2, 3]. С увеличением интенсивности волны на процесс распространения оказывает возрастающее влияние стрикционная нелинейность, обуславливая самовоздействие КЛВ [2]. Как показано в [4, 5], стрикционное взаимодействие электромагнитных волн с плазмой сильно зависит от движения плазмы. В данной работе исследовано влияние стрикционной нелинейности на взаимодействие КЛВ с плазмой, движущейся вдоль магнитного поля, и найдена пространственная структура поля и параметров плазмы, возникшая в результате взаимодействия, в приближении геометрической оптики.

Рассмотрим стационарное одномерное течение бесстолкновительной плазмы, неоднородной в направлении оси  $Z$ , вдоль постоянного магнитного поля  $B = B_z$ . КЛВ с частотой  $\omega$ , распространяясь под малым углом  $\alpha$  к оси  $Z$  в направлении скорости течения  $V$  и уменьшения плотности плазмы  $n$ , приводит к возникновению ponderomotorной силы, действие которой описывается интегралами уравнений гидродинамики плазмы и излучения [4]. Для малых изменений плотности  $\delta n \ll n$ , возникающих под действием электрического поля волны  $E \ll E_p$ , в [4] получено соотношение