

- [1] S m i l a n s k i I., B y r o n S.R., B u r -  
k e s T.R. // Appl. Phys. Lett. 1982. V. 40. P. 547-548.
- [2] А г е е в В.П., А т е ж е в В.В., Б у к р е е в В.С. и  
д р. // ЖТФ. 1986. Т. 56. В. 7. С. 1387-1389.
- [3] А г е е в В.П., А т е ж е в В.В., Б у к р е е в В.С. и  
д р. // Письма в ЖТФ. 1985. Т. 11. В. 22. С. 1375-1378.

Институт общей физики  
АН СССР, Москва

Поступило в Редакцию  
31 июля 1989 г.  
В окончательной редакции  
29 ноября 1989 г.

Письма в ЖТФ, том 16, вып. 2

26 января 1990 г.

04

© 1990

## БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНЫЙ ПРИЭЛЕКТРОДНЫЙ СЛОЙ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО РАЗРЯДА

И.Д. Каганович, Л.Д. Цендин

Интерес к высокочастотному разряду низкого давления значи-  
тельно возрос в связи с его использованием для получения эпитак-  
сиальных пленок. Для этих целей важно знать постоянное падение  
напряжения между плазмой и электродом, толщину слоя и другие  
его характеристики. Оценки этих величин были приведены в [1].  
Численные расчеты слоя, основанные на решении полной системы  
уравнений [2], достаточно трудоемки. Попытка аналитического рас-  
чета [3] основана на неверном выражении для электронной  
концентрации; в данной работе мы получим простые аналитические  
выражения для параметров слоя, пользуясь методом усреднения по  
быстрым электронным движениям [4].

Будем считать, что толщина слоя  $L$  мала по сравнению с дли-  
нами пробега частиц и межэлектродным зазором, и велика по срав-  
нению с дебаевским радиусом  $r_d$ , а частота поля удовлетворяет  
условию  $\omega_i \ll \omega \ll \min(\omega_e, \nu_{max})$ , где  $\nu_{max}$  - максвелловское  
время,  $\omega_i, \omega_e$  - ионная и электронная плазменные частоты.

Тогда поле в плазме много меньше поля в слое и  $L \sim j/ev\omega$ .  
Смещение ионов за период поля мало по сравнению  $L$ , так что  
их движение определяется средним полем. При этом границу элек-  
тронного профиля (толщиной порядка  $r_d$ ) можно считать резкой, а  
перепады потенциала в слое велики по сравнению с  $T$ . Ионизацией  
в слое и начальными скоростями ионов можно пренебречь. Тогда  
поток ионов в слое сохраняется и  $\Gamma_i = \gamma n_0 (T/M)^{1/2}$ , где  $n_0$  - кон-

центрация ионов перед слоем,  $T$  - температура электронов,  $\nu$  - число порядка единицы, зависящее от вида функции распределения. Концентрация ионов в слое есть

$$n(x) = A/\sqrt{\varphi(x)}, \quad (1)$$

где  $A = \gamma n_0 \sqrt{T/2e}$ ,  $\varphi(x)$  - постоянный потенциал в слое.

Задав плотность тока  $j = -j_0 \sin \omega t$  и вводя новую переменную  $z(x) = \omega t(x)$  фазу, когда граница плазма-слой достигает точки  $x$ , получаем замкнутую систему уравнений [4] для  $\varphi(x)$ :

$$d\varphi/dx = 4j_0/\omega (\sin z - z \cos z), \quad (2)$$

$$\sin z \, dz/dx = e\omega A/(j_0 \varphi^{1/2}),$$

$z=0$  соответствует плазме,  $z=\pi$  - электроду.

Решение находится в параметрическом виде

$$\varphi(x)^{1/2} = 2j_0/(e\omega A) \left( z/2(1 + 1/2 \cos 2z) \right)^{3/8} \sin 2z, \quad (3)$$

$$x = j_0^3/(6e^2\omega^3 A^2) \left[ -z \cos z (3 + 2 \cos^2 z) + 5 \sin z - 11/3 \sin^3 z \right].$$

Выпишем удобное соотношение между толщиной слоя и постоянным падением потенциала  $\varphi_0$  в слое:

$$L = 5/9 (2/3\pi)^{1/2} (\varphi_0^3/e^2 A^2)^{1/4}. \quad (4)$$

Отметим, что с увеличением тока разряда толщина слоя растет пропорционально  $j_0$  и если В.Ч. напряжение падает в основном на слоях, то  $L \sim U^{1/2} \sim j_0$ .

На рис. 1 показан профиль постоянного потенциала в слое (3) (кривая 1) в сравнении с результатами численного расчета [5] (кривая 2).

Несмотря на то что в [5] расчет произведен для случая заданного гармонического напряжения на одном слое, рассчитанные там  $\varphi(x)$  и толщина слоя при равных значениях  $A$  и  $\varphi_0$  мало отличаются от (3, 4). Формулы (3) написаны с точностью до членов порядка  $(T/e\varphi)^{1/2}$ . Из рис. 1 видно, что зависимость  $\varphi(x)/\varphi_0 = (x/L)^{10/7}$  (кривая 3), являющаяся точным решением для малых  $x$ , хорошо аппроксимирует профиль потенциала во всем слое.

С найденным профилем потенциала  $\varphi(x)$  легко найти переменное поле в слое:

$$E(x, t) = (4\pi j_0/\omega) \cdot (1 + \cos \omega t) - 4\pi e \int_x^L n dx \quad (5)$$

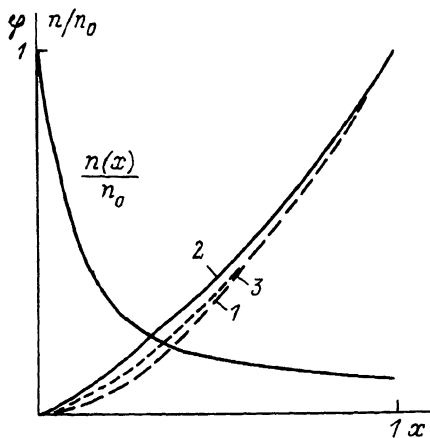


Рис. 1. Постоянный потенциал и концентрация в слое.

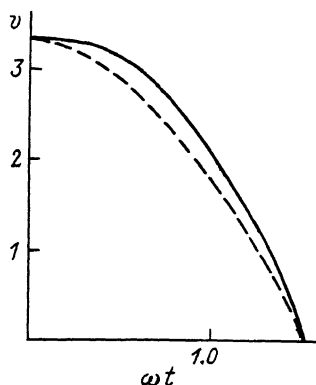


Рис. 2. Перепад ВЧ потенциала в слое симметричного разряда. Пунктир соответствует гармонической зависимости.

или с помощью (2)

$$E(x, t) = (4\pi j_0 / \omega) (\cos \omega t - \cos z(x)), \quad (6)$$

где  $z$  меняется от  $\omega t$  до  $\pi$ .

Интегрируя (6), получим, что в разряде между одинаковыми плоскопараллельными электродами (симметричном) суммарное падение В.Ч. потенциала в слоях:

$$U(\omega t) = 4\pi j_0 / \omega \left[ \int_{\omega t}^{\pi} (\cos \omega t - \cos z) + \int_{(\pi - \omega t)}^{\pi} (\cos \omega t + \cos z) dx(z) / dz dz \right]. \quad (7)$$

График  $U(\omega t)$  представлен на рис. 2. Видно, что  $U(\omega t)$  - ангармоничная функция. Так как  $U(\omega t)$  - четная функция, и  $U(\pi/2 - \omega t) = -U(\pi/2 + \omega t)$ , то  $U(\omega t)$  - разлагается по  $\cos((2n+1)\omega t)$ . Например, амплитуда третьей гармоники ( $n=1$ ) составляет 2.3% от первой. Отметим, что напряжение на разряде в 3.3 раза больше постоянного падения потенциала в слое. Это очень близко к значению  $\pi$ , предсказанному и подтвержденному экспериментально в работе [1].

Результат (7) несложно обобщить на случай произвольной негармонической периодической зависимости плотности тока. Предполагая, что  $j = j_0 f(z)$ , где  $f(z) = -f(-z)$ , получим вместо (7):

$$U(\omega t) = 2j_0^3 / e^2 \omega^3 \left[ \int_{\omega t}^{\pi} \{F(\omega t) - F(z)\} A(z) dz - \int_{\pi - \omega t}^{\pi} \{F(\pi - \omega t) - F(z)\} A(z) dz \right], \quad F(z) = - \int_z^{\pi} f(z) dz, \quad (8)$$

$$A(z) = -f(z) \int_0^z f(z') dz \int_0^{z'} z'' f(z'') dz'',$$

Видно, в частности, что определить зависимость  $f(z)$  при гармоническом законе  $U(z)$  гораздо сложнее, чем найти  $U(z)$  при гармоническом  $f(z)$  (7).

Подробно исследован численно [2, 5] случай сильно асимметричного разряда. При этом практически все напряжение  $U$  падает на слое, прилегающем к меньшему электроду. При гармоническом законе

$$U(\omega t) = U_{DC} + U_0 \cos \omega t, \quad (9)$$

$$\text{где } U_{DC} = -U_0 + (T/2e) \ln(2\pi m \gamma^2 / M) + (T/2e) \ln(U_0 e^{2\pi} / T),$$

плотность тока будет сильно ангармонична. Рассмотрим качественно вид этой зависимости.

При  $\pi/2 < \omega t < 3\pi/2$  перепад потенциала в слое велик и граница электронного профиля находится там, где  $n(x)$  меняется резко (1). Расстояние от меньшего электрода до этой границы мало отличается от полной толщины слоя  $l$ . Поэтому плотность тока смещения у электрода  $\sim I/l \partial U / \partial t$ .

Из численных расчетов [2] видно, что вблизи фазы  $\omega t = 0$ , когда  $eU \sim T$ , а электроны подходят к электроду на расстояние  $\sim r_d$ , возникает особенность в поведении тока смещения. Действительно, на этом масштабе можно считать ионную концентрацию постоянной  $n_i = n_i(x=l)$ . Интегрируя уравнение Пуассона, находим напряженность поля у электрода:

$$E(t) = \pm \left( 4\pi e n_i \left( T/e \left( e^{\frac{e\phi(t)}{T}} - 1 \right) - \phi(t) \right) \right)^{1/2}, \quad (10)$$

где  $\phi(t) = U(t) + (T/2e) \ln(2eU_0 / r^2 T)$  - разность потенциалов между электродом и плазмой, величина  $U(t)$  дается формулой (10).

Ток смещения у электрода

$$j(t) = \left( \frac{e n_i U_0}{4\pi} \right)^{1/2} \omega G(t),$$

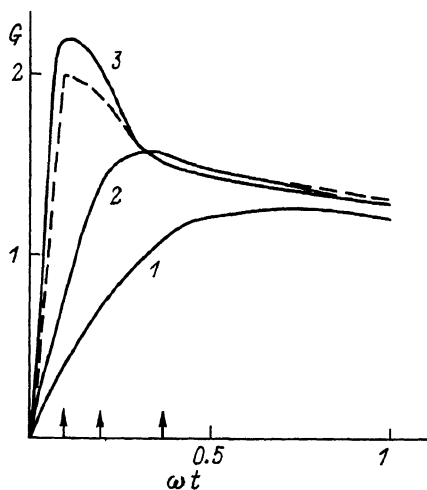


Рис. 3. Зависимость безразмерного тока смещения (6) от  $\omega t$  в ксеноне для значений  $eU_0/T$ : 1 - 17, 2 - 48, 3 - 199; сплошные линии - расчет по формуле (11); пунктир - расчет [2]. В случаях 1, 2 результаты (11) и [2] совпадают. Стрелками указаны моменты времени (12).

$$G(t) = \pm \frac{\left(\frac{eU_0}{T}\right)^{1/2} (1 - \exp(e\phi(t)/T))}{(\exp(e\phi(t)/T) - 1 - e\phi(t)/T)^{1/2}} \quad (11)$$

График функции  $G(t)$  приведен на рис. 3. Вдали от  $\omega t=0$  зависимость  $j(t)$  является слабой. Вблизи же момента  $\omega t=0$  при  $eU_0/T < (M/2m)^{1/2}/2\pi$  ток смещения резко возрастает на временах порядка

$$\omega t_0 = \left(\frac{2\varphi_3}{U_0 \omega^2}\right)^{1/2}, \quad \text{где } \varphi_3 = \begin{cases} \phi(t=0) \text{ при } |e\phi(t=0)| > T \\ T/e \text{ при } |e\phi(t=0)| \leq T \end{cases} \quad (12)$$

в соответствии с [2] (см. рис. 3). В обратном случае выражение (11) также дает резкое возрастание тока смещения при  $\omega t \approx 0$ . Однако в эти моменты электроны отперты, так что ток смещения у электрода намного меньше электронного.

#### С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Годяк В.А., Кузовников А.А. // Физика плазмы. 1975. Т. 1. № 3. С. 496.
- [2] Viehler S. // J. Appl. Phys. Lett. 1989. V. 54. N 2. P. 317-320.
- [3] Rimman J. // J. Appl. Phys. 1989. V. 65. N 3. P. 999-1005.
- [4] Smirnov A.C., Tsendingin L.D. - Proceedings of the 19-th international conference on phenomena in ionized gases, Belgrad, 1989. V. 3. P. 456-457.

- [5] Meijer P.M., Goedheer W.J. Proceedings of the 19-th international conference on phenomena in ionized gases, Belgrad, 1989. V. 3. P. 386-388.

Физико-технический  
институт им. А. Ф. Иоффе  
АН СССР, Ленинград

Поступило в Редакцию  
6 декабря 1989 г.

Письма в ЖТФ, том 16, вып. 2

26 января 1990 г.

07

© 1990

НЕКОТОРЫЕ ХАРАКТЕРНЫЕ СВОЙСТВА  
ОБЪЕМНЫХ ГОЛОГРАММ, ПОЛУЧЕННЫХ ПУТЕМ  
МНОГОКРАТНОЙ ЗАПИСИ ОПТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ  
ПОЛНОЙ СИСТЕМЫ ОРТОНОРМИРОВАННЫХ ФУНКЦИЙ

В.В. Орлов

Ранее было предложено осуществлять оптическое разложение волнового поля объекта по произвольной системе ортогональных функций голографическим методом, основанным на многократной записи объемных голограмм оптических моделей ортогональных функций [1, 2]. В настоящей работе показано, что если на голограмме записана полная система ортонормированных функций, то она не имеет интермодуляционной структуры, обладает 100% дифракционной эффективностью и восстанавливает волновое поле без искажений.

Пусть на одном участке светочувствительной среды осуществляется многократная запись  $N$  голограмм, с одним и тем же временем экспозиции  $t$ , при этом объект и опорный источник (в общем случае протяженный) состоят каждый из  $N$  точек, занимающих неизменное положение относительно светочувствительной среды. Обозначим через  $a_{mn}$  ( $b_{mn}$ ) комплексную амплитуду  $n$ -й точки опорного источника (объекта) во время  $m$ -й экспозиции. Все множество комплексных амплитуд опорных источников и объектов можно представить в виде двух матриц

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} \end{pmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1N} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{N1} & b_{N2} & \dots & b_{NN} \end{pmatrix},$$

где матрица  $\hat{A}$  соответствует опорному источнику, матрица  $\hat{B}$  — объекту. Пусть вектор-строки матрицы  $\hat{A}$  (аналогично матрицы  $\hat{B}$ ) представляют собой некоторую полную систему ортонормированных функций. Тогда матрицы  $\hat{A}$  и  $\hat{B}$  ортогональны и их вектор-столбцы