

12

©1992 г.

ПРОСТАЯ СХЕМА НЕЙТРОННОГО МИКРОСКОПА С МАГНИТНОЙ СИСТЕМОЙ ДЛЯ КОМПЕНСАЦИИ ГРАВИТАЦИОННЫХ АБЕРРАЦИЙ

С.В.Масалович

Приводится способ расчета зеркального микроскопа на ультрахолодных нейтронах в потенциальном поле осцилляторного типа. Такой вид потенциала обычно реализуется вблизи точки равновесия при компенсации силы тяжести, которая оказывает существенное влияние на распространение таких нейтронов, с помощью неоднородного магнитного поля. Получено условие ахроматизации нейтронного изображения для этого случая. Проводится расчет конкретной схемы микроскопа с увеличением $M = 47\times$ и с магнитной компенсацией гравитационных aberrаций. Расчетное разрешение при работе с широким интервалом скоростей нейтронов и числовой апертуре 0.5 составило от 1.5 до 3 мкм для поля зрения диаметром 300 мкм.

Введение

Способность ультрахолодных нейтронов (УХН) зеркально отражаться от поверхности многих веществ при любых углах падения явилась предпосылкой для обсуждения возможности создания для них зеркальных фокусирующих систем, аналогичных оптическому микроскопу [1,2]. В то же время было отмечено [2], что в отличие от оптических зеркальных систем зеркальные фокусирующие системы для УХН являются хроматическими. Связано это с тем, что на распространение нейтронов столь низких энергий ($E_{УХН} \sim 10^{-7}$ эВ) заметное влияние оказывает гравитационное поле Земли. Нейтроны в оптической установке движутся по параболическим траекториям, кривизна которых зависит от скорости нейтронов и начального угла входа в установку. Это приводит к появлению специфических гравитационно-хроматических aberrаций в нейтронном изображении. В общем случае для систем с вертикальной оптической осью имеет место зависимость от энергии нейтронов как коэффициента увеличения, так и положения плоскости изображения (хроматизм увеличения и положения). Наличие этих aberrаций является одним из основных препятствий на пути достижения высокого разрешения и задача компенсации их представляет важную проблему при построении нейтронного микроскопа. Использование квазимонохроматических нейтронов не снимает полностью проблему aberrаций и, кроме того, невозможно при

сегодняшней интенсивности источников УХН. Подробное рассмотрение проблем, связанных с созданием нейтронного микроскопа, приведено в обзоре [3].

К настоящему времени предложено несколько различных путей построения ахроматического нейтронного микроскопа [4-12]. Некоторые из них были проверены в экспериментах [6,10,13-17]. Наилучшее измеренное разрешение составляет сегодня около 10 мкм [10,17]. Среди предложенных схем нейтронного микроскопа на УХН наилучшее расчетное разрешение было получено для схемы, в которой влияние гравитационного поля Земли компенсируется с помощью магнитного поля, неоднородного в направлении действия силы тяжести [8]. Требуемая для этого неоднородность составляет 1.7 Тл/м. Очевидно, что компенсация будет происходить только для одного состояния поляризации нейтрона. Другая поляризация при этом должна отсутствовать. Идея компенсировать силу тяжести с помощью неоднородного магнитного поля в объеме микроскопа была рассмотрена в работе [18]. Однако реализация ее в конкретную схему стала возможной после того, как было показано, что для ахроматизации достаточно компенсировать силу тяжести не во всем объеме микроскопа, а только в области расположения объектива [8]. При этом кроме объектива оптическая схема микроскопа не содержит других фокусирующих элементов. В работе [8] для создания необходимого магнитного поля предлагалось использовать сверхпроводящее кольцо диаметром 1 м и током в кольце около $8 \cdot 10^5$ А. Большой размер кольца и, следовательно, большой ток были обусловлены желанием достичь по крайней мере пятидесятикратного уменьшения силы тяжести в области зеркального объектива с размерами $2 \times 2 \times 2$ см. В настоящей работе рассматривается схема нейтронного микроскопа, в которой удовлетворительная компенсация гравитационно-хроматических аберраций достигается с помощью простой магнитной системы без использования сверхпроводников. Возможность этого обусловлена тем, что, как будет показано ниже, требование полной компенсации силы тяжести во всей области объектива также не является обязательным для достижения ахроматизации. Оказывается, что для этого достаточно достичь полной компенсации силы тяжести только в некоторой горизонтальной плоскости, проходящей через объектив, в то время как на краях объектива сила, действующая на поляризованный нейтрон со стороны неоднородного магнитного поля, может отличаться от силы тяжести на величину порядка 10%. Это обстоятельство существенно уменьшает требования к параметрам магнитного поля и, следовательно, к самой магнитной системе. Ниже приводится расчет зеркального нейтронного микроскопа в таком комбинированном потенциальном поле и рассматривается возможная магнитная система.

Расчет микроскопа на УХН в потенциальном поле

Для построения изображения в зеркальной системе в присутствии потенциального поля используем принцип Ферма об экстремальности длины оптического пути. Для обычной оптики в случае однородной среды пример такого построения рассмотрен в работе [19]. Вопрос о применимости принципа Ферма к оптике УХН обсуждался в работе [20], где также отмечалось, что для фокусирующих систем его можно определить

как принцип равенства фаз для всех нейтронных траекторий, приходящих в точку изображения (см. также [4]).

Рассмотрим случай, когда сила тяжести, действующая на нейтрон, компенсируется магнитной силой строго только в плоскости $z = z_0$, где z — координата по вертикали. При $z > z_0$ суммарная сила направлена вниз, а при $z < z_0$ суммарная сила направлена вверх и с ростом расстояния $|z - z_0|$ сила линейно возрастает. Т.е. комбинированный потенциал является потенциалом осцилляторного типа. Такое условие реализуется почти всегда вблизи точки равновесия, когда мы хотим скомпенсировать силу тяжести с помощью неоднородного магнитного поля. Очевидно, что осцилляторный вид потенциала справедлив только в ограниченном объеме вокруг точки равновесия. Тем не менее на время предположим, что такой потенциал существует во всем объеме микроскопа. Ниже будет показано, что это предположение не влияет на основные выводы работы. Пусть точечный источник монохроматических нейтронов находится в начале координат и потенциальная энергия при $z = 0$ равна нулю. В этом случае зависимость потенциальной энергии от z можно представить следующей формулой:

$$U(z) = S \cdot (z - z_0)^2 - S \cdot z_0^2, \quad (1)$$

где S — постоянный коэффициент.

Найдем теперь фазу нейтронной волны в произвольной точке области вблизи начала координат, для которой выполняется условие

$$\frac{U(z)}{E} \ll 1. \quad (2)$$

Здесь E — начальная энергия нейтрона. Условие (2) означает, что в указанной области влияние потенциала можно рассматривать как малое возмущение. Например, для ультрахолодных нейтронов в гравитационном поле размеры такой области могут составлять несколько десятков см. Поскольку изменение потенциала (1) является плавным и выполняется условие квазиклассичности [21]

$$\left| \frac{d\lambda}{dz} \right| \ll 2\pi, \quad (3)$$

где λ — длина волны нейтрона, то для нахождения фазы нейтронной волны в заданной точке мы можем вместо решения уравнения Шредингера перейти к решению уравнения геометрической оптики

$$(\text{grad } \zeta)^2 = n^2. \quad (4)$$

Здесь ζ — оптическая длина пути; n — показатель преломления заданной неоднородной среды, который можно представить в следующем виде [19,21]:

$$n = \sqrt{1 - \frac{U(z)}{E}}. \quad (5)$$

Фаза нейтронной волны φ определяется через решение уравнения (4) простым соотношением

$$\varphi(\mathbf{r}) = k_0 \zeta(\mathbf{r}), \quad (6)$$

где \mathbf{r} — радиус-вектор точки наблюдения, k_0 — волновое число нейтронной волны в начале координат.

Перепишем уравнение (4) в сферической системе координат, в которой полярная ось совпадает с осью z ,

$$\left(\frac{\partial \zeta}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \zeta}{\partial \theta}\right)^2 = 1 - \frac{U(r, \theta)}{E}. \quad (7)$$

Здесь r — расстояние от начала координат, θ — полярный угол. В выражении (7) учтено, что функция $\zeta(\mathbf{r})$ не зависит от азимутального угла ввиду предполагаемой аксиальной симметрии. Решение уравнения (7) будем искать с учетом (2) в виде ряда по малому параметру $\sqrt{S/E} \cdot r$ или, что то же самое, по степеням r

$$\zeta(r, \theta) = r \cdot \sum_{n=0}^{\infty} a_n(\theta) \cdot r^n, \quad (8)$$

где $a_n(\theta)$ — коэффициенты разложения.

Подставим выражения (1) и (8) в (7) и учтем, что $z = r \cdot \cos \theta$. Приравняв коэффициенты при одинаковых степенях r слева и справа, найдем решение уравнения (7)

$$\zeta(r, \theta) = r \cdot \left[1 + \frac{S}{2E} z_0 r \cdot \cos \theta - \frac{1}{6} \left(\frac{S}{2E}\right)^2 \cdot z_0^2 \cdot r^2 (3 \cos^2 \theta + 1) - \frac{S}{6E} r^2 \cos^2 \theta + \dots \right]. \quad (9)$$

Отбрасывая в выражении (9) члены второго и более высоких порядков по S и учитывая (6), получаем окончательное выражение для фазы нейтронной волны

$$\varphi(r, z) = k_0 r \cdot \left[1 + \frac{S}{2E} z_0 z - \frac{S}{6E} z^2 \right]. \quad (10)$$

Воспользуемся теперь формулой (10) для построения нейтронного изображения в оптической системе, состоящей из одного сферического зеркала с вертикальной осью (рис. 1) в потенциальном поле (1). Для этого выберем две точки A и B , как показано на рис. 1, и произвольную точку P на поверхности зеркала. Точки A и B будут оптически сопряженными (одна точка является изображением другой), если выполняется условие

$$\varphi_{AP} + \varphi_{PB} = \text{const}, \quad (11)$$

т.е. набег фазы нейтронной волны между точками A и B с промежуточным перерасеянием в точке P не зависит от положения точки P на поверхности зеркала. Для меридианной плоскости на рис. 1 положение

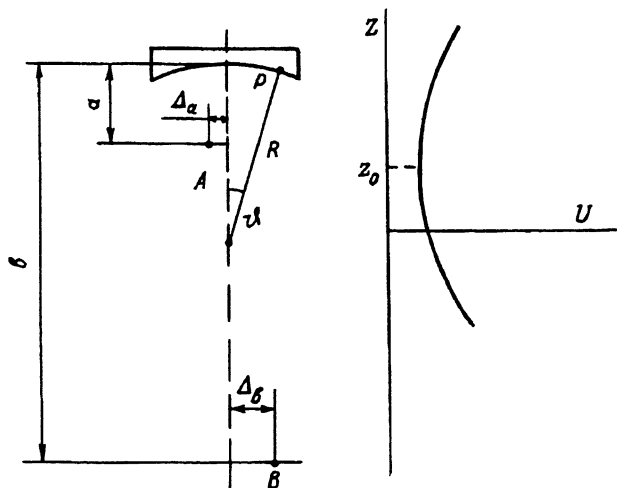


Рис. 1. К построению изображения с помощью сферического зеркала. Справа приведена форма потенциала.

точки P можно задать с помощью одного параметра ϑ , который является углом между радиусом R , проведенным в точку P из центра сферического зеркала, и оптической осью (осью Z). Тогда условие (11) можно переписать следующим образом:

$$\frac{\partial \varphi_A}{\partial \vartheta} = -\frac{\partial \varphi_B}{\partial \vartheta}, \quad (12)$$

где $\varphi_{A(B)}$ — фаза в точке P нейтронной волны, вышедшей из точки $A(B)$ (вследствие обратимости времени $\varphi_{PB} = \varphi_{BP}$).

При этом необходимо учитывать, что волновое число в точке P должно быть одно и то же для обеих волн в силу закона сохранения энергии. Для нахождения положения точки B при заданном положении точки A (или наоборот) подставим в уравнение (12) выражения для фазы нейтронной волны от этих точек. Для этого в (10) подставим геометрические параметры, отвечающие положению точек A и B относительно точки P , и соответствующие волновые числа. Для упрощения вычислений воспользуемся парааксиальным приближением, когда для точек A , B и P справедливы условия (рис. 1)

$$\frac{\Delta_a}{a} \ll 1, \quad \frac{\Delta_b}{b} \ll 1, \quad \vartheta \ll 1. \quad (13)$$

В этом случае, проводя разложение по малым параметрам в левой и правой частях уравнения (12) и приравнивая коэффициенты при нулевой и первой степенях ϑ , получаем

$$b = M \cdot a \cdot \left[1 - \frac{S}{6E} M a \cdot [a(M+1) - 6(R-z_0)] \right], \quad (14)$$

$$\Delta_b = -M \cdot \Delta_a \cdot \left[1 + \frac{S}{6E} (M+1) a \cdot [3(R-z_0) - a] \right], \quad (15)$$

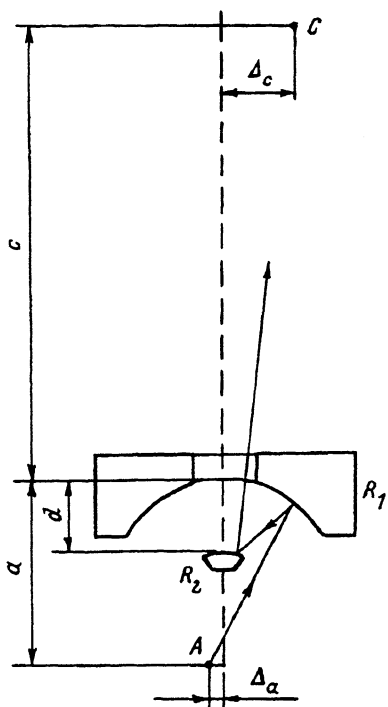


Рис. 2. Объектив с концентрическими сферическими зеркалами.

где

$$M = \frac{R}{2a - R}. \quad (16)$$

В формулах (14) и (15) координата z_0 (положение минимума потенциальной энергии) относится к системе координат с началом в центре сферического зеркала. Зная соотношение (14)–(16), можно вывести условие оптического сопряжения для зеркального объектива типа Шварцшильда [22], применяемого в обычных оптических микроскопах. В частном случае такой объектив состоит из двух концентрических сферических зеркал (рис. 2) с заданным отношением радиусов. Достоинством его является анастигматичность для широких апертурных углов. Последнее обстоятельство является важным при построении нейтронного микроскопа, так как ограниченная интенсивность существующих источников УХН требует именно широкоапертурных схем. Опуская промежуточные вычисления, запишем окончательный результат для положения точки изображения C

$$\Delta_c = M_1 M_2 \Delta_a \cdot \left[1 + \frac{S}{6E} (K - 3z_0 L) \right], \quad (17)$$

$$c = M_2 (M_1 a - d) \cdot \left[1 - \frac{S}{6E} \frac{M_2}{M_1 a - d} [P - 6z_0 d (2M_1 a - d)] \right]. \quad (18)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$M_1 = \frac{R_1}{2a - R_1}, \quad M_2 = \frac{R_2}{2(M_1 a - d) - R_2}, \quad (19)$$

$$K = a(M_1 + 1)(3R_1 - a) + (M_1 a - d)(M_2 + 1)[3R_2 - (M_1 a - d)] + \frac{2M_2 a^2 M_1^2}{R_2} [a(M_1 + 1) - 6R_1], \quad (20)$$

$$L = a(M_1 + 1) + (M_1 a - d)(M_2 + 1) - \frac{4M_2 a^2 M_1^2}{R_2}, \quad (21)$$

$$P = (M_1 a - d)^2 [(M_1 a - d)(M_2 + 1) - 6R_2] - a^2 M_1^2 \cdot [a(M_1 + 1) - 6R_1]. \quad (22)$$

Остальные обозначения приведены на рис. 2. Как видно, M_1 и M_2 равны оптическим коэффициентам увеличения для первого и второго зеркалов в случае однородной среды. Зависящие от энергии нейтронов члены в формулах (17) и (18) кроме геометрических параметров объектива содержат также свободный параметр z_0 . Варьируя этот параметр путем изменения магнитного поля, можно добиться задуления этих членов, т.е. ахроматизации или коэффициента увеличения, или положения плоскости изображения. Здесь следует отметить, что основной вклад в хроматические aberrации изображения вносит хроматизм коэффициента увеличения. Это связано с тем, что влияние хроматизма положения ослаблено ввиду малой величины выходного апертурного угла. Поэтому в первую очередь потребуем ахроматизации в выражении (17), т.е. чтобы минимум потенциальной энергии (равенство магнитной и гравитационной сил) находился при следующем значении z_0 :

$$z_0 = \frac{K}{3L}. \quad (23)$$

Для оценки подставим в (19)–(23) геометрические параметры зеркального объектива, который был опробован в работе [17], $R_1 = 14.174$ мм, $R_2 = 5.414$ мм, $d = R_1 - R_2 = 8.76$ мм, $a = 18.647$ мм. Коэффициент увеличения при этом равен $M = M_1 \cdot M_2 \cong -47\times$. В результате вычислений получаем $z_0 = 9.3$ мм. Таким образом, плоскость полного уравнивания гравитационной и магнитной сил должна проходить через объектив. По-видимому, для рассматриваемой схемы микроскопа последнее утверждение является общим и не зависит от конкретных параметров объектива.

Магнитная система для нейтронного микроскопа

Рассмотрим одну из возможных магнитных систем, с помощью которой можно было бы реализовать потенциал вида (1). Она показана на рис. 3 и состоит из тороидального ферромагнитного сердечника квадратного сечения, на который намотан соленоид. В сердечнике имеется зазор в виде сектора с углом при вершине β . Ось симметрии зазора совпадает с осью z . Магнитное поле в зазоре зависит от общего количества ампер-витков, магнитных свойств ферромагнетика и его геометрических размеров. Если пренебречь краевыми эффектами при расчете магнитной цепи [23], то для магнитного поля в зазоре можно записать

$$B(r) = \frac{\mu_0 N I}{r \cdot \left(\beta + \frac{2\pi - \beta}{\mu} \right)}, \quad (24)$$

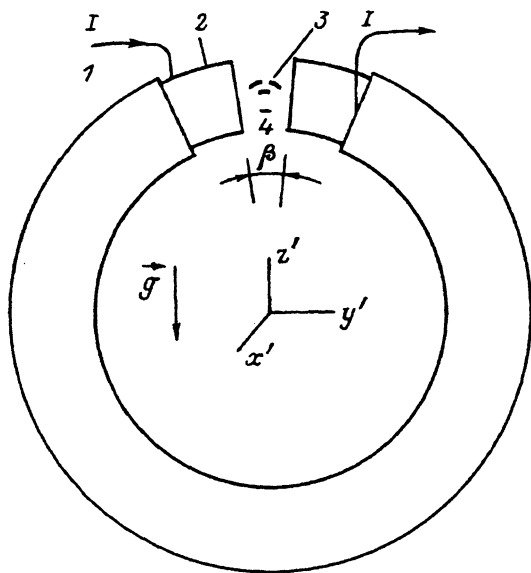


Рис. 3. Схема нейтронного микроскопа с магнитной системой для компенсации гравитационных aberrаций.

1 — соленоид, 2 — ферромагнитный сердечник, 3 — зеркальный объектив, 4 — объект, 5 — изображение.

где $B(r)$ — величина индукции магнитного поля в зазоре на расстоянии r от центра тороида; N — полное количество витков соленоида; I — ток, протекающий по соленоиду; μ_0 — магнитная постоянная; μ — магнитная проницаемость ферромагнетика.

Очевидно, что кроме вертикальной составляющей в таком поле присутствует и горизонтальная составляющая магнитной силы, действующей на поляризованный нейтрон. Однако если угол β достаточно мал, то последней можно пренебречь. Полагая, что величина μ очень велика, т.е.

$$\mu \gg \frac{2\pi}{\beta}, \tag{25}$$

перепишем (24) для магнитного поля на оси Z

$$B(z') = \frac{\mu_0 N I}{z' \beta}. \tag{26}$$

Здесь z' — координата в системе отсчета с центром в центре тороида. Таким образом, потенциальная энергия нейтрона в комбинированном гравитационном и магнитном поле в зазоре на оси будет иметь вид

$$U(z') = \mu_n B(z') + mgz' = \mu_n \frac{\mu_0 N I}{z' \beta} + mgz', \tag{27}$$

где μ_n — магнитный момент нейтрона, m — масса нейтрона, g — ускорение силы тяжести.

Отсюда находим, что равновесие сил достигается при $z' = z'_0$, где

$$z'_0 = \sqrt{\frac{\mu_n \mu_0 N I}{mg\beta}}, \quad (28)$$

и в окрестности этого значения потенциальная энергия (27) с удовлетворительной точностью может быть представлена в виде (1)

$$U(z') \cong \frac{mg}{z'_0} (z' - z'_0)^2 + 2mgz'_0. \quad (29)$$

Это позволяет воспользоваться результатами предыдущего раздела. Однако в данном случае необходимо учесть то обстоятельство, что магнитное поле сосредоточено в объеме зазора вблизи точки равновесия и обрывается при некотором значении $z' = z'_k$. Тем не менее, как было показано в работе [8], отсутствие компенсации вне объектива не влияет на хроматизм коэффициента увеличения, а влияет только на хроматизм положения плоскости изображения, роль которого мала. Расчет оптического сопряжения для случая, когда магнитное поле присутствует только в области объектива, аналогичен предыдущему и приводит к тому, что изображение точки A формируется не в точке C (см. (17) и (18)), а в соседней точке F , положение которой относительно точки C определяется следующим образом:

$$\Delta_f = \Delta_c, \quad (30)$$

$$f = c - (R_2 + c - z_k)^2 \left[\frac{mg}{4E} - \frac{S}{6E} (R_2 + c + 2z_k - 3z_0) \right]. \quad (31)$$

Здесь координата z отсчитывается от центра сферических зеркал. Для определения необходимой величины магнитного поля в зазоре и выбора геометрических параметров магнитной системы потребуем, чтобы на краю объектива относительное отличие магнитной силы от гравитационной не превышало величины q , т.е.

$$\left(\frac{\partial^2 B(z')}{\partial (z')^2} \Delta z \right) / \left(\frac{\partial B(z')}{\partial z'} \right) = q. \quad (32)$$

Здесь Δz — расстояние по вертикали между точкой z'_0 и краями объектива, а значения производных взяты в точке z'_0 . Подставляя (26) в (32), получим

$$\frac{2\Delta z}{z'_0} = q. \quad (33)$$

Если положить $\Delta z = 1.5$ см, что отвечает размерам объектива обычного оптического микроскопа, и задать $q = 0.1$, то из (33) получим $z'_0 = 30$ см. Эту величину можно взять в качестве среднего радиуса тороида. Полагая, что размер объектива по горизонтали составляет около 2.5 см, выберем $\beta = 0.1$. Из (26) и (28) тогда следует, что $B(z'_0) = 0.52$ Тл и $NI \simeq 1.2 \cdot 10^4$ ампер-витков. Получение такого магнитного поля в системе с ферромагнетиком не представляет собой сложной технической задачи.

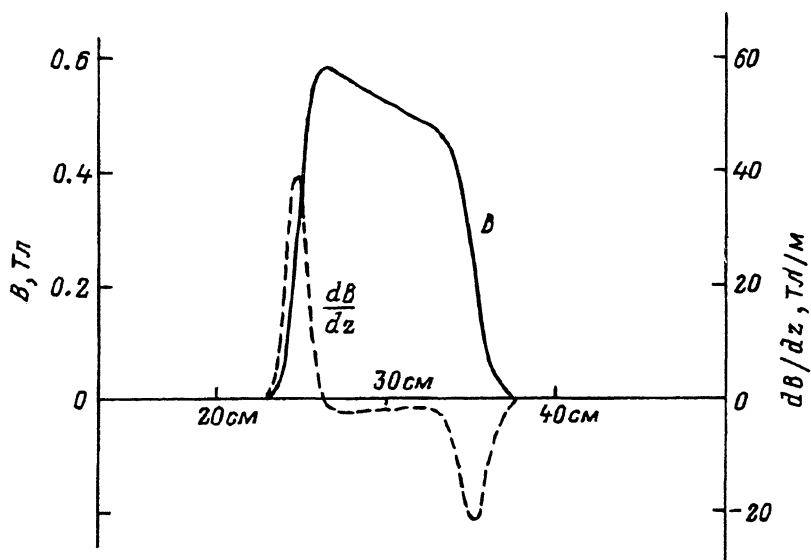


Рис. 4. Распределение величины магнитной индукции B (сплошная линия) и ее производной $\frac{dB}{dz}$ (штриховая линия) вдоль оси симметрии объектива в зависимости от расстояния до центра тороида.

При определении необходимого размера сечения ферромагнитного сердечника следует учитывать, что на границе зазора формула (26) нарушается. Размер сечения должен выбираться так, чтобы это нарушение не затрагивало области, где располагается объектив. Для вычисления распределения магнитного поля в зазоре при разных размерах сечения воспользуемся тем обстоятельством, что в объеме зазора токи отсутствуют и для него можно ввести понятие скалярного магнитного потенциала [19] и решать уравнение Лапласа с заданными граничными условиями. Граничные условия получаются из следующих заключений. Так как магнитная проницаемость ферромагнетика предполагается очень большой, то из условия непрерывности на границе раздела ферромагнетик—вакуум следует, что силовые линии магнитного поля расположены практически перпендикулярно к поверхности ферромагнетика, обращенной к зазору. Это означает, что такую поверхность можно рассматривать как эквипотенциальную. Разность магнитных потенциалов между двумя краями зазора равна NI . Решив численно задачу о распределении магнитного потенциала в зазоре, можно определить распределение магнитной индукции и ее производных. На рис. 4 показаны эти распределения вдоль оси Z для случая, когда поперечный размер сечения ферромагнитного сердечника равен 10 см. Из формы кривой для производной видно, что размер области зазора, внутри которой справедлива формула (26), равен приблизительно 4 см. Именно в этой области должен располагаться объектив. Наличие больших градиентов на выходе из магнитного поля приводит к преломлению нейтронной траектории, и вся граничная область поля поэтому может рассматриваться как преломляющая поверхность. Однако оптическая сила такой поверхности мала и ею можно пренебречь.

Предыдущие выводы были сделаны на основании предположения, что магнитная проницаемость ферромагнетика при выбранном значении ко-

личества ампер-витков NI удовлетворяет условию (25). Чтобы убедиться в справедливости этого предположения был проведен расчет магнитной печи, представленной на рис. 3, для конкретного ферромагнитного материала, а именно для магнитоизотропной электротехнической стали марки 1513 [24]. Расчет проводился графоаналитическим методом [25] для следующих параметров печи: средний радиус тора 30 см, площадь сечения 100 см^2 , $NI \approx 1.2 \cdot 10^4 \text{ А}$. В результате было получено, что величина магнитной проницаемости в этом случае равна $\mu \approx 7 \cdot 10^3$, что удовлетворяет условию (25).

Результаты численного моделирования изображения в нейтронном микроскопе

Рассмотрим конкретную схему микроскопа с магнитной системой (рис. 3). Как уже отмечалось, существующие экспериментальные условия требуют, чтобы входной апертурный угол объектива был как можно больше. Поэтому выберем объектив, который использовался в работе [17] и числовая апертура которого равна 0.5. Геометрические параметры его приведены выше. Поле зрения на объекте зададим диаметром 0.3 мм. Обычное оптическое разрешение микроскопа не хуже, чем 1 мкм. Для получения оценки на разрешение при работе с ультрахолодными нейтронами были проведены расчеты на ЭВМ нейтронных траекторий и построены изображения от точечных источников на объекте. При этом спектр скоростей нейтронов задавался равномерным на интервале от 4.5 до 7.5 м/с. Положение объектива в магнитном поле выбиралось так, чтобы выполнялось условие (23). При построении нейтронного изображения распределение магнитного поля в зазоре с сечением $10 \times 10 \text{ см}$ задавалось выражением (24). На выходе из поля учитывалось преломление нейтронной траектории. В результате моделирования изображения от двух соседних точечных источников было получено, что разрешение в этой схеме микроскопа при заданных параметрах составляет от 1.5 до 3 мкм по полю зрения. Смещение объектива относительно точки z'_0 больше, чем на 1 мм, приводит к ухудшению разрешения. Кроме того, для сравнения было определено разрешение этого микроскопа при выключенном магнитном поле. Оно получилось равным приблизительно 100 мкм. Таким образом, компенсирующая роль магнитного поля очевидна.

В заключение отметим, что, задавая величину q в выражении (32) меньше 0.1, можно улучшить разрешение ценой увеличения магнитной системы. Можно также надеяться, что выбор более удачной формы полюсных наконечников ферромагнетика или же использование градиента на краю области магнитного поля приведет к более компактным магнитным системам.

Список литературы

- [1] Шапиро Ф.Л. // ЭЧАЯ. 1972. Т. 2. № 4. С. 975-979.
- [2] Франк И.М. // Природа. 1972. № 9. С. 24-31.
- [3] Франк А.И. // УФН. 1987. Т. 151. № 2. С. 229-272.
- [4] Steyerl A., Schutz G. // Appl. Phys. 1978. Vol. 17. P. 45-47.
- [5] Франк А.И. Препринт ИАЭ. № 3409/14. М., 1981.
- [6] Herrmann P., Steinhäuser K.-A., Cahler R. et al. // Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. N 18. P. 1969-1972.
- [7] Стрелетов А.Н., Франк А.И. // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12. Вып. 2. С. 71-75.

- [8] Стрелетов А.Н., Франк А.И. // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 9. С. 1775-1785.
- [9] Масалович С.В., Стрелетов А.Н. Препринт ИАЭ. № 4536/14. М., 1987.
- [10] Steyerl A., Drexel W., Ebisawa T. et al. // Rev. Phys. Appl. 1988. Vol. 23. N 2. P. 171-180.
- [11] Карасева И.А., Масалович С.В., Русинов М.М. и др. // Нейтронная физика. Матер. I Междунар. конф. по нейтронной физике. М.: ЦНИИАтоминформ, 1988. Т. 1. С. 216-220.
- [12] Масалович С.В. // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. Вып. 1. С. 26-29.
- [13] Schutz G., Steyerl A., Matpe W. // Phys. Rev. Lett. 1980. Vol. 44. N 21. P. 1400-1403.
- [14] Арзуманов С.С., Масалович С.В., Стрелетов А.Н., Франк А.И. // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39. Вып. 10. С. 486-488.
- [15] Steyerl A., Malik S.S. // Physica. 1986. Vol. 137B. P. 270-281.
- [16] Арзуманов С.С., Масалович С.В., Стрелетов А.Н., Франк А.И. // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 44. Вып. 5. С. 213-216.
- [17] Арзуманов С.С., Масалович С.В., Сабельников А.А. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 52. Вып. 7. С. 981-984.
- [18] Скачкова О.С., Франк А.И. // Письма в ЖЭТФ. 1981. Т. 33. Вып. 4. С. 214-218.
- [19] Глазер В. Основы электронной оптики. М., 1957. 763 с.
- [20] Франк И.М., Франк А.И. // Письма в ЖЭТФ. 1978. Т. 28. Вып. 8. С. 559-560.
- [21] Блогинцев Д.И. Основы квантовой механики. М.: Наука, 1983. 664 с.
- [22] Burch C.R. // Proc. Phys. Soc. 1947. Vol. 59. Pt 1. N 331. P. 41-46.
- [23] Мешков И.Н., Чириков Б.В. Электромагнитное поле. Ч. 1. Новосибирск: Наука, 1987. 272 с.
- [24] Мишин Д.Д. Магнитные материалы. М.: Высшая школа, 1991. 384 с.
- [25] Захаров В.А. Магнитостатика систем с ферромагнетиками. Свердловск, 1986. 94 с.

Институт атомной энергии
им.И.В.Курчатова
Москва

Поступило в Редакцию
22 января 1992 г.