

ОБ ЭНЕРГИИ НАСТРОЙКИ И ВЕЛИЧИНАХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СФЕРИЧЕСКОГО И ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ДЕФЛЕКТОРОВ В РЕЛЯТИВИСТСКОМ СЛУЧАЕ

А.М.Шестопалов

Учет релятивистского эффекта в электростатических энергоанализаторах типа сферический и цилиндрический дефлектор [1] представляет интерес при измерениях сравнительно высоких энергий частиц, исследований, связанных с формированием и использованием пучков поляризованных электронов, возникающих при β -распаде возбужденных ядер, а также в связи с применением данных анализаторов для измерений на высоких напряжениях, когда приложенным к источнику пучка высоким напряжением обеспечивают ускорение пучка, вводимого в анализатор, а частью того же напряжения, действующей на анализаторе, поддерживают размещение пучка на основной траектории, реализуя весьма стабильное плечо отношений напряжений [2]. Поправки на релятивистский эффект для энергии настройки анализаторов, приведенные, например, в [3], относятся к первому релятивистскому приближению и не позволяют учесть выполнимость принципа подобия в анализаторах на высоких энергиях за пределами режима, где этот принцип оказывается нарушенным для энергии частиц, близких к энергии их массы покоя.

Применительно к расширенному использованию энергоанализаторов с наличием симметричного или несимметричного включения отклоняющего напряжения величину отношения отклоняющего напряжения к ускоряющему, определенную на основной траектории, назовем коэффициентом преобразования анализатора. Эта величина в спектроскопии имеет своим эквивалентом отношение напряжения анализатора к энергии настройки, отличаясь лишь знаком заряда частиц.

Приращение энергии частиц в пучке, обусловленное ускоряющим напряжением U_1 , определяет увеличение массы частиц в пучке, и в предположении нулевой начальной скорости частиц для анализаторов с симметричным включением электродов имеем

$$m = m_0(1 + u_1), \quad (1)$$

где $u_1 = qU_1/m_0c^2$ — относительная величина ускоряющего напряжения или нормированное значение кинетической энергии частиц; q , m , m_0 — заряд, релятивистская масса и соответственно масса покоя частиц; c — скорость света.

Для скорости частиц v с учетом (1) и выражения массы $m = m_3[1 + (v/c)^2]^{-1/2}$ имеем

$$v = c \frac{\sqrt{u_1(u_1 + 2)}}{u_1 + 1}, \quad (2)$$

В рассматриваемых анализаторах во время движения частиц по основной траектории, которой является дуга окружности радиуса r_0 , можно не учитывать каких-либо потерь энергии, включая потери на синхротронное излучение в релятивистском случае.

Действительно, при известной мощности P синхротронного излучения [4]

$$P = \frac{2}{3} \frac{c q^2 u_1^4}{r_0^2} \quad (3)$$

потери энергии $\Delta\varepsilon$ в анализаторе с секторным углом φ будут определяться с учетом (2), (3) как

$$\Delta\varepsilon = \frac{2}{3} \frac{q^2 (u_1 + 1) u_1^3 \varphi}{r_0} \sqrt{\frac{u_1}{u_1 + 2}},$$

так что для электронов в сферическом или цилиндрическом анализаторе, например, при $u_1 = 10^2$ (энергия порядка 50 МэВ), $r_0 = 10$ см, $\varphi = \pi/2$ получаем

$$\frac{\Delta\varepsilon}{m_0 c^2} = 2.73 \cdot 10^{-6},$$

что соответствует потере энергии 1.38 эВ. Для более тяжелых частиц при тех же исходных значениях энергии потери будут еще меньше.

В сферическом и цилиндрическом дефлекторах на основной траектории соблюдается равенство между силой, обусловленной поперечным полем E , и центробежной силой

$$\frac{mv^2}{r_0} = qE. \quad (4)$$

При наличии симметричных напряжений $U_0/2$ и $(U_0/2)$ и радиусах внутреннего и наружного электродов r_1 и r_2 в цилиндрическом дефлекторе на основной траектории с радиусом $r_0 = \sqrt{r_1 r_2}$ электрическое поле будет

$$E = \frac{U_0}{r_0 \ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad (5)$$

и с использованием (1), (2), (4), (5) коэффициент преобразования цилиндрического дефлектора представляется в виде

$$s = \frac{U_0}{U_1} = \left(1 + \frac{1}{1 + u_1} \right) \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (6)$$

Для сферического дефлектора, имеющего на основной траектории с радиусом

$$r_0 = \frac{2r_1 r_2}{r_1 + r_2},$$

электрическое поле

$$E = \frac{r_1 r_2 U_0}{r_0^2 (r_2 - r_1)},$$

аналогично имеем коэффициент преобразования

$$s = \frac{U_0}{U_1} = \left(1 + \frac{1}{u_1 + 1}\right) \frac{2(r_2 - r_1)}{r_1 + r_2}. \quad (7)$$

Исходя из (6) и (7), представим значения коэффициентов преобразования сферического и цилиндрического дефлекторов как

$$s = s_0 \left[1 - \frac{u_1}{2(u_1 + 1)}\right], \quad (8)$$

где значения $s_0 = 2 \ln(r_2/r_1)$ и соответственно

$$s_0 = \frac{4(r_2 - r_1)}{r_1 + r_2}$$

относятся к нерелятивистским величинам коэффициентов преобразования цилиндрического и сферического дефлекторов с симметричным включением электродов.

Согласно (8), в релятивистском случае коэффициенты преобразования данных анализаторов остаются в пределах $s_0/2 < s < s_0$, причем относительная величина релятивистской поправки имеет вид

$$\Delta_1 = \frac{s - s_0}{s_0} = -\frac{u_0}{2(u_1 + 1)}. \quad (9)$$

На рис. 1 приведены изменения модуля $|\Delta_1|$ относительной релятивистской поправки (9) в зависимости от ускоряющего напряжения для различных типов пучков. При соблюдении неравенства $qU_1/m_0c^2 \ll 1$ для электронного пучка (с представлением U_1 в вольтах) имеем $\Delta_1 = = 0.977 \cdot 10^{-6} U_1$, а для протонного пучка

$$\Delta_1 = -0.532 \cdot 10^{-9} U_1. \quad (9a)$$

В ультрарелятивистском случае при обеспечении $qU_1/m_0c^2 \gg 1$ относительные изменения коэффициента преобразования анализаторов можно определить по отношению к асимптотическому значению этого коэффициента $s_1 = s_0/2$, так что здесь имеем

$$\Delta_2 = \frac{s - s_1}{s_1} = \frac{1}{1 + u_1}.$$

Энергию настройки для сферического цилиндрического дефлекторов найдем, представив (6) и (7) в виде уравнения

$$u_0 = \frac{u_1(u_1 + 2)s_0}{2(u_1 + 1)}. \quad (10)$$

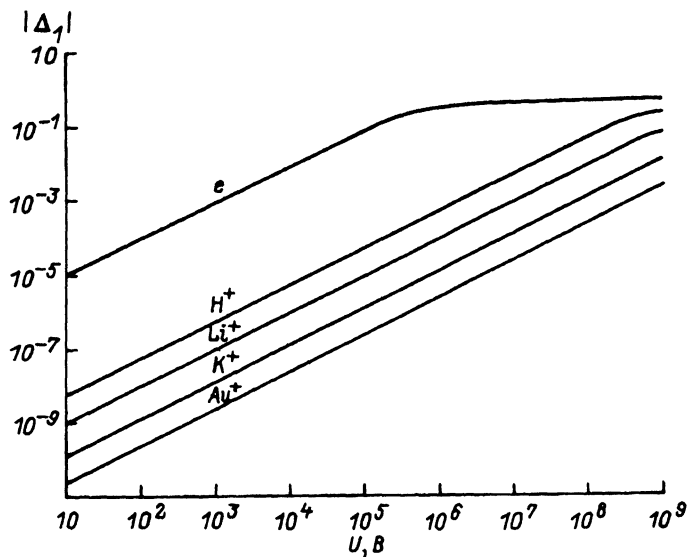


Рис. 1. Релятивистская поправка коэффициентов преобразования сферического и цилиндрического рефлекторов с симметричным включением электродов в зависимости от ускоряющего напряжения для различных типов пучков.

Решая данное уравнение относительно u_1 , получим, что энергия настройки $\varepsilon_1 = qU_1$ рассматриваемых анализаторов равна

$$\varepsilon_1 = m_0 c^2 \left[\sqrt{\left(\frac{qU_0}{s_0 m_0 c^2} \right)^2 + 1} + \frac{qU_0}{s_0 m_0 c^2} - 1 \right]. \quad (11)$$

Для слабoreлятивистского случая, когда $\varepsilon_1 < m_0 c^2$ и соответственно $U_0 < (s_0 m_0 c^2)/q$ из (11) получается упомянутое значение энергии настройки первого приближения [3]

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0 \left(1 + \frac{\varepsilon_0}{2m_0 c^2} \right),$$

где $\varepsilon = (qU_0)/s_0$ — энергия частиц, определенная исходя из напряжения анализатора U_0 без учета релятивистского эффекта.

Согласно (11), относительная величина релятивистской поправки для энергии настройки сферического и цилиндрического анализаторов с симметричным включением электродов будет

$$\delta = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} = \frac{m_0 c^2}{\varepsilon_0} \left[\sqrt{\left(\frac{\varepsilon_0}{m_0 c^2} \right)^2 + 1} - 1 \right]. \quad (12)$$

График изменений релятивистской поправки (12) представлен на рис. 2. Здесь же приведены изменения релятивистской поправки первого приближения. Вторая шкала энергий рис. 2 относится к релятивистским

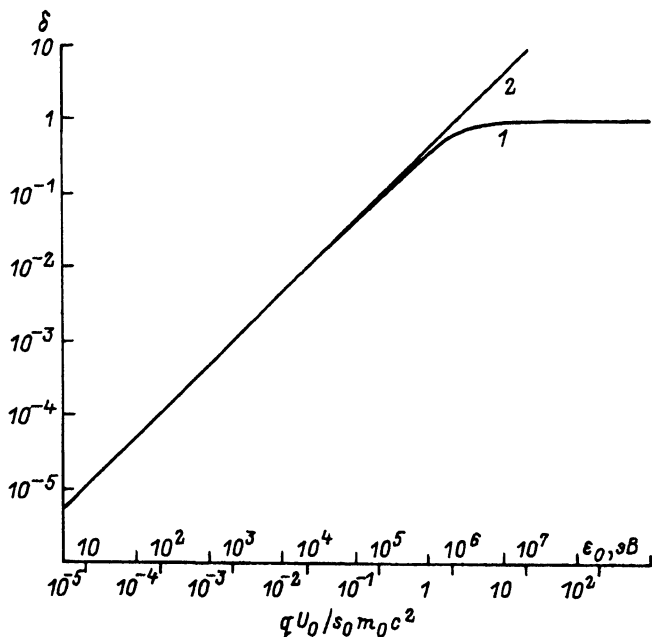


Рис. 2. Релятивистская поправка для энергии настройки сферического и цилиндрического рефлекторов с симметричным включением электродов (1) и релятивистская поправка по первому приближению (2) в зависимости от нормированного напряжения электродов (шкала энергий ϵ_0 относится к поправкам для электронов).

поправкам для электронов. Сопоставление графиков рис. 2 указывает, что при $U_0 > (s_0 m_0 c^2)/q$ имеет место существенное завышение оценок первого приближения в сравнении со значениями, определенными из (12).

Экспериментальные значения релятивистской поправки для протонов (0.05% при энергии 1 МэВ), представленные для цилиндрического и сферического анализаторов в [5], хорошо согласуются с поправкой (12) или с поправкой противоположного знака из (9а).

В анализаторах с несимметричным включением электродов [2,6], имеющих напряжение U_0 на одном электроде при заземленном другом, в качестве основной траектории предполагается траектория с потенциалом $U_0/2$, и этот же потенциал придается диафрагмам, используемым для ограничения краевого поля.

Скорость частиц, входящих в анализатор по касательной к основной траектории, при этом вместо (2) будет

$$v = c \frac{\sqrt{(u_1 - \frac{u_0}{2})(u_1 - \frac{u_0}{2} + 2)}}{u_1 - \frac{u_0}{2} + 1},$$

а уравнение, определяющее аналогично (10) взаимосвязь между величинами u_0 и u_1 , при этом представляется как

$$u_0 = \frac{(u_1 - \frac{u_0}{2})(u_1 - \frac{u_0}{2} + 2) s_0}{2u_1 - u_0 + 2}. \quad (13)$$

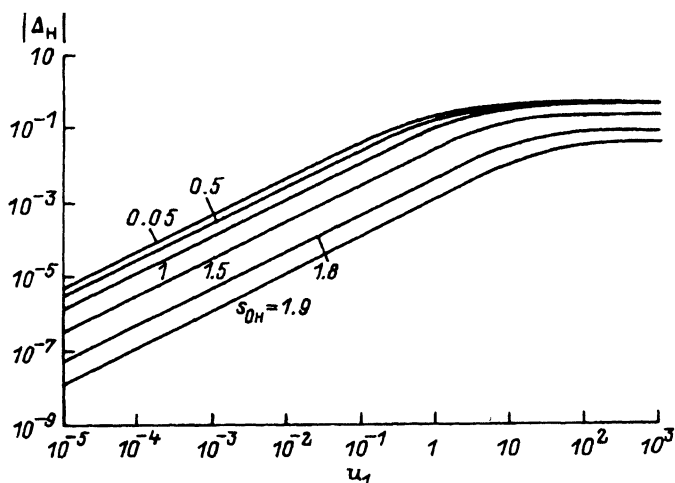


Рис. 3. Релятивистская поправка коэффициентов преобразования сферического и цилиндрического рефлекторов с несимметричным включением электродов в зависимости от нормированного ускоряющего напряжения для различных нерелятивистских значений коэффициентов преобразования рефлекторов.

Решая уравнение (13) относительно величины u_1 и отбрасывая один из корней данного квадратного уравнения, не удовлетворяющий условию $u_1 > u_0/2$, найдем, что энергия настройки сферического и цилиндрического дефлекторов с несимметричным питанием электродов будет равна

$$\varepsilon_1 = m_0 c^2 \left[\sqrt{\left(\frac{qU_0}{s_0 m_0 c^2} \right)^2 + 1} + \frac{qU_0}{s_0 m_0 c^2} \left(1 + \frac{s_0}{2} \right) - 1 \right].$$

С использованием решения того же уравнения (13) относительно величины u_0 найдем значение коэффициента преобразования в этих анализаторах

$$s_H = \frac{u_0}{u_1} = \frac{2 \left[(2 + s_0)(u_1 + 1) - \sqrt{(2 + s_0)^2 + 4u_1(u_1 + 2)} \right]}{(4 + s_0)u_1}. \quad (14)$$

Величина (14) в нерелятивистском случае при $u_1 \rightarrow 0$ будет

$$s_{0H} = \frac{s_0}{1 + \frac{s_0}{2}}, \quad (15)$$

а в ультрарелятивистском случае при $u_1 \rightarrow \infty$ имеем

$$s_H = \frac{2s_0}{4 + s_0}.$$

Выражение (14) с учетом (15) представляется в виде

$$s_H = \frac{2 \left[2(u_1 + 1) - \sqrt{(2 - s_{0H})^2 u_1(u_1 + 2) + 4} \right]}{(4 - s_{0H})u_1},$$

и релятивистская поправка для коэффициентов преобразования анализаторов с несимметричным включением электродов представляется как

$$\Delta_n = \frac{s_n - s_{0n}}{s_{0n}} = \frac{(2 - s_{0n})^2 u_1 + 4 - 2\sqrt{(2 - s_{0n})^2 u_1 (u_1 + 2) + 4}}{s_{0n}(4 - s_{0n})u_1}. \quad (16)$$

При малых величинах $u_1 \ll 1$ из (16) имеем

$$\Delta_n = \frac{(2 - s_{0n})^2}{8} u_1, \quad (16a)$$

На рис. 3 приведены графики зависимости релятивистской поправки (16) в функции относительного ускоряющего напряжения при различных величинах s_{0n} из диапазона $0 < s_{0n} < 2$, который ограничивается соблюдением условия $u_1 > u_0/2$.

Предельное значение релятивистской поправки (16), соответствующее ультрарелятивистскому случаю $u_1 \rightarrow \infty$, будет

$$\Delta_n = -\frac{2 - s_{0n}}{4 - s_{0n}},$$

что по абсолютной величине не превышает аналогичной величины для анализаторов с симметричным включением электродов, где, согласно (9), при $u_1 \rightarrow \infty$ имеем $\Delta_1 = -(1/2)$.

Список литературы

- [1] *Афанасьев В.П., Явор С.Я.* Электрические энергоанализаторы для пучков заряженных частиц. М.: Наука, 1978.
- [2] *Шестопалов А.М.* А.С. № 1538135. БИ. № 3. 1990. А.С. № 1228041. БИ. № 16. 1986.
- [3] *Buecher W.* // *Progr. Nucl. Phys.* 1956. Vol. 5. N 1.
- [4] *Коломенский А.А.* Физические основы методов ускорения заряженных частиц. М., 1980.
- [5] *Browne C.P., Craig D.S., Williamson R.W.* // *Rew. Sci Instr.* 1951. Vol. 22. P. 952.
- [6] *Liebl H., Wachsmuth H.* // *Zs. Naturforsch.* 1959. N 14^a. S. 846.

Поступило в Редакцию
2 сентября 1991 г.