

О ДЕПОЛЯРИЗАЦИИ ПУЧКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ПРИ ОТРАЖЕНИИ ОТ ПЛАВНОГО ОДНОМЕРНО-НЕОДНОРОДНОГО СЛОЯ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ. КОМПЛЕКСНЫЙ ЭФФЕКТ ГООСА-ХЕНХЕН

Н.С.Бухман

1. Известно [1], что при наклонном падении электромагнитной волны (ЭМВ) на плавно-неоднородный слой плазмы $n(z)$ с максимальной плотностью, превышающей критическую для данной частоты поля ω , вблизи поверхности критической концентрации плазмы происходит резкое возрастание продольной (z) компоненты поля (плазменный резонанс), что приводит к ослаблению отраженной волны, а также к изменению ее поляризации (по сравнению с падающей).

В [2] проведен расчет изменения поляризации плоской волны при отражении от слоя и показано, что это изменение может быть значительным. В настоящей работе проводится обобщение результатов [2] на случай волнового пучка с большой, но конечной шириной; это позволяет определить область применимости результатов [2] и оценить дополнительный (по отношению к плоской волне) фактор деполяризации пучка при отражении от слоя.

Для решения поставленной задачи проще всего воспользоваться линеаризацией логарифма комплексного коэффициента отражения R_{y-} плоской P -поляризованной волны от плазменного слоя¹ по углу падения α вблизи "общего" угла падения пучка α_0 , что позволяет рассматривать дополнительную (по отношению к предельному случаю плоской волны) деполяризацию отраженного пучка как результат пространственного разделения его P - и S -компонент при отражении, т.е. как результат эффекта типа Гооса-Хенхен, хорошо изученного для случая отражения пучка ЭМВ от границы двух однородных диэлектриков [3-7] и являющегося в области применимости так называемой классической теории [4] в математическом отношении следствием известной в фурье-анализе теоремы сдвига [8].

Важной особенностью "плазменного" эффекта Гооса-Хенхен по сравнению с "диэлектрическим" является то (проигнорированное в [2]) обстоятельство, что с изменением угла падения P -поляризованной плоской волны на достаточно плавный плазменный слой [1] одинаково быстро

¹ P -компонента линейно поляризована в плоскости падения пучка, S -компонента поляризована перпендикулярно плоскости падения. Табулированный в [2] комплексный коэффициент отражения P -поляризованной плоской волны R_{y-} имеет смысл корректировочного по отношению к S -поляризованной плоской волне, для которой справедлива скалярная теория [1]. Поэтому всюду ниже в качестве "рефера" для P -волны используется "скалярная" S -волна.

изменяются и фаза коэффициента отражения ($\arg R_{y-}$), и его амплитуда ($|R_{y-}|$). Это приводит к тому, что сдвиг P -поляризованной компоненты пучка при отражении оказывается комплексным, поскольку $|R_{y-}| = |R_{y-}| \exp(i \arg R_{y-}) = \exp[i(\arg R_{y-} - i \ln |R_{y-}|)]$ и изменение амплитуды коэффициента отражения можно трактовать как изменение мнимой части его комплексной фазы, что приводит к возникновению мнимой компоненты сдвига, сравнимой по величине с его вещественной компонентой.

В настоящей работе мы остаемся в рамках применимости «классической» теории эффекта Гооса-Хенхен, т.е. рассматриваем пучки с достаточно узкой диаграммой направленности, в пределах которой допустима линеаризация логарифма комплексного коэффициента отражения по углу падения. Отметим, что коэффициент отражения P -поляризованной плоской волны от достаточно плавного плазменного слоя быстро изменяется с изменением угла падения, но в любом случае остается гладкой функцией, поэтому «классические» формулы применимы при любом угле падения пучка с достаточно узкой диаграммой направленности.

Поскольку в случае отражения от плавного слоя отраженную волну можно отделить от падающей только на расстоянии нескольких длин волн от поверхности отражения, то в работе анализируется не поле вблизи критической поверхности, а квазиоптическая аппроксимация отраженного поля, справедливая на расстояниях начиная с нескольких длин волн от нее.

2. Итак, пусть имеется плазменный слой $n(z)$, причем $n \rightarrow 0$ при $z \rightarrow -\infty$ (вакуум), $n(z) \leq n_c$ при $z \leq z_0$, $n(z) \simeq n_c(1 + (z - z_0)/L)$ при $z \rightarrow z_0$ (z_0 — координата поверхности критической концентрации n_c , L — длина неоднородности слоя). Пусть слой является плавным ($k_0 L \gg 1$) и плазма достаточно слабостолкновительной для пренебрежения поглощением везде, кроме критической поверхности плазменного слоя ($k_0 L \nu / \omega \ll 1$ [9]).

Пусть на слой падает параксиальный (т.е. квазиоптический) эллиптически поляризованный пучок ЭМВ $E_+ e^{i\omega t}$, где

$$E_+ = \frac{A_+}{\sqrt{k(z)}} \exp\left(-i \int_{z_0}^z k(z) dz\right), \quad (1)$$

$$A_+ = (\beta_{\perp} e_x + \beta_{\parallel} e_y) A_+. \quad (2)$$

В (1), (2) $k^2(z) = (\omega^2 - \omega_p^2(z))/c^2$ ($\omega_p(z)$ — плазменная частота); β_{\perp} и β_{\parallel} — константы, задающие постоянную в пространстве (в рамках квазиоптики) эллиптическую поляризацию пучка; $A_+(x, y, z)$ — медленно меняющаяся в пространстве скалярная квазиоптическая комплексная амплитуда пучка, удовлетворяющая известному [7] параболическому уравнению.

Тогда, обозначая плоскость падения пучка² zy и учитывая соотношение раздела 1, имеем для поля отраженного пучка $E_- e^{i\omega t}$

$$E_- = \frac{A_-}{\sqrt{k(z)}} \exp\left(-i \int_{z_0}^z k(z) dz\right), \quad (3)$$

² В этом случае x -компонента поля является S -компонентой, а y -компонента — P -компонентой.

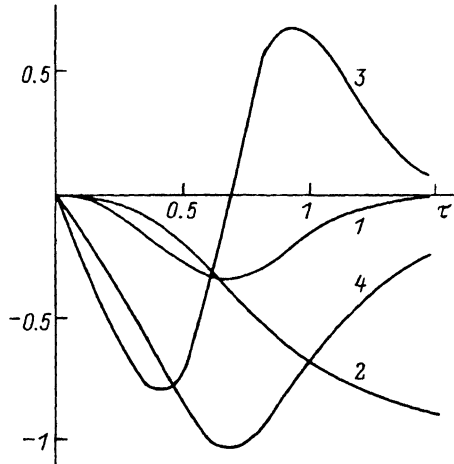


Рис. Графики функций $\ln |R_{y-}|$ (1), $\arg R_{y-}$ (2), $-f_i(\tau)$ (3) и $f_r(\tau)$ (4).

$$A_- = \beta_{\perp} \mathbf{e}_x = A_-(x, y, z) + \beta_{\parallel} \mathbf{e}_y \times \\ \times R_{y-}(\tau_0) e^{-ik_0 \alpha_0 \Delta y} A_-(x, y - \Delta y, z), \quad (4)$$

где $A_-(x, y, z)$ — определенная любым способом в рамках скалярного приближения³ квазиоптическая амплитуда отраженного поля; $R_{y-}(\tau_0)$ — комплексный коэффициент отражения P -поляризованной компоненты пучка [2] ($\tau_0 = (k_0 L)^{1/3} \alpha_0$ — параметр плазменного резонанса [1] для пучка, падающего на плазменный слой с углом падения α_0), Δy — комплексный сдвиг P -компоненты пучка относительно S -компоненты при отражении,

$$\Delta y = \Delta y_r + i \Delta y_i = k_0^{-1} (k_0 L)^{1/3} f(\tau_0), \\ f(\tau) = f_r(\tau) + i f_i(\tau), \\ f_r(\tau) = \frac{\partial}{\partial \tau} (\arg R_{y-}(\tau)), \\ f_i(\tau) = -\frac{\partial}{\partial \tau} (\ln |R_{y-}(\tau)|), \\ \tau_0 = (k_0 L)^{1/3} \alpha_0, \quad k_0 = \omega/c. \quad (5)$$

График функций $\ln |R_{y-}(\tau)|$, $\arg R_{y-}(\tau)$, $f_r(\tau)$ и $-f_i(\tau)$, построение по данным [2], приведены на рисунке.

Конечно, для количественной применимости теоремы сдвига и следующих из нее формул (3)–(5) необходимо, чтобы угловой спектра пучка

³ Решение задачи об отражении в рамках скалярного приближения в принципе является самостоятельной задачей и может осуществляться разными методами. В данном случае важен не столько конкретный вид функции A_- , сколько сдвиг линейно поляризованных компонент отраженного поля относительно друг друга. Появление в (4) экспоненциального множителя связано с тем, что в сдвиге не должен [7] принимать участия неявно присутствующий в квазиоптической амплитуде A_- (см. [10] и раздел 3) „рефракционный фактор“ $\exp(-ik_0 \alpha_0 y)$.

был достаточно узок для применимости в его пределах линейной аппроксимации функций $\arg R_{y-}(\tau)$ и $\ln |R_{y-}(\tau)|$. Для этого достаточно потребовать, чтобы ширина углового спектра пучка (или, что то же самое [11], его диаграммы направленности в дальней зоне) $\Delta\alpha$ удовлетворяла условию

$$\Delta\tau = (k_0 L)^{1/3} \Delta\alpha \ll 1. \quad (6)$$

В случае $\tau_0 = (k_0 L)^{1/3} \alpha_0 \gtrsim 1$ условие (6) обеспечивает заочно и выполнение условия $\Delta\alpha \ll \alpha_0$, необходимого для хорошего определения плоскости падения и угла падения пучка как целого (этимися понятиями мы пользуемся уже в разделе 1). Впрочем, даже при $\tau_0 \ll 1$, несмотря на некоторую неопределенность исходных понятий, результаты (3)–(5), строго говоря, не содержат ошибок, поскольку в любом случае при $\Delta\tau \ll 1$, $\tau_0 \ll 1$ они сводятся к результатам скалярной теории ($\Delta y \rightarrow 0$); то же можно сказать и о случае $\tau_0 \gg 1$.

Воздействие вещественной компоненты сдвига Δy_r на пучок очевидно. Воздействие же мнимой компоненты сдвига Δy_i (как явствует из ее происхождения от амплитудной селекции составляющих пучков плоских волн по углу падения) сведется к некоторому изменению направления распространения пучка и (в общем случае) к деформации его поперечного профиля интенсивности (по поводу мнимых сдвигов см. [11]).

Из (5) видно, что в случае достаточно плавного плазменного слоя ($k_0 L \gg 1$) пространственное разделение P - и S -компонент отраженного поля Δy может быть сколь угодно велико. Впрочем, из этого не следует (как и в случае „диэлектрического“ эффекта Гооса–Хенхен) делать вывод о возможности существенного пространственного разделения P - и S -компонент пучка при однократном отражении. Действительно, сопоставив (5) и (6), легко убедиться, что имеет место условие $\Delta y \ll \ll f(\tau_0)(k_0 \Delta\alpha)^{-1}$. Но величина $(k_0 \Delta\alpha)^{-1}$, как известно [7,11], определяет характерный поперечный масштаб изменения амплитуд или фазы поля пучка, поэтому сдвиг Δy может быть самое большее порядка поперечного масштаба неоднородности пучка (это возможно при $\tau_0 \sim 1$ и $(k_0 L)^{1/3} \Delta\alpha \sim 1$). Причиной такого „самоограничения“ является ограниченность полной дивергенции логарифма амплитуды и фазы коэффициента отражения ($\delta \ln |R_{y-}| \sim 1$, $\delta \arg R_{y-} \sim 1$); в результате с увеличением сдвига Δy по тому же закону растет и минимальная ширина пучка, угловой спектр которого должен „уместиться“ в интервале переменности коэффициента отражения.

3. В качестве примера рассмотрим отражение осесимметричного гауссова пучка от плазменного слоя. При выполнении условия $\tau_0 \lesssim 1$ эта задача в скалярном приближении решена в [10] (см. также сноску 2 в [9]), что позволяет сразу выписать ответ.⁴

Итак, пусть на слой падает эллиптически поляризованный осесимметричный гауссов пучок (1), (2) со скалярной квазиоптической амплитудой [10]

$$A_+ = \frac{C e^{-i\pi/4}}{1 - iD_+(z)} \exp \left(-\frac{x^2 + (y - y_{c+}(z))^2}{a^2(1 - iD_+(z))} \right) \times$$

⁴ В случае $\tau_0 \gg 1$ $R_{y-} = -1 = \text{const}$, $\Delta y = 0$ и задача приобретает скалярный характер. В учетом [10] и результатов раздела 2 обобщение на любую квазиоптическую волну с известной аналитической структурой не вызывает затруднений.

$$\times \exp \left(\frac{i}{2} k_0^2 \alpha_0^2 \int_{z_0}^z \frac{dz}{k(z)} - ik_0 \alpha_0 y \right), \quad (7)$$

где

$$D_+(z) = \frac{2}{a^2} \int_{z_0}^z \frac{dz}{k(z)} + D_0, \quad y_{c+}(z) = \frac{1}{2} k_0 \alpha_0 a^2 D_+(z),$$

C — амплитудная константа, a — ширина пучка в перетяжке (положение которой вдоль оси z определяется условием $D_+(z) = 0$), α_0 — угол падения пучка (плоскость падения zy), кривая $x = 0$, $y = y_{c+}(z)$ определяет ось пучка.

Тогда отраженное поле определится формулами (3), (4), где [10]

$$A_- = \frac{C e^{-i\pi/4}}{1 + iD_-(z)} \exp \left(-\frac{x^2 + (y - y_{c-}(z))^2}{a^2(1 + iD_-(z))} \right) \times$$

$$\times \exp \left(-\frac{i}{2} k_0^2 \alpha_0^2 \int_{z_0}^z \frac{dz}{k(z)} - ik_0 \alpha_0 y \right),$$

$$D_-(z) = \frac{2}{a^2} \int_{z_0}^z \frac{dz}{k(z)} - D_0, \quad y_{c-}(z) = -\frac{1}{2} k_0 \alpha_0 a^2 D_-(z). \quad (8)$$

С учетом (5) отраженное поле можно записать в виде (3), где

$$A_- = (\beta_{\perp} \mathbf{e}_x + \beta_{\parallel} \mathbf{e}_y R_{y-}(\tau_0) R_{\text{дон}}(y, z)) A_{-}. \quad (9)$$

Из (9) видно, что учет конечности ширины пучка приводит к появлению дополнительного (по отношению к плоской волне) изменяющегося в пространстве поляризаационного множителя $R_{\text{дон}}(y, z)$

$$R_{\text{дон}} = 1 + 2(a_0/a) f(\tau_0) e^{-i \arctg D_-(z)} \gamma, \quad (10)$$

где $a_0 \equiv k_0^{-1}(k_0 L)^{1/3}$ (ср. [9,12]); $\gamma = (y - y_{c-}(z))/a_-(z)$ — отклонение точки наблюдения y от оси пучка $y_{c-}(z)$ в направлении оси y , нормированное на текущую ширину пучка в сечении $z a_-(z) = a \sqrt{1 + D_-^2(z)}$.

Условие (6) в данном случае может быть записано как $a \gg a_0$. Это условие обеспечивает малость отклонения $R_{\text{дон}}$ от 1 ($1 - R_{\text{дон}} \ll 1$) везде, за исключением дальней периферии пучка ($\gamma \gg 1$). Если же говорить о ближней периферии пучка ($\gamma \sim 1$), то $R_{\text{дон}}$ может заметно отклоняться от 1 только при $\tau_0 \sim 1$ и $a \sim a_0$ (в этом случае полученные формулы можно использовать только для полуколичественных оценок). Видно также, что "дополнительная" деполаризация локализована на периферии пучка вблизи его плоскости падения и одинаково интенсивна как вблизи перетяжки пучка ($D_- \approx 0$), так и в дальней зоне ($D_- \gg 1$).

- [1] Гинзбург В.Л. // Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967. 683 с.
- [2] Бухман Н.С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33. № 8. С 912–918.
- [3] Брезовски Л.М. // Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
- [4] Годин О.А. // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 11. С. 2094–2104.
- [5] Годин О.А. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 1. С. 17–25.
- [6] Годин О.А. // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 1. С. 31–36.
- [7] Виноградов М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. // Теория волн. М.: Наука, 1979. 383 с.
- [8] Радиотехнические цепи и сигналы / Под ред. К.А.Самойло. М.: Радио и связь, 1982. 528 с.
- [9] Бухман Н.С. // Физика плазмы. 1991. Т. 17. № 2. С. 185–195.
- [10] Бухман Н.С., Гутман А.Л. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 1. С. 163–165.
- [11] Ваганов Р.Б., Каценеленбаум Б.З. // Основы теории дифракции. М.: Наука, 1982. 272 с.
- [12] Бухман Н.С. // Физика плазмы. 1989. Т. 15. № 12. С. 1527–1530.

Флодоовощной институт им.И.В.Мичурина
Воронеж

Поступило в Редакцию
5 марта 1991 г.
В окончательной редакции
14 апреля 1992 г.

01;12
© 1992 г.

Журнал технической физики, т. 62, в. 7, 1992

РАСЧЕТ СОЛЕНОИДА ДЛЯ СОЗДАНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ С ЗАДАННОЙ ЗАВИСИМОСТЬЮ ОТ ПРОДОЛЬНОЙ КООРДИНАТЫ

В.И.Бутенко

Введение

Получение аксиально-симметричных постоянных магнитных полей с заданной зависимостью от продольной координаты — одна из актуальных задач экспериментальной физики. Она возникает в электронной оптике, масс-спектрографии, ускорительной технике и во многих других приложениях. Перед нами данная задача возникла в связи с работами по коллективным методам ускорения [1,2]. Обычно такие поля создаются при помощи секционированных соленоидов, состоящих из коаксиально расположенных секций (катушек). Напряженность магнитного поля, создаваемого каждой секцией, зависит от ряда параметров, варьируя которые, можно установить в принципе любое, не слишком быстро меняющееся в пространстве поле по оси соленоида. В ряде трудов разработаны методы расчета таких параметров секций, от которых напряженность магнитного поля зависит линейно. Так, в работах [3–5] рассчитывается соленоид, состоящий из достаточно большого числа секций одинаковых размеров, а расчетными параметрами являются плотности токов в секциях.