Молекулярно-динамическое исследование размерного эффекта при $\beta \to \alpha$ -превращении в нанокристаллах Zr

© Е.Б. Долгушева, В.Ю. Трубицын

Физико-технический институт Уральского отделения Российской академии наук, Ижевск, Россия

E-mail: tvynew@otf.pti.udm.ru

(Поступила в Редакцию 15 января 2009 г. В окончательной редакции 6 мая 2009 г.)

Используя метод молекулярной динамики с многочастичным потенциалом межатомного взаимодействия, полученным в модели погруженного атома, проведены расчеты стабильности β -фазы в наночастицах циркония кубической формы в зависимости от размера r (r изменяется от 2.5 до 11.5 nm). Показано, что температура T_k , при которой кубический кластер ОЦК-циркония становится структурно-неустойчивым, нелинейно зависит от размера частицы. Кривая $T_k(r)$ имеет ярко выраженный максимум в области $r \approx 4.3-4.7$ nm. Установлено, что механизм структурного ОЦК-ГПУ-перехода существенно зависит от размера частицы. Для частиц размером от 2.5 до 5 nm существует область температур, при которых в течение длительного времени переход из ОЦК- в ГПУ-фазу остается незавершенным. В этом случае наблюдаются одновременное существование двух фаз и сильная деформация исходной частицы вдоль габитусной плоскости.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 07-02-96-18 и 07-02-00973).

PACS: 31.15.xv, 61.46.Df, 63.22.-m, 63.20.D-

1. Введение

В последние годы представляет огромный интерес изучение атомной структуры и свойств малых металлических частиц в связи с проявлением разных по физической природе размерных эффектов. Многочисленные экспериментальные исследования показывают существенное изменение механических, магнитных свойств материалов, их химической активности и фазовой стабильности при переходе от объемных образцов к частицам малого размера [1–3]. Эти изменения связаны с влиянием поверхностных атомов, которые находятся в особых условиях по сравнению с объемными и оказывают большое влияние на свойства нанокристаллов.

Важная роль поверхности при фазовых превращениях подтверждается экспериментальными наблюдениями за мартенситными превращениями в различных материалах. Установлено, что мартенситный переход начинается на поверхности и лишь затем распространяется в глубь образца [4,5]. Влияние поверхностной энергии сказывается и на термодинамических условиях протекания фазовых превращений и их энергетических параметрах. Это приводит к возникновению фаз и структурных состояний, не наблюдаемых в массивных образцах. Исследование структурной стабильности и причин изменения механизмов преобразования структур в наноразмерных объектах имеет огромное фундаментальное значение в современной науке.

Одним из наиболее эффективных методов исследования структурной организации наносистем является метод молекулярной динамики (МД). Этот метод дает уникальную возможность непосредственного анализа кристаллических структур, изучения закономерностей пространственно-временной эволюции как отдельных атомов, так и всей системы в целом, а также механизмов структурных превращений в нанокластерах при конечных температурах. Результаты МД-моделирования показывают, что мартенситное превращение в идеальной ОЦК-фазе циркония происходит при температуре значительно ниже экспериментальной. Получить разумное согласие с экспериментом удается, если на начальной стадии сформировать какие-либо дефекты, например дислокации [6]. При моделировании структурных превращений в свободных частицах нет необходимости вводить такие дефекты, так как сама поверхность выступает в роли области, способствующей зарождению новой фазы.

Значительная часть работ по компьютерному моделированию нанокристаллов касается исследования процессов образования наночастиц, влияния термодинамических условий на закономерности их зарождения, формирования и роста определенных кристаллических структур, влияния особенностей потенциалов межатомного взаимодействия на структурные состояния, реализующиеся в процессе образования нанокластеров конкретных материалов [7–10]. Вопрос о существовании размерного эффекта при фазовых превращениях в частицах со свободными поверхностными атомами до сих пор детально не изучен ни экспериментально, ни теоретически. До настоящего времени нет полного понимания процессов, происходящих в нанокристаллах.

В настоящей работе мы приводим результаты молекулярно-динамического исследования размерной и температурной зависимостей стабильности β-фазы, энерге-



Рис. 1. Фононные дисперсионные кривые вдоль основных направлений зоны Бриллюэна ОЦК-Zr, полученные при температуре T = 300 (1) и 900 K (2). 3 — экспериментальные значения частот [17].

тических и структурных характеристик, а также механизма фазового превращения в нанокристаллах циркония кубической формы. Расчеты выполнены в интервале температур 600–900 К для изолированных частиц циркония с числом атомов от n = 686 до n = 65536(2.5-11.5 nm).

2. Потенциал и фононные спектры

Для описания свойств частиц нанометрового диапазона со свободной поверхностью приближение парного потенциала оказывается недостаточным. Это обстоятельство связано с тем, что электронная плотность вблизи поверхности существенно отличается от электронной плотности в объеме образца. Следовательно, при расчете сил взаимодействия необходимо учитывать зависимость не только от межатомного расстояния, как это делается в парном потенциале, но и от электронной плотности. Наиболее подходящим в этом случае является описание межатомного взаимодействия с помощью многочастичного потенциала, построенного в рамках "модели погруженного атома" (Embedded-atom-method — EAM) [11]. ЕАМ-метод естественным образом учитывает изменение электронной плотности вблизи свободной поверхности кристалла.

В нашей работе МД-расчеты проводились с использованием многочастичного ЕАМ-потенциала, предложенного в работе [12]. Этот потенциал с хорошей степенью точности описывает значения параметра решеток ОЦКи ГПУ-фаз циркония, когезионную энергию, упругие постоянные, температуру плавления [13] и другие параметры [12].

Моделирование проводилось с помощью хорошо апробированного пакета XMD [14]. Данный пакет программ позволяет проводить расчеты как в приближении парного потенциала, так и с использованием многочастичного EAM-потенциала с различными типами граничных условий, моделировать дефекты кристаллической структуры, границы раздела сред, двойники.

Известно, что ОЦК-ГПУ-переход в Zr связан со смягчением фононных спектров вдоль направления [110] зоны Бриллюэна. С целью определения пригодности потенциала для моделирования структурных превращений в дополнение к физическим величинам, полученным в работе [12], были проведены расчеты фононных спектров.

Фононные дисперсионные кривые, построенные для четырех направлений зоны Бриллюэна ОЦК-структуры: $[\xi\xi 2\xi]$, $[\xi\xi 0]$, $[00\xi]$, $[\xi\xi\xi]$, приведены на рис. 1. Дисперсионные кривые определялись из анализа смещений атомов, полученных в результате МД-моделирования с циклическими граничными условиями. Процедура восстановления фононных спектров из МД-расчетов подробно описана в работах [15,16].



Рис. 2. Температурная зависимость равновесного параметра решетки ОЦК-циркония при циклических граничных условиях. Темным квадратом отмечено экспериментальное значение [18].

На рис. 1 приведены фононные спектры для кристаллита, содержащего $n = 11\,664$ атома $(18 \times 18 \times 18)$ элементарных ячеек) при двух различных температурах: T = 300 и 900 К. Там же представлены экспериментальные результаты [17], полученные из данных по нейтронному рассеянию при атмосферном давлении и температуре 1400 К. Из рисунка видно, что рассчитанные дисперсионные кривые близки к экспериментально наблюдаемым, а поперечные колебания вдоль направления [110] демонстрируют сильную температурную зависимость. Смягчение колебательных мод вдоль этого направления приводит к структурной неустойчивости ОЦК-решетки в нашем расчете при температурах ниже 250 К.

Отметим, что при расчете фононных спектров учитывалась зависимость параметра решетки от температуры (рис. 2). Равновесные значения параметров решетки при фиксированной температуре определялись в результате усреднения мгновенных значений объемов при постоянном давлении по интервалу времени t = 50 ps, взятому после релаксации системы в течение t = 100 ps. Полученная нами величина параметра решетки a = 3.604 Å при T = 1200 K хорошо согласуется с экспериментальным значением $a_{exp} = 3.609$ Å [18] при этой же температуре.

Совпадение экспериментальных и теоретических фононных спектров и "правильное" поведение ангармонических колебательных мод при изменении температуры свидетельствуют о том, что выбранный нами потенциал хорошо воспроизводит не только статические характеристики, но и динамические свойства ОЦК-Zr.

3. Результаты и обсуждение

Для проведения МД-расчетов формировался кубический кристаллит с идеальной ОЦК-структурой и параметром решетки, который соответствовал заданной температуре (рис. 2). Единичная ОЦК-ячейка была ориентирована вдоль стандартных осей x-(100), y-(010), z-(001). МД-расчеты проводились при свободных граничных условиях. Минимальный по размеру кластер содержал $7 \times 7 \times 7$ элементарных ячеек (N = 7) или n = 686 атомов. Параметр N обозначает число элементарных ячеек вдоль каждой из осей x, y, z. Размер максимального кластера соответствовал N = 32 с числом атомов n = 65536. Состояние кластера рассматривалось только при нулевом давлении и постоянной температуре. Чтобы исключить влияние дополнительного разогрева на изменение структуры кластера, заданная температура поддерживалась в очень жестких рамках, колебания по шкале температур составляли не более 1-1.5%. Значение температуры вычислялось из мгновенной средней кинетической энергии кластера с помощью стандартного соотношения $\bar{E}_k = 3/2k_BT$. Как обсуждалось в работе [19], такой способ введения температуры возможен для системы, имеющей больше 55 атомов. Интервал времени моделирования составлял не менее 500 ps. Шаг по времени был постоянным и равным $\delta t = 1 \cdot 10^{-15}$ s. После анализа структурного состояния температура изменялась на величину $\Delta T = 33$ K, и вся процедура расчета повторялась. Состояние системы отслеживалось по функции радиального распределения атомов (ФРРА), изменению полной энергии, с помощью визуализации кластера как всего целиком, так и любых выделений плоскостей. Принадлежность каждого атома системы к одной из структур (ОЦК, ГПУ или ГЦК) определялась по его ближайшему окружению. Анализ расчетов моделирования проводился через каждые 10 ps, по результатам которого делался вывод либо о стабильности кластера N-го размера при заданной температуре, либо о наличии в нем структурных превращений.

Полученная зависимость температуры $\beta \rightarrow \alpha$ -фазового перехода от размера нанокластера Zr приведена на рис. 3. Как видно из рисунка, температура стабильности



Рис. 3. Зависимость температуры фазового перехода $\beta \rightarrow \alpha$ от размера *N* нанокластера Zr. *1* — ОЦК, *2* — ОЦК–ГПУ, *3* — ГПУ.

ОЦК-фазы Zr в кластерах кубической формы со свободными границами нелинейно зависит от их размера. На рис. З кривой 1 обозначена граница стабильности ОЦК-решетки. При этих и более высоких значениях температуры в наночастицах Zr структурная перестройка не наблюдается, средняя полная энергия также остается неизменной. На рис. 3 кривая 3 отмечает границу, ниже которой за время моделирования 1000 ps наблюдается переход всего кластера из ОЦК- в ГПУ-структуру. Переход сопровождается изменением полной энергии и функции радиального распределения атомов. В области между этими двумя линиями наблюдается стабильная промежуточная конфигурация кластера, соответствующая незавершенному фазовому ОЦК- и ГПУ-переходу (треугольники 2). Конфигурация атомов, соответствующая такому положению, представлена на рис. 4, где показаны проекции трех центральных плоскостей типа {001} при $T = 800 \,\mathrm{K}$ и N = 12. Из рисунка видно, что половина кристалла (нижний правый угол) перешла в ГПУфазу, а другая часть (верхний левый угол) находится в ОЦК-фазе. Линией а-b показана граница раздела ОЦК- и ГПУ-фаз. Видно, что решетка деформирована вдоль этой линии. Это промежуточное состояние характеризуется значительной устойчивостью. Даже за время наблюдения *t* = 1000 ps завершение перехода в другой половине кластера так и не произошло. Отметим, что начиная с размера N = 14 такое "половинчатое" состояние кристалла не наблюдается, ОЦК-фаза Zr либо остается стабильной при заданной температуре, либо во всем кристалле завершается структурный переход в ГПУ-фазу. Подобный эффект — существование устойчивой в широком интервале температур промежуточной конфигурации незавершенного фазового $\alpha \rightarrow \gamma$ -превращения, был обнаружен



Рис. 4. Проекция трех центральных плоскостей типа $\{001\}$ кластера со свободными границами размером N = 12 при T = 800 K.



Рис. 5. Полная энергия, приходящаяся на один атом, в зависимости от времени моделирования для кластеров разных размеров N.

и в работе [20] для нанокластеров сплава Fe-Ni с размерами от 1.5 до 3.0 nm.

В настоящее время существует несколько различных точек зрения на механизм $\beta \rightarrow \alpha$ -превращения в цирконии. Так, например, Бюргерсом [21] был предложен сдвиговый механизм, заключающийся в том, что решетка ГПУ образуется из решетки ОЦК с помощью сдвига плоскостей типа {112} в направлении (111). Далее в образующейся таким образом искаженной структуре с помощью окончательной подстройки атомов формируется ГПУ-фаза. Другие авторы [22] придерживаются кристаллогеометрического механизма. В нем предполагается, что перестройка *β*-фазы в решетку *α*-фазы происходит путем распространения от зародышевой плоскости {112} *β*-фазы локализованных волн смещений рядов атомов (111) в плоскостях {110}. Причем, как следует из общей закономерности движения, волны смещений в четных и нечетных плоскостях {110} находятся в противофазе.

В наших расчетах по результатам МД-моделирования все рассмотренные кристаллы можно разделить на две группы: "малые" кластеры с размером N = 7-11 и "большие" — с N = 12-32, которые различаются характером протекания структурного превращения. В кристаллах обеих групп фазовый переход сопровождается понижением полной (потенциальной) энергии и проходит в несколько этапов. Особенности структурного превращения в разных группах кластеров можно определить по графикам полной энергии (рис. 5) и изменению функций радиального распределения атомов (рис. 6).

На рис. 5 представлены временны́е зависимости полной энергии, приходящейся на один атом, при структурном $\beta \rightarrow \alpha$ -превращении (значения температур соответствуют значениям, которые на рис. 3 отмечены крестиками на кривой 3 для частиц соответствующего размера N). Для более удобного рассмотрения графики энергий по оси ординат разнесены друг от друга.



Рис. 6. Изменение функции радиального распределения атомов при фазовом превращении. *а* — в "малых" кластерах, *b* — в кластерах "большого" размера.

Общие закономерности процесса $\beta \rightarrow \alpha$ -структурного превращения частиц следующие: для кластеров "малого" размера характерно резкое понижение энергии на начальном этапе (рис. 5), вызванное процессом релаксации как во всем объеме (изменение межатомных расстояний), так и смещением поверхностных атомов, поскольку система пытается сформировать структуру с наименьшей поверхностной энергией (шар). В "малых" частицах содержится относительно большее число поверхностных атомов, которые перемещаются из своих первоначальных положений, особенно это касается реберных и вершинных атомов. Поэтому, чем меньше размер кластера, тем существенней изменение его формы и тем на большую величину изменяется значение полной энергии на начальном этапе. Такое сильное изменение полной энергии на начальном этапе моделирования характерно для кластеров с параметром N < 12. ФРРА на этом интервале времени соответствует ОЦК-решетке, т.е. атомы, уходя из своих первоначальных положений, располагаются на гранях куба в положениях, соответствующих ОЦК-решетке.

Следующий этап характеризуется появлением зародышей новой фазы на поверхности кластера, во всех случаях новая фаза возникала первоначально в вершинах куба, поскольку именно вершинные атомы имеют наибольшую амплитуду смещений. Характер движения атомов в процессе формирования ГПУ-фазы близок к предложенной в работе [22] схеме перестройки. Смещения атомов в рядах (111) направлены в противофазе в четных и нечетных рядах ОЦК-фазы в плоскостях типа {110}. Эти смещения соответствуют поперечному T_{1N} -фонону в ОЦК-решетке, ответственному за $\beta - \alpha$ -переход. Однако авторы работы [22] утверждают, что физически правильные ориентационные соотношения между α - и β -фазами должны записываться в виде

$$\{112\}_{\beta} \parallel \{10\overline{1}0\}_{\alpha}; \quad \langle 111\rangle_{\beta} \parallel \langle 11\overline{2}0\rangle_{\alpha},$$

а не как принято в литературе

$$\{110\}_{\beta} \parallel \{0001\}_{\alpha}; \quad \langle 111 \rangle_{\beta} \parallel \langle 1120 \rangle_{\alpha}.$$

Мы же в своих МД-расчетах наблюдаем окончательно сформированную ГПУ-решетку после структурного перехода с ориентационными соотношениями, которые соответствуют именно общепринятым, т.е. нормаль к плоскости типа $\{110\}$ -фазы соответствует оси с в α -фазе циркония. Влияние размера кластеров на взаимную ориентацию между β - и α -фазами в настоящей работе не выявлено, т.е. для всех размеров кластеров межфазные ориентационные соотношения сохранялись неизменными.

Как показали наши расчеты, в "малых" частицах зарождение новой фазы происходит не в одной области, а, как правило, в двух, иногда даже трех вершинах куба. Через некоторе время объем этих областей увеличивается, атомы перестраиваются в ГПУ-решетку, волны смещений распространяются в направлении (111) из вершин куба. Но ни одна из волн смещений не распространяется сразу через весь кристалл. Когда одна из волн смещений доходит до середины кластера,

она останавливается, частица при этом деформируется и остается в таком напряженном состоянии (рис. 4) длительное время (200-400 ps). По-видимому, деформация кристалла приводит к торможению структурного перехода в "малых" кластерах. ФРРА на этом этапе имеет характерный вид, приведенный на рис. 6, а при t = 50 - 280 ps. Полная энергия при переходе от этапа релаксации по второму этапу изменяется плавно, без резких скачков и принимает промежуточное значение между энергиями ОЦК- и ГПУ-решеток. Второй этап заканчивается в тот момент, когда волна смещений переходит габитусную плоскость (плоскость, разделяющую две фазы: ОЦК и ГПУ) и распространяется через другую половину кристалла. Этот момент отражается на графике полной энергии резким скачком. Переход оставшейся части кристалла в ГПУ-структуру происходит очень быстро, что как раз и характерно для мартенситного перехода. Далее завершается некоторая подстройка атомов к рановесным положениям ГПУрешетки, особенно это касается атомов, расположенных ближе к поверхности. Таким же образом происходит $\beta - \alpha$ -превращение и в кристаллах размером N = 7, 8,они не приведены на рисунке лишь потому, что завершение перехода в них происходит намного дальше по времени (через 700-800 ps от начала наблюдения).

Отметим, что при увеличении кластера с N = 11 к N = 12 (рис. 5) происходит изменение характера протекания структурного превращения, которое выражается в значительном сокращении времени существования промежуточной фазы (до ~ 5–20 ps) и изменении морфологии ГПУ-фазы, полученной после завершения перехода. Такие изменения могут быть связаны с появлением новых длинноволновых колебаний, необходимых для завершения перестройки решетки. Появление дополнительных колебаний делает ОЦК-решетку менее устойчивой и приводит к повышению температуры перехода при $12 \le N \le 14$ (рис. 3).

В "больших" кластерах этап релаксации происходит без значительных перемещеий атомов; следовательно, полная энергия при этом изменяется незначительно. На втором этапе в этих кластерах зародыши α -фазы возникают и исчезают то в одной, то в другой вершине куба, но распространения волны смещений вглубь (т.е. до центра кластера) не происходит. ОЦК-фаза сохраняется довольно длительное время (100-400 ps). Например, для кластера с N = 14 ФРРА соответствует ОЦК-решетке примерно до 190 ps от начала наблюдения (рис. 6, b). Второй этап заканчивается самопроизвольным структурным превращением в ГПУ-фазу. В кластерах этого размера волна смещений проходит через весь кристалл за малый промежуток времени (10-20 ps), практически не задерживаясь в середине кластера. Как показал анализ, в таких частицах один из образующихся зародышей αфазы быстро распространяется вглубь. Соответствующая волна смещений, подавляя все остальные, проходит через весь кристалл. На третьем этапе в кластерах "большего" размера наблюдаются небольшие колебания



Рис. 7. Изменение полной энергии при фазовом превращении в зависимости от размера кластера *N*.

реберных атомов куба вдоль направления прошедшей волны смещений. ФРРА соответствует ГПУ-решетке.

На рис. 6 показано, как происходит типичное изменение функции радиального распределения атомов при структурной перестройке кластера обеих групп. На каждом из рисунков (α — для "малых" кластеров, b — для "больших" кластеров) параметр N указывает на размер кластера, приведены температуры фазового превращения, слева от каждой ФРРА обозначено время наблюдения. Из рисунков видно, что в первом случае (a) переход идет через промежуточную фазу, которая остается стабильной в течение примерно 200 ps (от 50 до 250 ps), а во втором случае (b) ОЦК-решетка остается стабильной в течение 190 ps, а структурное преобразование протекает за небольшой отрезок времени всего 10 ps.

По графикам рис. 5 можно определить величину изменения полной энергии структурного превращения $\Delta E_{\rm bcc \to hcp}$, равную разности энергий равновесных состояний β - и α -фаз. Полученные таким образом результаты вычислений приведены на рис. 7, из которого видно, что при "малых" N изменение энергии больше, а при увеличении N значение разности энергий стремится к величине $\Delta E_{\rm bcc \to hcp} = 0.0413$ eV. Это хорошо согласуется с экспериментальным значением изменения энтальпии $\Delta H_{\rm exp} = 0.040$ eV при $\alpha - \beta$ -переходе в цирконии [15].

4. Заключение

Таким образом, на основе проведенных компьютерных исследований можно сделать вывод о существенном влиянии размера кластера на энергетические характеристики фазового $\beta \rightarrow \alpha$ -перехода, а также на механизм этого перехода. Расчеты структурной стабильности наночастиц ОЦК-Zr показывают, что наименее устойчивыми являются частицы с размером 4.3–4.7 nm (N = 12, 13).

Изменение механизма протекания фазового структурного перехода также связано с граничным размером 4.3 nm (N = 12). В случае размера кластера от 2.5 до 4.3 nm фазовый переход идет через промежуточную конфигурацию, которая стабильна в течение длительного времени, и процесс превращения происходит в два этапа. В кластерах размером более 4.3 nm фазовый переход идет быстро во всем объеме образца, что характерно для мартенситных переходов в обычных массивных системах.

В нанокластерах размером от 2.5 до 5 nm обнаружена промежуточная конфигурация незавершенного фазового перехода, которая остается стабильной в широком интервале температур и представляет собой сосуществование двух фаз: ОЦК и ГПУ. При этом сама частица находится в сильно деформированном состоянии по линии габитусной плоскости.

Список литературы

- [1] F. Baletto, R. Ferrando. Rev. Mod. Phys. 77, 371 (2005).
- [2] Г.А. Малыгин. ФТТ 50, 1480 (2008).
- [3] А.И. Гусев. Нанокристаллические материалы: методы получения и свойства. УРО РАН, Екатеринбург (1998). 198 с.
- [4] В.А. Лободюк. ФММ 99, 29 (2005).
- [5] Э.Л. Нагаев. УФН 162, 50 (1992).
- [6] Ю.Н. Горностырев, М.И. Кацнельсон, А.Р. Кузнецов, А.В. Трефелов. Письма в ЖЭТФ 70, 376 (1999).
- [7] Ю.Н. Горностырев, И.Н. Карькин, М.И. Кацнельсон, А.В. Трефелов. ФММ 96, 19 (2003).
- [8] P. Jensen. Rev. Mod. Phys. 71, 1695 (1999).
- [9] А.Т. Косилов, А.А. Маливанчук, Е.А. Михайлов. ФТТ 50, 1338 (2008).
- [10] Ю.Я. Гафнер, С.Л. Гафнер, П. Энтель. ФТТ 46, 1287 (2004).
- [11] M.S. Daw, M.I. Baskes. Phys. Rev. B 29, 6443 (1984).
- [12] M.I. Mendelev, G.J. Ackland. Phil. Mag. Lett. 87, 349 (2007).
- [13] J.R. Morris, C.Z. Wang, K.M. Ho, C.T. Chan. Phys. Rev. B 49, 3109 (1994).
- [14] J. Rifkin. XMD Molecular Dynamics Program. University of Connecticut, Center for Materials Simulation, Storrs, CT (2002).
- [15] J.M. Dickey, A. Paskin. Phys. Rev. 188, 1407 (1969).
- [16] V.Yu. Trubitsin, E.B. Dolgusheva. Phys. Rev. B 76, 024308 (2007).
- [17] A. Heiming, W. Petry. J. Trampenau, M. Alba, C. Herzig, H.R. Schober, G. Vogl. Phys. Rev. B 43, 10 948 (1991).
- [18] Е.Ю. Тонков. Фазовые диаграммы элементов при высоком давлении. Наука, М. (1979). С. 103.
- [19] A. Rytkonev, S. Valkealahti, M. Mannien. J. Chem. Phys. 108, 5826 (1998).
- [20] Л.Е. Карькина, И.Н. Карькин, Ю.Н. Горностырев. ФММ 101, 146 (2006).
- [21] W.G. Burgers. Physica 1, 561 (1934).
- [22] А.В. Добромыслов, Н.И. Талуц. ФММ 67, 1138 (1989).