

04; 09  
© 1992 г.

## О ВЛИЯНИИ БЫСТРОГО РОСТА КОНЦЕНТРАЦИИ ПЛАЗМЫ НА ДИНАМИКУ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЧЕРЕЗ НЕЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Л. Г. Глазов, А. А. Рухадзе

1. Широко известно решение задачи о прохождении электромагнитной волны через слой плазмы с постоянной концентрацией [1, 2]. Неоднократно исследовались также различные аспекты взаимодействия волны с плазмой переменной плотности; однако, как правило, соответствующие решения базируются на предположении о малости отношения периода волны к характерному времени изменения концентрации плазмы [3–5]. Настоящая работа посвящена рассмотрению динамики волны, проходящей через слой плазмы с экспоненциально растущей ( $\sim e^{\gamma t}$ ) концентрацией в условиях, когда  $\gamma$  порядка частоты волны  $\omega_0$ . Такие величины частоты ионизации реализуются, например, при СВЧ пробое газов среднего давления в сверхсильных полях [6, 7] (для воздуха при давлениях  $\sim 10$  Тор  $\gamma \sim 4 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ ). Этому же вопросу была посвящена работа авторов [8], однако в ней была допущена ошибка, связанная с некорректностью перехода к асимптотике больших расстояний от границы раздела между плазмой и вакуумом. В настоящей работе исправляется эта ошибка и используется другой метод решения, позволяющий дать более детальное описание динамики волны.

Постановка задачи не отличается от использованной в [8]. Будем считать, что плоская монохроматическая линейно поляризованная волна ( $E \parallel Z$ )

$$E_{\text{пад}}(x, t) = E_0 \exp \{-i\omega_0(t - x/c)\} \quad (1)$$

нормально падает на слой плазмы толщины  $L$  (рис.1). Динамика электрического поля волны описывается обычным уравнением

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial j_z}{\partial t} = 0, \quad (2)$$

где при  $x < 0$  и  $x > L$   $j_z = 0$ .

Имея в виду приложение к задаче о распространении в плазме сверхсильной СВЧ волны в нерелятивистском случае, будем считать, что частицы плазмы движутся вдоль вектора  $E$ -волны. Тогда уравнение (2) принимает вид

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\omega_p^2(x, t)}{c^2} E = 0, \quad (2')$$

где  $\omega_p^2(x, t) = 4\pi e^2 n(x, t)/m$ .

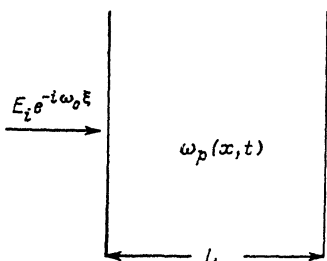


Рис.1. Геометрия задачи.

Для полного определения задачи необходимо знать зависимость  $\omega_p$  от  $E$ , которая, вообще говоря, нелинейна и нелокальна во времени. Ниже рассмотрены две простые модельные задачи, допускающие аналитическое решение и дающие возможность исследовать качественные изменения характера прохождения волны через плазму при быстром росте концентрации последней.

Чтобы не усложнять задачу рассмотрением эффектов, связанных с распространением в плазме фронта волны, будем считать, что в момент "включения" волны концентрация плазмы была пренебрежимо малой. Это равносильно тому, что волна "включена" в бесконечно далеком прошлом, а концентрация плазмы стремится к нулю при  $t \rightarrow -\infty$ ; такая постановка задачи однозначно определяет асимптотическое начальное условие: при  $t \rightarrow -\infty$  волна проходит через плазму без деформации.

2. Рассмотрим прежде всего задачу о прохождении монохроматической волны через пространственно однородный слой с экспоненциально растущей концентрацией

$$\omega_p^2(x, t) = \omega_{p0}^2(x, t) e^{\gamma t}, \quad 0 \leq x \leq L. \quad (3)$$

Получим граничные условия для формулировки замкнутой задачи для нахождения распределения полей в области  $0 \leq x \leq L$ . Исключая из условий непрерывности  $E$  и  $\partial E/\partial x$  на границе раздела  $x=0$  поле отраженной волны, получаем для поля в плазме граничное условие

$$\frac{1}{c} \frac{\partial E(0, t)}{\partial t} - \frac{\partial E(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\frac{2i\omega_0}{c} E_i e^{-i\omega_0 t}. \quad (4)$$

Аналогично при  $x=L$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial E(L, t)}{\partial t} + \frac{\partial E(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0. \quad (5)$$

Таким образом, необходимо решить уравнение

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\omega_{p0}^2 e^{\gamma t}}{c^2} E = 0 \quad (6)$$

в области  $0 \leq x \leq L$  с граничными условиями (4), (5) и асимптотическим начальным условием

$$E \Big|_{t-x/c \rightarrow -\infty} \rightarrow E_i \exp \left\{ -i\omega_0(t - x/c) \right\}. \quad (7)$$

Представим решение в виде ряда Неймана [9]

$$E(x, t) = E_i \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n(x) J_{n+\nu}(\mu(t)), \quad (8)$$

где  $\nu = -2i\omega_0/\gamma$ ,  $\mu(t) = 2\omega_{p0}e^{\gamma t/2}/\gamma$ ,  $\varphi_n(x)$  — искомые коэффициентные функции.

Подставляя (8) в (6), получаем уравнения на  $\varphi_n(x)$

$$\varphi_n'' = \lambda_n^2 \varphi_n, \quad \lambda_n = \frac{\gamma(n+\nu)}{2c}, \quad \text{т.е.}$$

$$E(x, t) = E_i \sum_{n=0}^{\infty} J_{n+\nu}(\mu(t)) \left\{ A_n e^{\lambda_n x} + B_n e^{-\lambda_n x} \right\}. \quad (9)$$

Коэффициенты  $A_n$ ,  $B_n$  должны быть определены из граничных и начального условий. Для удовлетворения условию (7) положим  $B_0 = \Gamma(1+\nu)(\omega_{p0}/\gamma)^{-\nu}$ ,

$A_0 = 0$ . Граничные условия (4), (5) при этом дают следующую систему уравнений на  $A_n, B_n$

$$A_0 = A_1 = 0; A_n e^{\lambda n L} = B_n - 2e^{-\lambda n - 2L}, n \geq 2, \quad (10)$$

для нечетных  $n \geq 3$

$$B_n = A_{n-2}; B_1 = 0; \quad (11)$$

для четных  $n \geq 2$

$$B_n - A_{n-2} = \nu \left( \frac{\omega p_0}{\gamma} \right)^{-\nu} \frac{\nu + n - 1}{(n/2)!} \Gamma(\nu - 1 + n/2). \quad (12)$$

Из соотношений (10), (11) следует, что для нечетных  $n$  все  $A_n = B_n = 0$ . Обозначая  $C_k = A_{2k}, D_k = B_{2k}$  и разворачивая рекурсию (10), (12), получаем

$$D_k = \nu \left( \frac{\omega p_0}{\gamma} \right)^{-\nu(k - \delta_k)/2} \sum_{m=0}^{\nu(k - \delta_k)/2} \frac{\nu - 1 + 2(2m + \delta_k)}{(2m + \delta_k)!} \Gamma(\nu - 1 + 2m + \delta_k) \times \\ \times \exp \left\{ \frac{\gamma L}{c} (\nu + k - 1 + 2m + \delta_k) (k - 2m + \delta_k) \right\}, \quad (13)$$

$$C_k = \nu \left( \frac{\omega p_0}{\gamma} \right)^{-\nu(k - \delta_k)/2} \sum_{m=0}^{\nu(k - \delta_k)/2} \frac{\nu - 1 + 2(2m + \delta_k)}{(2m + \delta_k)!} \Gamma(\nu - 1 + 2m + \delta_k) \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{\gamma L}{c} (\nu + k + 2m + \delta_{k-1}) (k - 2m - \delta_{k-1} + 1) \right\}, \quad (14)$$

где

$$\delta_k = \begin{cases} 0, & k - \text{четное}, \\ 1, & k - \text{нечетное}, \end{cases}$$

Таким образом, общая формула, описывающая динамику поля в плазме, имеет вид

$$E(x, t) = E_i \sum_{k=0}^{\infty} [C_k e^{\lambda_{2k} x} + D_k e^{-\lambda_{2k} x}] J_{\nu+2k}(\mu(t)), \quad (15)$$

где  $C_k, D_k$  определяются формулами (13), (14).

Рассмотрим подробнее более простой случай полубесконечного слоя. При  $L \rightarrow \infty$  формулы (13)–(15) дают

$$E(x, t) = E_i e^{i\omega_0 x/c} \nu \left( \frac{\omega p_0}{\gamma} \right)^{-\nu} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\nu - 1 + 2k}{k!} \Gamma(\nu + k - 1) J_{\nu+2k}(\mu(t)) e^{-k\gamma x/c}. \quad (16)$$

Наиболее характерным показателем, который может продемонстрировать качественные эффекты, связанный с ростом концентрации плазмы, является зависимость от времени отраженной волны. Для ее нахождения вычислим функцию

$$\begin{aligned}
E(0,t) &= E_i \gamma \left( \frac{\omega_p 0}{\gamma} \right)^{-\nu} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\nu - 1 + 2k}{k!} \Gamma(\nu - 1 + k) J_{\nu+2k}(\mu(t)) = E_i \left( \frac{2\omega_p 0}{\gamma} \right) \frac{1}{\mu(t)} \times \\
&\times \int_0^{\mu(t)} (\mu(t) - \tau)^{\nu} \{ (\nu + 1) J_0(\tau) + (\nu - 1) J_2(\tau) \} d\tau = \\
&E_i e^{-i\omega_0 t} \left\{ {}_1F_2 \left( \frac{1}{2}, \frac{2+\nu}{2}, \frac{3+\nu}{2}; -\frac{\mu^2(t)}{4} \right) + \frac{\mu^2(t)(\nu-1)}{4(\nu+1)(\nu+2)(\nu+3)} \times \right. \\
&\times {}_2F_3 \left. \left( \frac{3}{2}, 2; 3, \frac{4+\nu}{2}, \frac{5+\nu}{2}, -\frac{\mu^2(t)}{4} \right) \right\} = E_i e^{-i\omega_0 t} \{ 1 + \\
&+ \Gamma(\nu+1) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(2k-1)!! (-\mu^2(t)/2)^k}{(\nu+2k+1)(k+1)!} \} \equiv E_i e^{-i\omega_0 t} \{ 1 + F_{\text{отр}}(t) \}.
\end{aligned} \tag{17}$$

Введем функцию

$$F_{\text{ст}}(t) = [1 - \sqrt{1 - \omega_p^2(t)/\omega_0^2}] / [1 + \sqrt{1 - \omega_p^2(t)/\omega_0^2}], \tag{18}$$

представляющую коэффициент отражения стационарной теории, отвечающий мгновенному значению  $\omega_p(t)$ . При  $\omega_p < \omega_0$  функция (18) разлагается в ряд

$$F_{\text{ст}} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(2k-1)!!}{(k+1)!} \left( \frac{\omega_p^2}{2\omega_0^2} \right)^k.$$

Перепишем теперь разложение функции  $F_{\text{отр}}$  в виде

$$F_{\text{отр}} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(2k-1)!!}{(k+1)!} \left( \frac{\omega_p^2}{2\omega_0^2} \right)^k \prod_{m=1}^{2k} (1 + im\gamma/2\omega_0)^{-1}.$$

Очевидно,  $F_{\text{отр}}|_{\gamma=0} = F_{\text{ст}}$ . Следовательно, при очень малой скорости роста концентрации получаем известный результат стационарной теории. Отметим, однако, что сходимость  $\lim_{\gamma \rightarrow 0} F_{\text{отр}}$  неравномерна по  $\omega_p/\omega_0$ : она ухудшается при

приближении плотности плазмы к критической. Таким образом, при малых  $\gamma$  влияние роста концентрации на коэффициент отражения наиболее заметно при  $\omega_p \rightarrow \omega_0$ . Нетрудно показать, что условие возможности пренебрежения влиянием роста концентрации на коэффициент отражения можно записать в следующем виде:

$$F_{\text{отр}} \approx F_{\text{ст}} \text{ при } (1 - \omega_p^2/\omega_0^2)^{-2} \gamma/\omega_0 \ll 1.$$

При нарушении условия  $\gamma \ll \omega_0$   $F_{\text{отр}}$  сильно отличается от  $F_{\text{ст}}$  при любых  $\omega_p$ . Однако для  $F_{\text{отр}}$  имеется следующая оценка сверху: для любых  $\gamma$  и  $\omega_p = \omega_0$

$$|F_{\text{отр}}| \leq \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(2k-1)!!}{(k+1)!} \left( \frac{\omega_p^2}{2\omega_0^2} \right)^k \prod_{m=1}^{2k} \left( 1 + \frac{m^2 \gamma^2}{4\omega_0^2} \right)^{-1/2} \leq F_{\text{ст}}.$$

Выпишем также приближенное выражение для коэффициента отражения при малых  $\omega_p^2/\omega_0^2$

$$F_{отр} \approx \frac{\omega_p^2}{2\omega_0^2(1 + i\gamma/2\omega_0)(1 + i\gamma/\omega_0)} \approx \frac{F_{ст}}{(1 + i\gamma/2\omega_0)(1 + i\gamma/\omega_0)}$$

Отсюда, например, при  $\gamma = \omega_0$  и  $\omega_p^2 \ll \omega_0^2$  имеем  $|F_{отр}| = \sqrt{2/5} F_{ст}$ .

На рис. 2 приведены графики функции  $|F_{отр}|$ , представляющей собой "мгновенную амплитуду" отраженной волны, для различных значений  $\gamma/\omega_0$ . В соответствии с проведенным выше рассмотрением при уменьшении  $\gamma/\omega_0$  кривые  $|F_{отр}|$  приближаются к  $F_{ст}$  (за исключением узкой области  $\omega_p \approx \omega_0$ ). При  $\gamma \approx \omega_0$ ,  $\omega_p < \omega_0$  кривая  $|F_{отр}|$  лежит заметно ниже  $F_{ст}$ . Особенно сильно этот эффект проявляется при  $\omega_p \approx \omega_0$ , в том числе при  $\gamma \ll \omega_0$ . На рис. 3,а приведен график зависимости  $|F_{отр}|$  в момент достижения концентрацией плазмы критического значения  $n_{кр} = m\omega_0^2/4\pi e^2$  от  $\gamma/\omega_0$ . При  $\gamma \sim \omega_0$  в момент  $\omega_p(t) = \omega_0$  отражается меньшая часть мощности волны. На рис. 3,а хорошо видно, что с большой точностью в протабулированном интервале ( $2^{-b}\omega_0 \leq \gamma \leq \omega_0$ )  $|F_{отр}|_{\omega_p = \omega_0}$  — линейная функция  $\log_2 \omega_p/\gamma$ :

$$|F_{отр}|_{\omega_p = \omega_0} \approx 0.15 + 0.075 \log_2 \omega_0/\gamma.$$

Как видно из рис. 2, после превышения концентрацией плазмы критического значения при малых  $\gamma/\omega_0$  величина  $|F_{отр}|$  быстро поднимается до единицы. Однако при  $\gamma \sim \omega_0$  значительная часть мощности волны не отражается вплоть до концентрации  $\sim 10 n_{кр}$ .

3. Рассмотрим теперь модель, в которой ионизирующая способность движущихся в поле сверхсветовой волны частиц не зависит от их скорости, т. е. в каждой точке плазмы концентрация растет экспоненциально во времени. Однако плотность плазмы будет неоднородна по пространственной координате, так как ионизационные процессы в произвольной точке  $x$  запаздывают по отношению к  $x = 0$  на время  $x/c$  (считаем концентрацию плазмы в момент "включения" волны исчезающе малой). Таким образом, положим

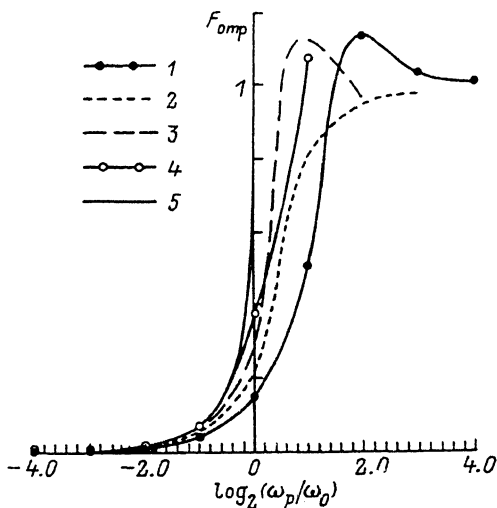


Рис. 2.

$\omega_0/\gamma$ : 1 — 1, 2 — 2, 3 — 4, 4 — 8, 5 —  $F_{ст}$ .

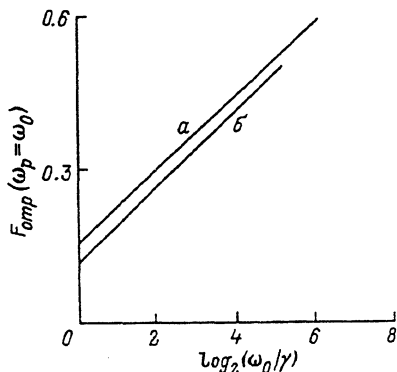


Рис. 3.

а — в модели  $\omega_p^2 \sim e^{\gamma t}$ , б — в модели  $\omega_p^2 \sim e^{\gamma t}$ .

$$\omega_p^2(x, t) = \omega_{p0}^2 e^{\gamma(t - x/c)}. \quad (19)$$

Переходя в (2') к переменным  $x$ ,  $\xi = t - x/c$ , получаем уравнения для полей при  $x \leq 0$  ( $E^-$ ), при  $0 \leq x \leq L$  ( $E^p$ ) и при  $x > L$  ( $E^+$ )

$$\frac{2\partial^2 E^+}{c \partial x \partial \xi} - \frac{\partial^2 E^+}{\partial x^2} = 0, \quad (20)$$

$$\frac{2\partial^2 E^p}{c \partial x \partial \xi} - \frac{\partial^2 E^p}{\partial x^2} + \frac{\omega_p^2 E^+ e^{\gamma \xi}}{c^2} E^p = 0 \quad (21)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} E^-(0, \xi) = E^p(0, \xi), E^p(L, \xi) = E^+(L, \xi), \\ \left( \frac{\partial E^-}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial E^-}{\partial \xi} \right) \Big|_{x=0} = \left( \frac{\partial E^p}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial E^p}{\partial \xi} \right) \Big|_{x=0}, \\ \left( \frac{\partial E^p}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial E^p}{\partial \xi} \right) \Big|_{x=L} = \left( \frac{\partial E^+}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial E^+}{\partial \xi} \right) \Big|_{x=L} \end{aligned} \quad (22)$$

и асимптотическим начальным условием

$$E(x, \xi) \Big|_{\xi \rightarrow -\infty} \rightarrow E_i e^{-i\omega_0 \xi}. \quad (23)$$

Будем искать решение в виде

$$E^{+, -, p}(x, \xi) = \sum_{n=0}^{\infty} E_n^{+, -, p}(x) e^{(n\gamma - i\omega_0)\xi}. \quad (24)$$

Коэффициентные функции  $E_n^{+, -, p}(x)$  можно записать следующим образом:

$$E_n^{\pm}(x) = B_n^{\pm} + C_n^{\pm} e^{2z_n x}, \quad z_n = \frac{-i\omega_0 + n\gamma}{c},$$

$$E_n^p(x) = A_1^n + A_2^n e^{2z_n x} - \frac{\omega_{p0}^2}{2z_n c^2} \int_0^x dx' E_{n-1}^p(x') \left[ 1 - e^{2z_n(x-x')} \right],$$

где  $B_n^{\pm}, C_n^{\pm}, A_1^n, A_2^n$  — искомые константы.

Заметим, что при  $x > L$  имеется только прошедшая через слой волна, распространяющаяся вправо (рис.1), поэтому для всех  $n C_n^+ = 0$ . При  $x < 0$  вправо распространяется только падающая волна  $E_i e^{-i\omega_0 \xi}$ , поэтому  $B_0^- = E_i$ ,  $B_n^- = 0$  при  $n > 0$ . Ненулевые значения этих констант отвечали бы волне, распространяющейся через слой справа налево. Для определения остальных констант используем граничные условия (22). Для  $E_n^p(x)$  получаем рекуррентные соотношения

$$E_n^p(x) = -\frac{\omega_{p0}^2}{2z_n c^2} \left\{ \int_0^x E_{n-1}^p(x') dx' + \int_x^L E_{n-1}^p(x') e^{2z_n(x-x')} dx' \right\}, \quad (25)$$

где  $E_0^p(x) \equiv E_i$ .

Константы для полей отраженной и прошедшей через слой волн очевидным образом выражаются через функции  $E_n^p(x)$

$$B_n^+ = E_n^p(L); C_n^- = E_n^p(0), n > 0.$$

Общее решение можно переписать в виде (26)

$$\begin{Bmatrix} E^p(x, \xi) \\ E^+(x, \xi) \end{Bmatrix} = E_i e^{-i\omega_0 \xi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ -\frac{\omega_{p0}^2 e^{\gamma \xi}}{2c\gamma} \right]^n \frac{\Gamma(1 - i\omega_0/\gamma)}{\Gamma(n+1 - i\omega_0/\gamma)} \begin{Bmatrix} E_n(x) \\ E_n(L) \end{Bmatrix},$$

$$E^-(x, \xi) = E_i e^{-i\omega_0 \xi} + E_i e^{-i\omega_0(t+x/c)} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ -\frac{\omega_{p0}^2 e^{\gamma(t+x/c)}}{2c\gamma} \right]^n \times \frac{\Gamma(1 - i\omega_0/\gamma)}{\Gamma(n+1 - i\omega_0/\gamma)} E_n(0) \equiv E_i [e^{-i\omega_0 \xi} + e^{-\omega_0(t+x/c)} F_{\text{отр}}(t+x/c)], \quad (27)$$

где функции  $E_n(x)$  определяются рекурсией

$$E_n(x) = \int_0^x E_{n-1}(x') dx' + \int_x^L E_{n-1}(x') e^{2z_n(x-x')} dx', \quad E_0(x) \equiv 1. \quad (28)$$

Рассмотрим подробнее случай полубесконечного слоя. При  $L = \infty$  удобно ввести функцию  $\Psi_n(y)$

$$E_n(cy/\omega_0) = (c/\omega_0)^n \Psi_n(y).$$

Поле в плазме

$$E^p(x, \xi) = E_i e^{-i\omega_0 \xi} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ -\frac{\omega_{p0}^2 e^{\gamma \xi}}{2\gamma\omega_0} \right\}^n \frac{\Gamma(1 - i\omega_0/\gamma)}{\Gamma(n+1 - i\omega_0/\gamma)} \Psi_n(y) \equiv E_i e^{-i\omega_0 \xi} F_{-i\omega_0/\gamma}(x, \xi), \quad y = x\omega_0/c, \quad (29)$$

$\Psi_n(y)$  определяется рекурсией

$$\Psi_n(y) = \int_y^{\infty} \Psi_{n-1}(y') e^{\beta_n(y-y')} dy' + \int_0^y \Psi_{n-1}(y') dy', \quad \Psi_0(y) \equiv 1, \quad \beta_n = 2(n\gamma/\omega_0 - i). \quad (30)$$

Перейдем к преобразованию Лапласа функций  $\Psi_n(y)$

$$\varepsilon_n(s) = \int_0^{\infty} e^{-sy} \Psi_n(y) dy, \quad \varepsilon_n(s) = \frac{\varepsilon_{n-1}(\beta_n) - \varepsilon_{n-1}(s)}{s - \beta_n} + \frac{\varepsilon_{n-1}(s)}{s}, \quad \varepsilon_0(s) = \frac{1}{s}. \quad (31)$$

Функции  $\varepsilon_n$  — полиномы по обратным степеням  $s$  степени  $n+1$ . Представим их в виде

$$\varepsilon_n(s) = \sum_{k=1}^{n+1} A_k^n s^{-k}. \quad (32)$$

Подставляя это соотношение в (31), получаем рекуррентные формулы для коэффициентов  $A_k^n$

$$A_k^n = \sum_{l=k-1}^n A_l^{n-1} / \beta_n^{l+1-k}.$$

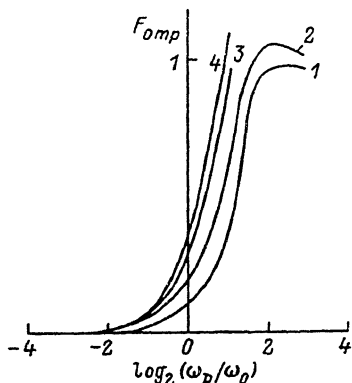


Рис. 4.

1—4 — то же, что и на рис.2.

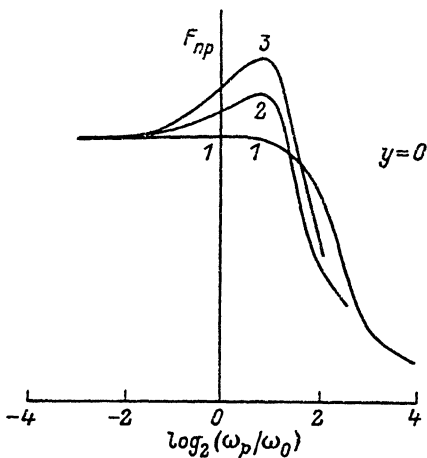


Рис. 5.

$\omega_0/\gamma$ : 1 — 1, 2 — 2, 3 — 4.

Здесь по определению положено  $A_{n+2}^n = A_0^n = 0$ . Наконец, отметим еще одну формулу, достаточную для численного табулирования и сильно его упрощающую

$$A_k^n = A_{k-1}^{n-1} + A_{k+1}^n/\beta_n. \quad (32')$$

Соответствующие функции  $\Psi_n(y)$ :

$$\Psi_n(y) = \sum_{k=0}^n A_{k-1}^n y^k / k!. \quad (33)$$

Заметим, что в отличие от модели, рассматривавшейся в разделе 2, определяемое формулами (29), (32')—(33) решение при  $\gamma \rightarrow 0$  не переходит в соответствующие выражения для проходящей и отраженной волн в случае плазменного полупространства с постоянной концентрацией. Мало того, полученные выражения вообще не имеют предела при  $\gamma \rightarrow 0$ . Это связано с тем, что выше при расчете рекуррентных формул для  $\Psi_n(y)$  мы фактически использовали условие  $L \gg c/\gamma$  (этому равносильна замена  $L \rightarrow \infty$  в верхнем пределе интегрирования в (30)). При одновременном выполнении условий  $\gamma \rightarrow 0$ ,  $L \rightarrow \infty$  и  $\gamma L/c \rightarrow \infty$  наличие сколь угодно малой частоты ионизации конечным образом сказывается на выражениях для отраженной и проходящей волн. Совпадение формул со случаем однородного плазменного полупространства с постоянной концентрацией получаем из (26)—(28) лишь предельным переходом  $\gamma \rightarrow 0$ ,  $L \rightarrow \infty$  при условии  $\gamma L/c \rightarrow 0$ .

Простое численное табулирование дает возможность проследить динамику волны в случае  $L = \infty$ . На рис.3, б приведена зависимость амплитуды отраженной волны в момент достижения плазмой критической концентрации от  $\gamma/\omega_0$ . Как и в модели раздела 2, эта величина с большой точностью линейно зависит от  $\log \omega_0/\gamma$  в протабулированном интервале ( $2^{-5}\omega_0 \leq \gamma \leq \omega_0$ )

$$|F_{отр}|_{\omega_0 = \omega_p} \approx 0.118 + 0.076 \log_2 \omega_0/\gamma.$$

На рис. 4 приведены графики зависимости амплитуды отраженной волны от концентрации плазмы при  $x = 0$  для различных значений  $\gamma/\omega_0$ . Нетрудно видеть, что сохраняются все качественные выводы раздела 2: при  $\gamma \sim \omega_0$  значительная часть мощности излучения не отражается и проникает в плазму вплоть до концентрации  $n \sim 10n_{кр}$ ; в момент достижения плотностью плазмы критиче-



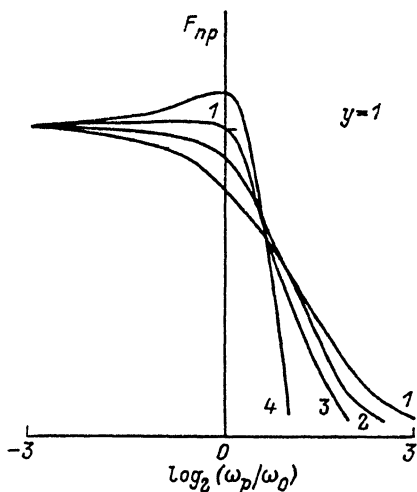


Рис. 6.

1-4 — то же, что и на рис. 2.

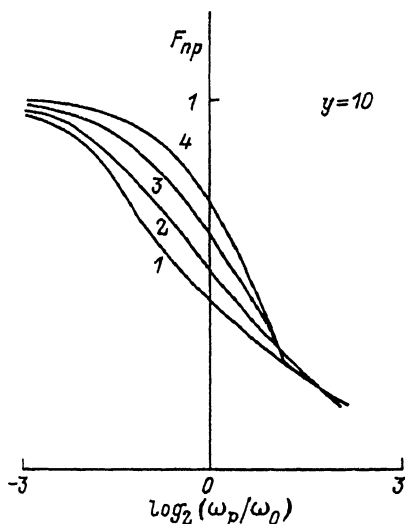


Рис. 7.

То же, что и на рис. 6.

ского значения (при  $x = 0$ ) отражается меньшая часть мощности. На рис. 5—7 для различных  $y$  представлены графики зависимости амплитуды проходящей через плазму волны от локальной плотности последней. Эти графики особенно наглядно демонстрируют сохранение в плазме значительной амплитуды поля вплоть до  $n \sim 10n_{кр}$  при  $\gamma \sim \omega_0$ .

Таким образом, при СВЧ пробое газа среднего давления (т.е. при  $\gamma \sim \omega_0$ ) в сверхсильных полях до наступления режима отсечки мощности СВЧ излучения создаются концентрации плазмы  $n \sim 10n_{кр}$ . Учитывая, что после момента достижения режима отсечки имеет место дополнительная ионизация за счет запасенной в электронах энергии  $\approx 1$  кЭв, приходим к выводу, что даже при существующих сейчас уровнях мощности СВЧ излучения результирующая концентрация в разряде может достигать значений  $n \sim 10^3 n_{кр}$ .

#### Список литературы

- [1] Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967.
- [2] Кондратенко А. Н. Проникновение поля в плазму. М.: Атомиздат, 1979.
- [3] Степанов Н. С. // Изв. вузов. сер. Радиофизика. 1976. Т. 19. № 7. С. 960.
- [4] Крицков Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980.
- [5] Гильденбург В. Б., Крупнов В. А., Семенов В. Е. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. Вып. 18. С. 1695.
- [6] Арутюнян С. Г., Рухадзе А. А. // Физика плазмы. 1979. Т. 5. № 3. С. 702.
- [7] Глазов Л. Г., Рухадзе А. А. // Физика плазмы. 1989. № 12. С. 1484—1491.
- [8] Глазов Л. Г., Рухадзе А. А. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 4. С. 47.
- [9] Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. М.: Наука, 1966.

Институт общей физики РАН  
Москва

Поступило в Редакцию  
4 февраля 1991 г.