

## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

09; 10  
© 1992 г.

Журнал технической физики, т. 62, в. 2, 1992

НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ РЕЗОНАНСНОГО ДОПЛЕРОВСКОГО  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЗАРЯЖЕННОГО ПУЧКА СО  
ВСТРЕЧНОЙ Е-ВОЛНОЙ

А. Г. Бонч-Осмоловский, К. А. Решетникова

Проблема повышения темпа ускорения заряженных частиц в области сверхвысоких энергий стимулирует поиски механизмов, приводящих к получению электромагнитных бегущих волн с высокой напряженностью поля. Одним из таких механизмов может быть усиление при доплеровском взаимодействии пучка с волной в замедляющей структуре. Рост амплитуды поля волны при наличии волны накачки ограничивается, как известно, нелинейными эффектами, приводящими к насыщению, т. е. к захвату частиц полем волны и выходу на плато поля [1]. Увеличение потенциала захвата приводит к росту напряженности электрического поля насыщения и соответственно к росту эффективности системы как усилителя колебаний. При совпадении направлений движения пучка и волны (попутная волна) рост потенциала захвата возможен только за счет разницы их скоростей и, очевидно, ограничен сверху. Это ограничение снимается при взаимодействии пучка со встречной волной, что позволяет существенно увеличить потенциал захвата и тем самым продвинуться в область весьма высокой напряженности поля [2].

В настоящей работе изучается численным способом резонансный механизм взаимодействия электронного пучка со встречной бегущей  $E$ -волной с учетом нелинейных эффектов.

Рассматриваем замагниченный релятивистский электронный пучок в структуре, в которую поступает мощность от внешнего источника. Характеристикой источника является  $j_{\text{вн}}$  — плотность тока внешнего источника. Здесь используется аппарат, развитый в [3], в несколько модифицированном виде.

Самосогласованная система уравнений пучка и поля имеет вид

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} + \Delta E_z = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (j_e + j_{\text{вн}}) - 4\pi \frac{\partial \rho_e}{\partial z}, \quad (1a)$$

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \text{div } j_z = 0, \quad (1b)$$

$$\frac{d(\beta_e \gamma_e)}{dt} = \frac{e E_z}{m_0 c}, \quad (1b)$$

где  $v_e = -v_z = \beta_e c$ ,  $j_e = en_e \beta_e c$ ,  $\gamma_e = (1 - \beta_e^2)^{-1/2}$  — скорость, ток и релятивистский фактор пучка;  $\rho_e = en_e$ ,  $j_e = -j_z$ .

Переходим к переменной  $\Psi$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \omega \frac{\partial}{\partial \Psi}, \quad \frac{\partial}{\partial z} = -\frac{\omega}{v} \frac{\partial}{\partial \Psi},$$

где  $\Psi = \omega t - kz$ ,  $k = \omega/v$ ,  $\omega$ ,  $v = \beta c$  — частота и фазовая скорость волны, при

этом  $v = \text{const}$ ,

$$\frac{d}{dt} = (1 + \frac{\beta_e}{\beta}) \frac{\partial}{\partial \Psi},$$

$$\frac{\partial j_e}{\partial \Psi} = -v \frac{\partial \rho_e}{\partial \Psi}.$$

Используем интегралы уравнений движения и непрерывности

$$n_e = n_0 \frac{(\beta_0 + \beta)}{(\beta_e + \beta)}, \quad \gamma'_e + \varphi = \gamma'_0, \quad (2)$$

где  $n_0$ ,  $\beta_0 = |\beta_0|$  — значения плотности и скорости пучка при  $\varphi = 0$ ,  $\gamma'_0 = \gamma_0 \gamma(1 + \beta_0 \beta)$ ,  $\varphi$  — потенциальная функция, связанная с  $E_z$  соотношением

$$E_z = -\frac{m_0 c^2 \omega}{e v \gamma} \frac{\partial \varphi}{\partial \Psi}. \quad (3)$$

Здесь  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ ;  $\beta_e = |\beta_e|$ ;  $\gamma'_e = \gamma_e \gamma(1 + \beta_e \beta) = (1 - \beta_e'^2)^{-1/2}$ ;  $\beta'_e = -(\beta_e + \beta)/(1 + \beta_e \beta)$  — скорость частицы в системе координат, связанной с волной. Заметим, что для попутного движения  $\gamma'_e = \gamma_e \gamma(1 - \beta_e \beta)$ .

Используя (2) и (3), найдем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_e}{\partial \Psi} &= -\frac{\rho_0(\beta_0 + \beta)}{(\beta_e + \beta)^2} \frac{\partial \beta_e}{\partial \Psi}, \\ \frac{\partial \beta_e}{\partial \Psi} &= \frac{e \beta E_z}{m_0 c \omega \gamma_e^3 (\beta_e + \beta)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Подставляя (4) в (1a), получим уравнение

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \Psi^2} + L \cdot E + \delta(E) E = \frac{4\pi e}{m_0 c \omega} \beta^2 \gamma^2 \frac{\partial j_{\text{вн}}}{\partial \Psi}, \quad (5)$$

где

$$L = \frac{\Delta_{\perp}}{k_{\perp 0}^2} + \frac{\omega_e^2}{\omega^2} \frac{\beta^2}{\gamma_0^3 (\beta_0 + \beta)^2},$$

$$\Delta_{\perp} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right),$$

$$k_{\perp 0}^2 = \frac{\omega^2}{v^2} - \frac{\omega^2}{c^2},$$

$$\delta(E) = \frac{\omega_e^2}{\omega^2} \beta^2 (\beta_0 + \beta) \left[ \frac{1}{\gamma_e^3 (\beta_e + \beta)^3} - \frac{1}{\gamma_0^3 (\beta_0 + \beta)^3} \right],$$

$$\omega_e^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m_0},$$

$$E = \frac{e E_z}{m_0 c \omega}.$$

Пусть  $j_{\text{вн}} = j_0 \cos \Psi f_{\text{вн}}^{(1)}(r)$ , где  $f_{\text{вн}}^{(1)}(r)$  содержит одну из собственных функций  $R_1$  оператора  $L$ . Положим  $E = \sum_n E_n(\Psi) R_n(r)$ . Выделим из всего ряда одну гармонику,  $E_1$  — резонансную, редуцированную (с учетом тока пучка) частота которой совпадает с частотой внешнего источника. В структуре

$$R_1(r) = \begin{matrix} J_0(k_{\perp} r), \\ I_0(k_{\perp} r), \end{matrix}$$

где  $J_0(x)$ ,  $I_0(x)$  — функции Бесселя.

Тогда из (5) для  $E_1(\Psi)$  получим ( $k_{\perp} a \ll 1$ )

$$\frac{d^2 E_1}{d\Psi^2} + \Omega^2 E_1 + \delta(E_1) \cdot E_1 = -f_0 \sin \Psi, \quad (6)$$

где

$$\Omega^2 = \mp \frac{k_{\perp}^2}{k_{\perp 0}^2} + \frac{\omega_e^2 \beta^2}{\omega^2 \gamma_0^3 (\beta + \beta_0)^2},$$

$$f_0 = \frac{\beta^2 \gamma^2 \lambda^2}{\pi^2 J_A} j_0,$$

$$J_A = \frac{m_0 c^3}{e}, \quad \lambda = \frac{2\pi c}{\omega}.$$

Заметим, что, используя (3) и соотношение

$$\gamma_e(\beta_e + \beta) = \frac{\beta'_e \gamma'_e}{\gamma} = \sqrt{(\gamma'_0 - \varphi)^2 - 1} / \gamma,$$

из (6) легко получить нелинейное уравнение для функции  $\varphi$ , которое изучалось ранее [3]. При  $\delta \rightarrow 0$  резонансное условие для гармоники  $E_1$  следующее:

$$\Omega^2 = 1 \text{ или } \frac{\omega_e^2 \beta^2}{\omega^2 \gamma_0^3 (\beta_0 + \beta)^2} = S, \quad (7)$$

где  $S = 1 \pm k_{\perp}^2 / k_{\perp 0}^2$ .

Тогда из (6) получаем линейное уравнение (индекс 1 опущен)

$$\frac{d^2 E}{d\Psi^2} + E = -f_0 \sin \Psi. \quad (8)$$

Решение его при начальном условии  $\Psi = 0$ ,  $E = E_{\text{н}}$ ,  $\dot{E} = 0$  будет

$$E = \frac{f_0}{2} (\Psi \cos \Psi - \sin \Psi) + E_{\text{н}} \cos \Psi. \quad (9)$$

Как видно из (9), напряженность поля в системе (при  $\delta = 0$ ) растет линейно по  $\Psi$ , что характерно для обычного резонансного возбуждения волновода. Заметим, что в отличие от возбуждения на неустойчивости здесь накачка мощности от источника идет в устойчивую гармонику системы. Поле нарастает вдоль распространения волны, т. е. против движения электронов. Величина резонансного тока, определяемого из условия (7), будет

$$J_0 = J_A \left( \frac{\pi a}{\lambda \beta} \right)^2 \gamma_0^3 (\beta + \beta_0)^2 S, \quad (10)$$

где  $J_A \approx 17$  кА,  $a$  — радиус пучка, величина  $S$  определяется для конкретной структуры из граничных условий.

С ростом поля в системе начинают проявляться нелинейные эффекты, т. е. растет величина  $\delta(E)$ .

Для получения некоторых количественных зависимостей численно решалась следующая система уравнений:

$$\frac{d^2 E}{d\Psi^2} + E + \delta(E) \cdot E = -f_0 \sin\Psi, \quad (11a)$$

$$\frac{d\beta_e}{d\Psi} = \frac{\beta E}{\gamma_e^3 (\beta_e + \beta)}, \quad (11б)$$

$$\frac{d\varphi}{d\Psi} = -\beta \gamma E. \quad (11в)$$

Здесь

$$\delta(E) = q\beta' \gamma' \gamma_0 \left[ \frac{1}{\beta_e^3 \gamma_e^3} - \frac{1}{\beta_0^3 \gamma_0^3} \right], \quad q = \frac{\omega_e^2 \beta^2 \gamma^2}{\omega^2 \gamma_0}.$$

Система уравнений (11) решалась методом Рунге-Кутты на быстродействующей ЭВМ при следующих начальных условиях:  $E = E_H$ ,  $E = 0$ ,  $\varphi = 0$ ,  $\beta_e = \beta_0$ . Использовались значения постоянных  $\gamma = 2$ ,  $\gamma = 4$ ,  $\lambda = 10$  см,  $f_0 = 0.1$ ,  $a = 1$  см,  $J_0 = 10$  кА.

Результаты расчета представлены на рис. 1, 2. На рис. 1 показаны медленные колебания сгибающих  $E$  и  $\varphi$ . Видно, что вначале поле растет линейно, выходит на некоторый максимум, затем амплитуда уменьшается. Максимум напряженности поля достигает 750 кВ/см при  $\Psi = 60$ . Это значение близко к оценке по формуле

$$E_m \approx \frac{2\pi m_0 c^2 \gamma_0}{e\lambda\beta}$$

из [2]. При этом в численных расчетах  $\varphi_m = 0.8\varphi_s$ ,  $\varphi_s = |\gamma'_0 - \gamma|$ . Амплитуда величины  $\varphi$  в области отрицательных значений больше, чем в области положительных  $\varphi$ . Заметим, что с ростом  $f_0$  и тока пучка амплитуда  $E_z$  растет.

На рис. 2 показаны быстрые колебания с нарастающей амплитудой для

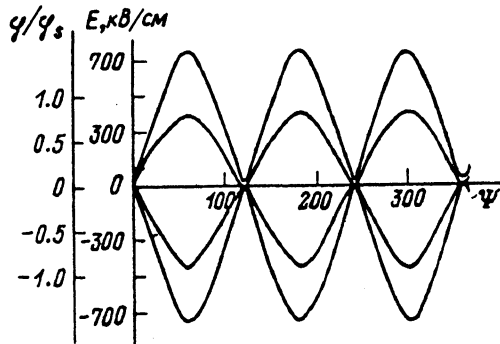
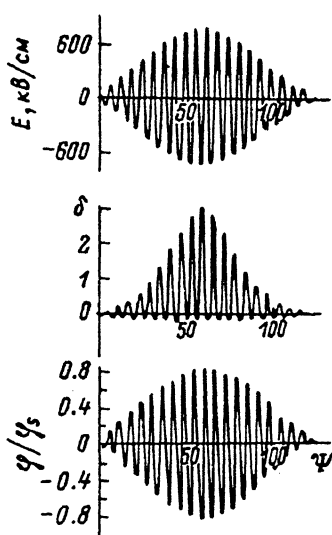


Рис. 1. Зависимость огибающих напряженности поля и потенциала от  $\Psi$ .



величин  $E_z$ ,  $\varphi/\varphi_s$ ,  $\delta$ . Видно, что, пока  $|\delta| < 0.5$ , рост амплитуды линейный. Колебания  $\delta$  существенно несимметричны.

При возбуждении полей порядка  $10^5 - 10^6$  В/см может возникнуть проблема пробоя вблизи внутренней поверхности волноводной замедляющей структуры. В связи с этим отметим важные экспериментальные результаты, полученные в Новосибирске [4], по ликвидации пробоя за счет особой технологии обработки поверхностей, а также результаты обсуждения проблемы пробоя на совещании по сверхсильным электрическим полям [5], в частности рост пробойного напряжения при увеличении частоты, что существенно облегчает решение этой задачи при  $\lambda = 3$  см ( $f = 10$  ГГц).

Рис. 2. Зависимость  $E_z$ ,  $\delta$ ,  $\varphi/\varphi_s$  от  $\Psi$ .

Таким образом, взаимодействие заряженного пучка со встречной волной при выполнении резонансного условия в системе волна—пучок с окружением приводит к получению бегущих волн с весьма высокой напряженностью электрического поля.

Список литературы

[1] Рухадзе А. А., Богданкевич Л. С., Росинский С. Е., Рухлин В. Г. Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. М.: Атомиздат, 1980. 165 с.  
 [2] Бонч-Осмоловский А. Г. Препринт ОИЯИ. № Р2-89-83. Дубна, 1989.  
 [3] Бонч-Осмоловский А. Г., Решетникова К. А. // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 9. С. 1664—1672.  
 [4] Балакин В. Е., Бамбуров Ю. Г., Брежнев О. Н. и др. // Тр. X Всесоюз. совещания по ускорителям. Дубна, 1985. Т. 2. С. 401—402.  
 [5] Weiland T. Proc. of Gas-ECFA-JNFN. Workshop, Frascati, 1984. CERN 85-07. 1985. P. 13—28.

Поступило в Редакцию  
 7 февраля 1990 г.  
 В окончательной редакции  
 17 июня 1991 г.

СПОСОБЫ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЛАЗЕРНОЙ ГЕНЕРАЦИИ  
 УЛЬТРАЗВУКА В МЕТАЛЛАХ

Ю. В. Петров, А. Н. Чудинов, А. А. Шульгинов

Одним из перспективных методов, применяемых в ультразвуковой дефектоскопии, является возбуждение акустических волн в металлах с помощью ОКГ. Основными достоинствами такого метода являются осуществление генерации ультразвука непосредственно на поверхности металла на достаточно большом расстоянии от ОКГ, возможность достаточно легко управлять диаграммой направленности возбуждаемых ультразвуковых волн путем изменения размеров и формы светового пятна. Однако малая эффективность преобразования световой энергии в акустическую ( $\sim 0.01 - 0.001\%$ ) является существенным недостатком