

07; 12

© 1991 г.

ОПТИМИЗАЦИЯ БАРАБАННЫХ ЗАЖИМОВ ПРИ СТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЯХ ВОЛОКОННЫХ СВЕТОВОДОВ

И. В. Александров, М. Е. Жаботинский, С. Я. Фельд, О. Е. Шушпанов

Для определения доли разрушений образцов на барабанных зажимах предложено использовать понятие эффективной длины L_{eff} изогнутых образцов. Оптимальному радиусу зажимов соответствует минимальное значение L_{eff} . При динамических испытаниях L_{eff} оказывается случайной величиной и оптимизируется среднее значение L_{eff} . Оптимальные радиусы барабанных зажимов для статических и динамических испытаний различны. Показано, что в известных случаях рассчитанные оптимальные значения хорошо согласуются с эмпирически найденными радиусами зажимов.

Введение

Прогноз долговечности волоконного световода требует сведений о его деформации и о скоростях роста дефектов. Эти сведения получают в результате статических или динамических испытаний. Теоретической основой испытаний служит феноменологическая теория деградации прочности, по которой скорость медленного роста трещины, характеризуемой глубиной a , геометрическим параметром Y ($Y \simeq 1$) и растягиваемой напряжением σ , описывается выражением [1]

$$da/dt = A \cdot K_1^n, \quad (1)$$

где

$$K_1 = \sigma \cdot Y \cdot a^{1/2}, \quad (2)$$

A и n — параметры деградации (функции материала образца и среды испытания).

Условием разрушения считается достижение фактором интенсивности K_1 для наибольшей трещины критического значения K_{1c} , являющегося константой материала (для кварца $K_{1c} = 0.789 \text{ МН} \cdot \text{м}^{-1/2}$). Увеличение размера трещины, растягиваемой напряжением σ в течение времени t , описывается уравнением [2]

$$(S_{ii}^{n-2} - S_{if}^{n-2}) \cdot B = \int_0^t \sigma^n(t) \cdot dt, \quad (3)$$

где

$$2/B = A \cdot Y^2 \cdot (n-2) \cdot K_{1c}^{n-2}, \quad (4)$$

$S_i = K_{1c} \cdot Y^{-1} \cdot a^{-1/2}$ — инертная прочность (измеряется в отсутствие медленного роста трещин, т. е. характеризует исходную дефектность образца), S_{ii} , S_{if} — начальное и конечное значения S_i .

Инертная прочность является случайной величиной и описывается двухпараметрическим распределением Вейбулла [3]

$$P_f(S_i) = 1 - \exp\left(-\frac{L}{L_0} \left(\frac{S_i}{S_M}\right)^m\right), \quad (5)$$

где P_f — вероятность разрушения при растяжении σ ($0 < \sigma < S_i$); m и S_M — параметры формы и масштаба распределения; L — длина образца; L_0 — длина, на которой измерены параметры распределения.

В основе измерения параметров деградации лежат зависимости либо времени жизни t_s образца от статической нагрузки σ_s [1]

$$t_s = B \cdot S_i^{n-2} \cdot \sigma_s^{-n}, \quad (6)$$

либо его динамической прочности σ_d от скорости нагружения $\dot{\sigma}$ [1]

$$\sigma_d^{n+1} = B \cdot (n+1) \cdot S_i^{n-2} \cdot \dot{\sigma}. \quad (7)$$

Выражая, например, инертную прочность S_i в (5) через значение статической прочности σ_s из (6), можно получить выражение для распределения статической прочности

$$P_f = 1 - \exp \left[-\frac{L}{L_0} \left(\left(\frac{\sigma_s^n \cdot t_s}{B} \right)^{\frac{1}{n-2}} \frac{1}{S_M} \right)^m \right], \quad (8)$$

1. Нагружение световодов растяжением с применением зажимов барабанного типа

При нагружении световодов на разрывной машине их концы обматывают вокруг цилиндрического барабана и закрепляют трением. Главное требование к зажимам состоит в том, чтобы они не искажали результатов испытаний, т. е. число разрушений образцов в зажиме должно быть значительно меньше общего числа тестируемых образцов.

а) Основы функционирования зажима. Рассмотрим физические принципы работы зажимов барабанного типа. Найдем сначала, как изменяется сила растяжения вдоль лежащего на барабане световода. Пусть к поверхности барабана испытуемый образец прижимают с помощью прижима, создающего погонную силу P_l , ориентированную нормально к поверхности барабана. Рассмотрим условие равновесия элемента Δl длины световода (рис. 1). На этот элемент справа и слева действуют силы натяжения F со стороны соседних участков световода и сила трения $F_{тр}$, вызванная силой прижима $P_l \cdot \Delta l$ и нормальной составляющей силы натяжения. Записывая условие равновесия элемента, получим обыкновенное дифференциальное уравнение для определения силы растяжения образца на барабане

$$\frac{dF}{dl} + \mu \frac{F}{R} + \mu \cdot P_l = 0, \quad (9)$$

где $l = \theta \cdot R$ — длина световода, отсчитываемая от точки схода его с зажима; R — радиус барабана; θ — отсчитываемый от точки схода угол охвата барабана образцом; μ — коэффициент трения наружного покрытия световода по поверхности барабана.

Решая (9) с учетом краевого условия $F(0) = F_T$, где F_T — растяжение образца на прямолинейном участке, получим

$$F(l) = (F_T + R \cdot P_l) \cdot \exp(-\mu \cdot l/R) - R \cdot P_l. \quad (10)$$

Выражение (10) позволяет, в частности, оценить угол охвата θ_a барабана световодом, при котором сила натяжения F спадает до заданного значения F_a

$$\theta_a = \frac{1}{\mu} \ln \frac{F_T + R \cdot P_l}{F_a + R \cdot P_l}. \quad (11)$$

Например, натяжение уменьшается до нуля ($F_a = 0$; это возможно только при $P_l \neq 0$), если $\theta_a = \theta_0$

$$\theta_0 = \frac{1}{\mu} \ln (1 + F_T / (R \cdot P_l)). \quad (12)$$

Эти соотношения удобны для расчета ременных гусеничных прижимов в установках перемотки световодов, а также в тянущих устройствах вытяжных установок. При анализе работы барабанного зажима наиболее интересен случай, когда образец лежит на барабане свободно, без прижима. При $P_i=0$ решение (10) выражается формулой Эйлера [4]

$$F(l) = F_T \cdot \exp(-\mu \cdot l/R). \quad (13)$$

Из (13) видно, что ослабление натяжения (напряжения растяжения) в образце определяется только углом охвата барабана образцом. Полный угол охвата θ_i должен удовлетворять очевидному условию

$$\exp(-\mu \cdot \theta_i) = \exp(-\mu \cdot l_i/R) \ll 1, \quad (14)$$

где l_i — полная длина намотанного на барабан участка световода.

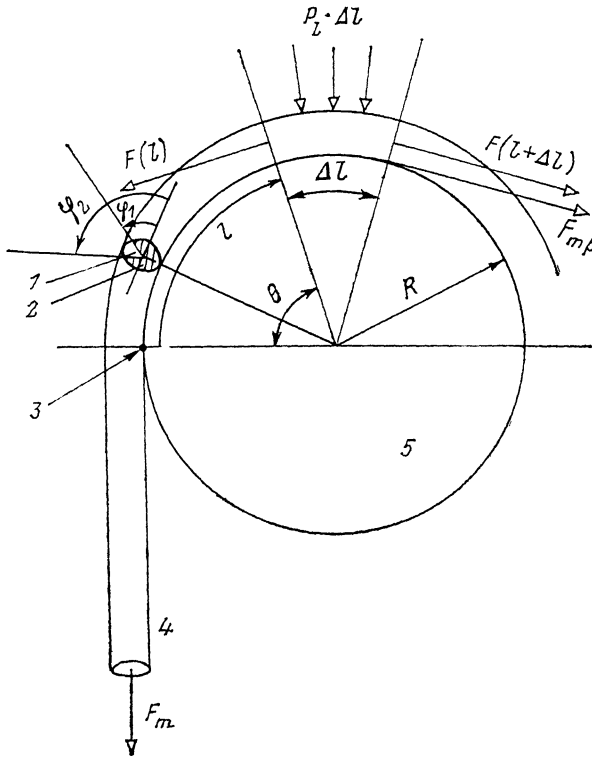


Рис. 1. Схема расположения световода на барабане зажима.

1 — растяжение, 2 — сжатие, 3 — точка схода световода с барабана, 4 — световод, 5 — барабан.

Так, при намотке полутора витков световода ($\theta_i=3\pi$) растяжение ослабляется по сравнению с нагружаемым прямолинейным участком в ≈ 100 раз при $\mu=0.5$ (кремнийорганика по полированному алюминию) и в ≈ 20 раз при $\mu=0.3$ (эпоксинакрилат по полированному алюминию).

б) Эффективная длина образца. Световод на барабане изогнут, и на части его поверхности создается растяжение, наибольшее значение которого составляет [5]

$$\sigma_{\max} = \frac{R_{of}}{R + R_{of}} E, \quad (15)$$

где R — радиус барабана, R_{of} — радиус световода, E — модуль Юнга его материала.

Напряжение в каждой точке поверхности при изгибе является функцией азимутального угла φ в поперечном сечении образца (рис. 1), и поэтому (5)

удобно переписать для случая, когда погонное количество дефектов является функцией φ ,

$$P_f = 1 - \exp\left(-\frac{L/L_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{S_t}{S_M}\right)^m d\varphi\right). \quad (16)$$

Преобразуем (16) в выражение для распределения статической прочности по аналогии с (8), учитывая, что растяжение поверхности зависит от φ (учет зависимости $F(l)$ дан в разделах 2 и 3) в форме

$$\sigma = \sigma_{\max} \cdot \sin \varphi, \quad (17)$$

а также учитывая наличие остаточных термоупругих напряжений ${}_{t_e}\sigma(r)$, которые суммируются с σ , и получим оценку вероятности разрушения P_f световода от изгибных напряжений на барабанах

$$P_f = 1 - \exp\left[-\frac{L/L_0}{2\pi} \left(\left(\frac{\sigma_{\max}^n \cdot t_e}{B}\right)^{\frac{1}{n-2}} \frac{1}{S_M}\right)^m \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \left(\sin \varphi + \frac{{}_{t_e}\sigma(r)}{\sigma_{\max}}\right)^{\frac{m \cdot n}{n-2}} \cdot d\varphi\right]. \quad (18)$$

Интегрирование в (18) выполняется по области световода, в которой существует растяжение, а значения углов φ_1 и φ_2 и подынтегральное выражение зависят от остаточного термоупругого напряжения

$$\sigma_{\max} \cdot \sin \varphi_{1(2)} = -{}_{t_e}\sigma(r). \quad (19)$$

Пусть для простоты ${}_{t_e}\sigma(r) = 0$, тогда $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi$ и (18) дает

$$P_f = 1 - \exp\left[-\frac{L}{L_0} \left(\left(\frac{\sigma_{\max}^n \cdot t_e}{B}\right)^{\frac{1}{n-2}} \frac{1}{S_M}\right)^m \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma[(b \cdot n + 1)/2]}{\Gamma[(b \cdot n + 2)/2]}\right], \quad (20)$$

где $b = m/(n-2)$, Γ — гамма-функция [6].

Сравнивая выражения (20) и (8), введем понятие L_{eff} — эффективная длина образца при нагружении изгибом постоянного радиуса кривизны. L_{eff} — это длина растянутого с σ_{\max} прямолинейного отрезка световода, вероятность разрушения которого равна вероятности разрушения нагруженного изгибом отрезка длиной L . Из (20) и (8) видно, что L_{eff} зависит от параметра распределения дефектов m и составляет

$$L_{\text{eff}} = \frac{L}{2\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma[(b \cdot n + 1)/2]}{\Gamma[(b \cdot n + 2)/2]}. \quad (21)$$

Как видно из рис. 2, L_{eff} быстро убывает с ростом m ($n \approx 16-40$) и уже при $m=2.5$ она не превышает 20 % полной длины образца. Это связано с тем, что при изгибе приложенное напряжение переменено по сечению образца: часть его сжата, а другая — растянута. Даже если ${}_{t_e}\sigma=0$, то сжата только половина сечения и, следовательно,

$$L_{\text{eff}}/L < 0.5. \quad (22)$$

Так как растяжение другой половины изменяется от 0 до σ_{\max} , то значение реального разрушающего напряжения неизвестно (оно является случайной величиной). Поэтому ошибки определения значений n и B при изгибном нагружении увеличиваются по сравнению с однородным растяжением, что и выражается в уменьшении L_{eff} .

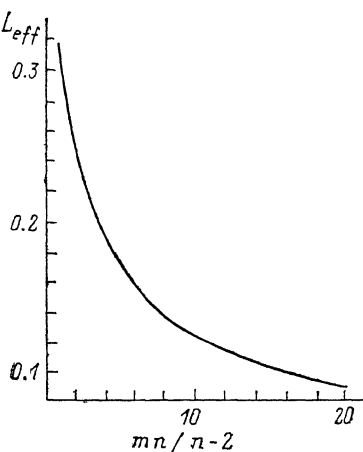


Рис. 2. Зависимость эффективной длины образца L_{eff} от параметров формы m и деградации n .

Сравним вероятность разрушения отрезка световода, намотанного на барабан, с вероятностью разрушения нагружаемого прямолинейного участка при статических испытаниях. Пусть испытуемый образец световода длиной L нагружается растяжением σ_s в течение времени t_s . Тогда вероятность разрушения образца задается выражением

$$P_f = 1 - \exp \left[- \frac{L}{L_0} \left(\left(\frac{\sigma_T^n \cdot t_s}{B} \right)^{\frac{1}{n-2}} \frac{1}{S_M} \right)^m \right], \quad (23)$$

полученным подстановкой $\sigma_s = \sigma_T = F_T / (\pi \cdot R_{0T}^2)$ в (8).

Рассмотрим сначала одномерное распределение прочности. Далее (в разделе 2) будет указано, как полученные результаты переносятся на более сложные случаи, учитывающие неоднородность распределения дефектов по сечению световода, в том числе наличие внутренних дефектов [7-9]. Рассчитаем вероятность разрушения световода на барабане. Здесь образец находится под суммарным воздействием растяжения (13), ослабленного силой трения о барабан, напряжения (15), вызванного изгибом, и остаточного термоупругого напряжения

$$\sigma(l, \varphi) = \sigma_T \exp \left(-\mu \frac{l}{R} \right) + E \frac{r}{R} \sin \varphi + t_s \sigma(r), \quad (24)$$

где r — расстояние точки сечения световода от его оси.

Поскольку растяжение световода зависит от координаты l и азимутального угла φ (рис. 1), то перепишем (5) для случая, когда погонное количество дефектов является функцией этих двух координат,

$$P_f = 1 - \exp \left(- \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot L_0} \int_0^L dl \int_0^{2\pi} \left(\frac{S_i}{S_M} \right)^m d\varphi \right). \quad (25)$$

Используя уравнения деградации прочности (3) и (24) для действующего напряжения, получим, что вероятность P_f разрушения образца на барабане равна

$$1 - \exp \left[- \frac{1}{2\pi L_0} \int_0^L dl \int_0^{2\pi} d\varphi \times \left(\frac{1}{S_M} \left(t_s \frac{\left[\sigma_T \exp \left(-\frac{\mu l}{R} \right) + \frac{Er}{R} \sin \varphi + t_s \sigma(r) \right]^n}{B} \right)^{\frac{1}{n-2}} \right)^m \right]. \quad (26)$$

Вынося из-под интегралов постоянные множители, получаем

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{2\pi L_0} \int_0^L dl \int_0^{2\pi} d\varphi \left(\frac{1}{S_M} \left(t_s \frac{\left[\sigma_T \cdot \exp \left(-\frac{\mu l}{R} \right) + \frac{Er}{R} \sin \varphi + t_s \sigma(r) \right]^n}{B} \right)^{\frac{1}{n-2}} \right)^m = \\ & = - \left(\left(\frac{\sigma_T^n \cdot t_s}{B} \right)^{\frac{1}{n-2}} \frac{1}{S_M} \right)^m \frac{1}{2\pi L_0} \int_0^L dl \int_0^{2\pi} d\varphi \times \\ & \times \left(\exp \left(-\frac{\mu l}{R} \right) + \frac{E \cdot r \sin \varphi}{\sigma_T \cdot R} + \frac{t_s \sigma(r)}{\sigma_T} \right)^{\frac{m \cdot n}{n-2}}. \end{aligned} \quad (27)$$

Сравнивая аргументы экспонент выражений (27) и (8), видим, что L_{eff} образца на барабане в случае статических испытаний составляет

$$L_{\text{eff } s} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{l_t} dl \int_0^{2\pi} d\varphi \left(\exp\left(-\frac{\mu l}{R}\right) + \frac{E \cdot r \cdot \sin \varphi}{\sigma_T \cdot R} + \frac{r^2(r)}{\sigma_T} \right)^{\frac{m \cdot n}{n-2}} \quad (28)$$

и вероятность разрушения световода на зажиме определяется выражением, аналогичным (23), но при $L = L_{\text{eff } s}$

$$P_f = 1 - \exp \left[-\frac{L_{\text{eff } s}}{L_0} \left(\left(\frac{\sigma_T^n \cdot t_s}{B} \right)^{\frac{1}{n-2}} \frac{1}{S_M} \right)^m \right]. \quad (29)$$

Следовательно, полная эффективная длина испытываемого световода составляет (с учетом зажимов)

$$L_{\text{tot}} = L + 2 \cdot L_{\text{eff } s}. \quad (30)$$

При таком определении длины образцов уже нет необходимости специально выделять и исключать из ансамбля случаи разрушения на барабанных зажимах. Выражение (30) позволяет учесть вклад всех разрушений образцов (независимо от места разрушения и числа разрушений на зажимах) при оценке параметров распределения прочности. В выражение для вероятности разрушения следует подставлять значение L_{tot} . Как видно из (28), $L_{\text{eff } s}$ зависит от приложенного испытательного напряжения σ_T , так что при различных σ_T значения $L_{\text{eff } s}$, а следовательно, и L_{tot} будут разными. Зависимость L_{tot} от σ_T практически не будет проявляться, если

$$L \gg L_{\text{eff } s}. \quad (31)$$

Условие (31) можно выполнить путем увеличения длины тестируемого участка образца L или путем соответствующего выбора параметров зажима. Из (23) и (29) следует, что отношение количества обрывов световода на барабане N_0 к количеству обрывов на тестируемом прямолинейном отрезке N_T составляет

$$N_0/N_T = L_{\text{eff } s}/L, \quad (32)$$

так что условие (31) эквивалентно требованию, что разрушения происходят в основном на тестируемом участке.

Очевидно, количество обрывов на зажиме будет минимальным (при фиксированных значениях параметров L , μ и σ_T), если радиус барабана выбран таким образом, чтобы было минимальным значение $L_{\text{eff } s}$, т. е. R удовлетворяло условию

$$\partial L_{\text{eff } s} / \partial R = 0. \quad (33)$$

Из физических соображений ясно, что $L_{\text{eff } s}$ имеет экстремум, а уравнение (33) — решение, т. е. существует оптимальное значение радиуса барабана. В общем случае его можно определить численно, однако в некоторых частных случаях существуют аналитические решения. Это имеет место, если показатель степени в подинтегральном выражении (28) является целым числом. Например, при $m \cdot n / (n-2) = 2$ решением уравнения (33) является

$$R = R_{\text{of}} \sqrt{\mu \cdot \theta_t} \cdot E / \sigma_T, \quad (34)$$

а при $m \cdot n / (n-2) = 4$ решение задается выражением

$$R \simeq R_{\text{of}} \cdot (E / \sigma_T) \sqrt{3(1 + \sqrt{1 + \mu \cdot \theta_t / 2})}. \quad (35)$$

При выполнении численного анализа удобно ввести безразмерные комбинации параметров

$$\vartheta = \mu \cdot \theta, \quad \vartheta_t = \mu \cdot \theta_t, \quad y = (E / \sigma_T) \cdot (R_{\text{of}} / R) \quad (36)$$

и, используя их, переписать выражение (28) в виде

$$\frac{\mu \cdot L_{\text{eff } s}}{R} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\theta_j} \int_0^{2\pi} (e^{-\theta} + y \cdot \sin \varphi)^{\frac{m \cdot n}{n-2}} d\varphi. \quad (37)$$

Кривые 1 и 2 на рис. 3 представляют результаты решения уравнения (33) в безразмерных параметрах. Кривые 3 и 4 представляют значения R_{opt} и соответствующие им $L_{\text{eff } s}$, рассчитанные на основе кривых 1 и 2 при $\mu = 0.3$; $\theta_j = 3\pi$; $\sigma_T = 2 \cdot 10^{-2} \cdot E$; $R_{\text{of}} = 6.25 \cdot 10^{-2}$ мм. Видно, что R_{opt} и $L_{\text{eff } s \text{ opt}}$ практически не зависят от n , при увеличении m оптимальное значение R_{opt} (кривая 3) возрастает, а оптимальное значение $L_{\text{eff } s \text{ opt}}$ (кривая 4) медленно убывает.

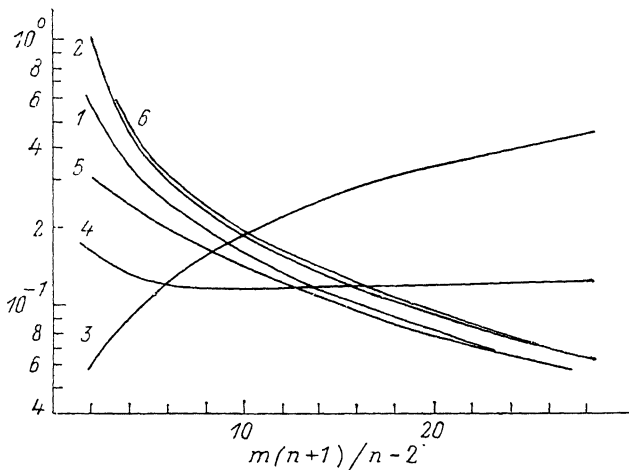


Рис. 3. Результаты численного решения уравнения (33) для статических испытаний и уравнения (47) для динамических испытаний.

1 — $y_{\text{opt}} = (E \cdot R_{\text{of}}) / (\sigma_T \cdot R_{\text{opt}})$, 2 — $\mu \cdot L_{\text{eff } s \text{ opt}} / R_{\text{opt}}$, 3 — $10^{-1} \cdot R_{\text{opt}}$ в мм, 4 — $10^{-1} \cdot L_{\text{eff } s \text{ opt}}$ в мм, 5 — $y_{\text{opt}} = (E \cdot R_{\text{of}}) / (\sigma_{dm} \cdot R_{\text{opt}})$, 6 — $\mu \cdot L_{\text{eff } s \text{ opt}} / R_{\text{opt}}$.

График зависимости $L_{\text{eff } s \text{ opt}}$ от m позволяет рассмотреть вопрос о подготовке образцов, в частности о выборе нагружаемой длины образца L . Используя численные данные и выражение (32), можно сформулировать требование, чтобы доля неинформативных обрывов при оптимальном выборе радиуса барабана была мала

$$L \gg 17.5 \text{ мм.} \quad (38)$$

Решения типа кривых 3 и 4 на рис. 3 позволяют наилучшим образом выбрать радиус барабана для статических испытаний. От параметра n оптимальные значения R и $L_{\text{eff } s}$ практически не зависят. Реальные распределения дефектов оказываются, как правило, многомодовыми, т. е. характеризуются несколькими различными параметрами формы m . Это может быть, в частности, связано с наличием поверхностных и внутренних дефектов, причем параметры m могут существенно различаться между собой, так что невозможно выбрать радиус барабана близким к оптимальному значению одновременно для обоих распределений дефектов. В этом случае важно оценить, сколь значительно будет отличаться $L_{\text{eff } s}$ при выбранном радиусе барабана R от соответствующего оптимального значения.

Используя определение (28), рассчитаем значения $L_{\text{eff } s}$ при заданном радиусе барабана R в зависимости от параметра m . Результаты расчета представлены на рис. 4. Из графиков видно, что в исследованном диапазоне изменения параметра m значения $L_{\text{eff } s}$ будут отличаться от соответствующих оптимальных не более чем в 3 раза, если радиус барабана удовлетворяет условию

$$20 \leq R \leq 30 \text{ мм.} \quad (39)$$

При этом доля обрывов на барабане в широком диапазоне значений параметра m не превысит 10 % ($L=500$ мм), а вблизи значения m , соответствующего экстремуму, составит всего 2.5 %. В то же время при неудачном выборе радиуса барабана, как видно из рис. 4, доля обрывов на зажиме может возрасти в несколько раз и превысит 50 %. Подчеркнем, что в другом диапазоне изменения параметра m оптимальный выбор радиуса барабана может отличаться от (39).

3. Оптимизация размера барабана при динамических испытаниях

Рассмотрим динамический режим нагружения. Пусть испытуемый образец световода длиной L растягивается на испытательной машине, причем скорость увеличения приложенного напряжения составляет $\dot{\sigma}$. Тогда вероятность разрушения образца задается выражением

$$P_f(\sigma_d) = 1 - \exp \left[-\frac{L}{L_0} \left(\left(\frac{\sigma_d^{n+1}}{B \cdot (n+1) \cdot \dot{\sigma}} \right)^{\frac{1}{n-2}} \frac{1}{S_M} \right)^m \right], \quad (40)$$

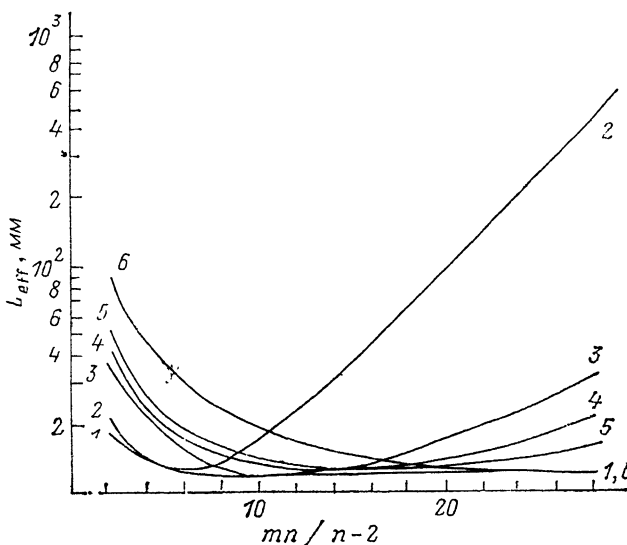


Рис. 4. Зависимости эффективной длины образца L_{eff} при статических испытаниях от параметра формы m при различных значениях радиуса барабана R .

1 — $L_{eff \text{ opt}}$; R , мм: 2 — 10, 3 — 20, 4 — 25, 5 — 30, 6 — 50.

полученным по аналогии с (8) подстановкой (7) в (5). Рассчитаем вероятность разрушения отрезка световода, намотанного на барабан. Здесь образец находится под действием испытательного растяжения, ослабленного силой трения, напряжения (17), вызванного изгибом, и остаточного термоупругого напряжения

$$\sigma(l, \varphi) = \dot{\sigma} \cdot t \cdot \exp\left(-\mu \frac{l}{R}\right) + E \frac{r}{R} \sin \varphi + t_0 \sigma(r). \quad (41)$$

Подставляя (3) и (41) в (25), получим выражение для вероятности разрушения образца на барабане

$$P_f = 1 - \exp \left[- \left(\left(\frac{\sigma_d^{n+1}}{B \cdot \dot{\sigma} \cdot (n+1)} \right)^{\frac{1}{n-2}} \frac{1}{S_M} \right)^m \frac{1}{2\pi \cdot L_0} \int_0^{l_i} dl \int_0^{2\pi} \exp\left(\frac{m \cdot n \cdot l}{R \cdot (n-2)}\right) \times \right. \\ \left. \times \left(\exp\left(-\frac{\mu \cdot l}{R}\right) + \frac{E}{\sigma_d} \frac{r}{R} + \frac{t_0 \sigma(r)}{\sigma_d} \right)^{\frac{m \cdot (n+1)}{n-2}} \right]. \quad (42)$$

Сравнивая функцию экспоненциальной функции выражения (40) с соотношением (42), видим, что эффективная длина образца на барабане в случае динамических испытаний составляет

$$L_{\text{eff}d} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{l_t} \exp\left(\frac{m \cdot \mu \cdot l}{(n-2) \cdot R}\right) dl \int_0^{2\pi} \times \\ \times \left(\exp\left(-\mu \frac{l}{R}\right) + \frac{E}{\sigma_d} \frac{r}{R} \sin \varphi + \frac{t_e \sigma(r)}{\sigma_d} \right)^{\frac{m \cdot (n+1)}{n-2}} d\varphi. \quad (43)$$

В отличие от статических испытаний $L_{\text{off}d}$ оказывается случайной величиной, поскольку σ_d принимает случайные значения (при статических испытаниях $\sigma_T = \text{const}$). При выборе оптимальных параметров зажимов для динамических испытаний естественно минимизировать среднее количество обрывов на зажимах, т. е. (см. (32)) минимизировать среднюю эффективную длину образца на барабане. Закон распределения значений σ_d , согласно (40), задается

$$P_f(\sigma_d) = 1 - \exp\left(-L \cdot \left(\frac{\sigma_d}{\sigma_{dm}}\right)^{m_d}\right), \quad (44)$$

где

$$m_d = m \cdot (n+1)/(n-2), \quad \sigma_{dm} = [S_t^{n-2} \cdot B \cdot (n+1) \cdot \dot{\sigma}]^{1/(n+1)}. \quad (45)$$

По определению

$$\overline{L_{\text{off}d}} = \frac{R}{2 \cdot \pi \cdot \mu} \int_0^{\infty} \left(\frac{\sigma_d}{\sigma_{dm}}\right)^{m_d-1} \frac{m_d}{\sigma_{dm}} \exp\left(-\left(\frac{\sigma_d}{\sigma_{dm}}\right)^{m_d}\right) \int_0^{l_t} \times \\ \times \exp\left(\frac{m \cdot \vartheta}{n-2}\right) d\vartheta \int_0^{2\pi} \left(e^{-\vartheta} \frac{E}{\sigma_d} \frac{r}{R} \sin \varphi + \frac{t_e \sigma(r)}{\sigma_d}\right)^{m_d} d\varphi \cdot d\sigma_d \quad (46)$$

и оптимальный радиус барабана задается уравнением

$$\frac{\partial \overline{L_{\text{off}d}}}{\partial R} = 0. \quad (47)$$

На рис. 3 (кривые 5, 6) представлены результаты численного решения уравнения (47) в безразмерных переменных. Как и раньше, принято, что $t_e \sigma = 0$ и $r = R_{0f}$. Сравнивая кривые 1 и 2 с 5 и 6, видим, что общий характер поведения решений в случае статических и динамических испытаний одинаков: оптимальное значение радиуса барабана растет с увеличением параметра m . Решения уравнения (47) позволяют в каждом конкретном случае определить оптимальное значение R и оценить нижнюю границу числа разрушений на зажиме.

Сравним полученные решения с известными экспериментальными результатами. В работе [10] приведены параметры измеренного распределения прочности и использованных в эксперименте барабанных зажимов. Рассчитанные по (46) значения $\overline{L_{\text{off}d}}$ для параметров из [10], а также оптимальные значения $\overline{L_{\text{off}d \text{ opt}}}$, вычисленные на основе кривых 5 и 6 (рис. 3), сравниваются на рис. 5 (кривые 1—4). Видно, что в широком диапазоне изменения параметра m доля разрушений на барабане с выбранными в [10] параметрами (кривая 2) не превышает 4% и почти не отличается от оптимального значения (кривая 1).

При другом выборе размеров зажима, например в соответствии с [11], количество разрушений образцов на барабане в диапазоне небольших значений m ($m=3-9$, как в работе [10]) увеличивается примерно втрое (кривая 4).

В работе [11] выполнены испытания сравнительно небольших ансамблей образцов (30 штук), так что определение доли разрушений на зажимах, а следовательно, и оптимизация размеров барабанов выполнены там довольно грубо. Рассчитанные по (46) значения $\overline{L_{\text{off}d}}$ для параметров из [11], а также оптимальные значения $\overline{L_{\text{off}d \text{ opt}}}$ сравниваются на рис. 5 (кривые 5—7). Видно, что при

$m_d \approx 20$ количество обрывов на зажимах с геометрией, выбранной в [11] (кривая 7), хотя и не превышает 3 %, но заметно отличается от оптимального (кривая 5). Использование барабана с меньшим радиусом, например с $R \approx 20$ мм, позволило бы уменьшить количество обрывов на зажиме в диапазоне изменения m_d , соответствующем [11] (кривая 6).

Сравнивая наборы кривых 1—4 и 5—7 на рис. 5, видим, что в широком диапазоне изменения параметра m значения $\overline{L_{eff,d}}$ будут отличаться от соответствующих оптимальных не более чем в 2.5 раза, если радиус барабана удовлетворяет условию $15 \leq R \leq 30$ мм. При этом доля обрывов на барабане в области значений $m > 8$ не превышает 3 %, а при малых m ($m=3-8$) — 8 %.

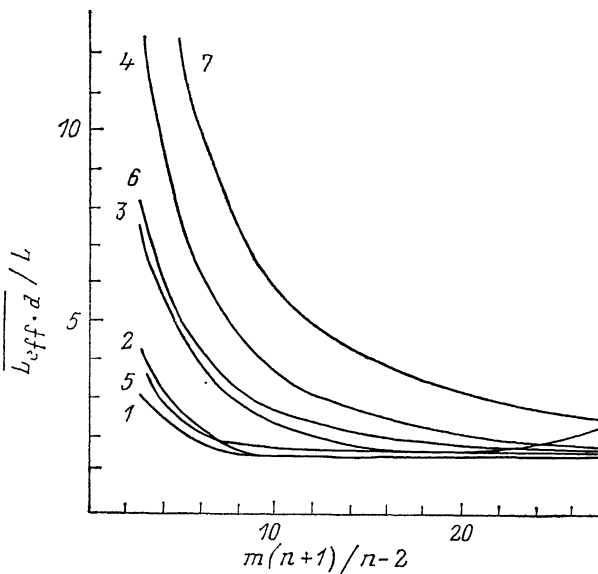


Рис. 5. Зависимости средней эффективной длины образца $L_{eff,d}$ при динамических испытаниях от параметра формы m при различных значениях радиуса барабана R .

Для всех кривых $\mu = 0.3$, $\theta_t = 6 \cdot 2\pi$; 1, 5 — $\overline{L_{eff,d}}_{opt} / L$; R , мм: 2 — 15; 3 — 20; 4, 7 — 50, 6 — 20; $\sigma_{adm} E$: 1—4 — $4.46 \cdot 10^{-2}$, 5—7 — $5 \cdot 10^{-2}$; R_{of} , мкм: 1—4 — 75, 5—7 — 62.5.

Выводы

Для определения доли разрушений образцов на барабанных зажимах предложено использовать понятие эффективной длины изогнутых образцов. Эффективная длина L_{eff} при нагружении растяжением и изгибом постоянного радиуса кривизны — это длина растянутого с σ_{max} прямолинейного отрезка световода, вероятность разрушения которого равна вероятности разрушения изогнутого образца. Отношение количества разрушений на барабанном зажиме N_c к количеству обрывов N_r на тестируемом прямолинейном отрезке длиной L составляет $N_c/N_r = L_{eff}/L$, которое зависит в том числе от параметров распределения дефектов в образце. В работе решена задача оптимизации радиуса барабанных зажимов. Оптимальному радиусу зажимов соответствует минимальное значение L_{eff} . При динамических испытаниях L_{eff} оказывается случайной величиной и оптимизируется среднее значение L_{eff} . Оптимальные радиусы барабанных зажимов для статических и динамических испытаний различны. Показано, что в известных случаях рассчитанные оптимальные значения хорошо согласуются с эмпирически найденными радиусами зажимов.

Список литературы

- [1] Evans A. G., Wiederhorn S. M. // Intern. J. Fracture. 1974. Vol. 10. N 3. P. 379—392.
- [2] Miyajima Y. // J. Lightwave Technology. 1983. Vol. LT-1. N 2. P. 340—346.
- [3] Weibull W. // J. Appl. Mech. 1951. Vol. 18. P. 293—297.
- [4] Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. М.; Л., 1951. 704 с.

- [5] *Matthewson M. J., Kurkjian C. R., Gulati S. T.* // J. Amer. Ceram. Soc. 1986. Vol. 69. N 11. P. 815—821.
- [6] Справочник по специальным функциям / под ред. М. Абрамовица, И. Стипан. М.: Наука, 1979.
- [7] *Александров И. В., Жаботинский М. Е., Шушпанов О. Е.* // Письма в ЖТФ. 1981. Т. 7. Вып. 15. С. 949—952.
- [8] *Александров И. В., Жаботинский М. Е., Шушпанов О. Е.* // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 9. С. 1797—1803.
- [9] *Александров И. В., Жаботинский М. Е., Шушпанов О. Е.* // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 9. С. 1641—1662.
- [10] *Checcacci P. F., Scheggi A. M.* // II National Symp. Opt. Fib. and Applications. Poland, 1979. Vol. 3. P. 32—45.
- [11] *Ritter J. E. Jr., Sullivan J. M., Jakus K.* // J. Appl. Phys. 1978. Vol. 49. N 9. P. 4779—4782.

Институт радиотехники и электроники
Москва

Поступило в Редакцию
5 февраля 1990 г.