

Релаксация квазипоперечных фононов в механизме Херринга и поглощение ультразвука в кубических кристаллах с положительной и отрицательной анизотропией упругих модулей второго порядка

© И.Г. Кулеев, И.И. Кулеев

Институт физики металлов Уральского отделения Российской академии наук,
Екатеринбург, Россия
E-mail: kuleev@imp.uran.ru

(Поступила в Редакцию 15 января 2009 г.
В окончательной редакции 7 апреля 2009 г.)

Исследованы релаксация фононов и поглощение квазипоперечного ультразвука в ангармонических процессах рассеяния Херринга и Ландау–Румера для кубических кристаллов с положительной (Ge, Si, алмаз, InSb, LiF и MgO) и отрицательной (KCl, NaCl и CaF₂) анизотропией модулей упругости второго порядка. В длинноволновом приближении рассмотрен новый механизм релаксации поперечных фононов, в котором слияние поперечного (медленного или быстрого) фонона с медленным порождает быстрый поперечный фонон. Этот механизм подобен механизму релаксации Херринга для продольных фононов. Показано, что для кристаллов первой группы с существенной анизотропией упругой энергии (Ge, Si, InSb, LiF и MgO) в отличие от механизма релаксации Херринга для продольных фононов возможны „аномальные“ процессы релаксации, в которых слияние медленного поперечного фонона с быстрым порождает медленный поперечный фонон. Такие процессы релаксации оказываются невозможны для всех кристаллов второй группы (KCl, NaCl и CaF₂), а также для кристаллов первой группы с малой анизотропией упругой энергии, таких как алмаз. В модели анизотропного континуума проанализированы угловые зависимости коэффициентов поглощения ультразвука для механизмов Херринга и Ландау–Румера. Показано, что для рассмотренных кристаллов первой группы механизм Херринга вносит малый вклад в поглощение длинноволнового ультразвука по сравнению с вкладом механизма Ландау–Румера. Однако для кристаллов второй группы KCl и NaCl в направлениях типа [001] он может значительно превышать вклад механизма Ландау–Румера.

Работа выполнена по плану РАН в рамках темы № 01.2.006.13395 при поддержке программы ОФН РАН (грант № 21) и гранта ведущей научной школы № НШ 3257.2008.2.

PACS: 62.20.Dc, 62.80.+f, 63.20.-e, 63.20.Kr, 63.20.Dj

1. Введение

Проблема корректного расчета скоростей релаксации фононов различных поляризаций в ангармонических процессах рассеяния является актуальной для исследования фононного транспорта и поглощения ультразвука в полупроводниковых и диэлектрических кристаллах [1–6]. Основная трудность решения таких задач связана с одновременным учетом анизотропии как в гармонической, так и в ангармонической энергии кристаллов. Решение их требует точного учета влияния кубической анизотропии на спектр и поляризацию фононов, определяющих вероятность трехфононных процессов рассеяния и закон сохранения энергии. Адекватным приближением для исследования ангармонических процессов релаксации является модель анизотропного континуума [1–4]. В этой модели гармоническая энергия кубических кристаллов выражается через три модуля упругости второго порядка, а ангармоническая энергия — через шесть модулей упругости третьего порядка. Причем для значительной части кубических кристаллов упругие модули второго и третьего порядка определены экспериментально. Поэтому скорости релаксации фоно-

нов, рассчитанные в этой модели, являются надежной основой для интерпретации экспериментальных данных по поглощению ультразвука и фононному транспорту в кубических кристаллах.

В работах [7,8] рассмотрена релаксация длинноволновых ($\hbar\omega_q^L \ll k_B T$, где T — температура, а ω_q^L — частота фонона с волновым вектором q) продольных фононов в механизме Херринга, когда слияние продольного фонона с медленным (ST) поперечным фононом порождает быстрый фонон (FT): $L_1 + ST_2 \rightarrow FT_3$. В этих процессах энергия рассеянного продольного фонона равна разности энергий верхней и нижней поперечных колебательных ветвей ($\omega_{q_1}^L = \omega_{q_3}^{t_1} - \omega_{q_2}^{t_2}$). Эти процессы рассеяния длинноволновых продольных фононов могут иметь место только вблизи точек вырождения спектра поперечных колебаний, что позволяет обеспечить выполнение законов сохранения энергии и импульса при взаимодействии длинноволновых продольных фононов с тепловыми поперечными фононами. Механизм Херринга приводит к зависимости поглощения продольного ультразвука от волнового вектора вида $\alpha_{\text{ЛТТ}}^L \sim q^2 T^3$. Она оказывается, как правило, менее эффективной в длинноволновом пределе, чем зависимости типа

Ландау–Румера: $\alpha_{\text{LLL}}^{\lambda} \sim qT^4$ [4,9]. Однако когда другие механизмы релаксации продольных фононов (например, механизм релаксации с участием трех продольных фононов) оказываются неэффективными из-за ограничений, связанных с выполнением законов сохранения энергии, механизм Херринга может давать основной вклад в поглощения продольного ультразвука. Так, например, в [10] на кристаллах TeO_2 обнаружена зависимость поглощения продольного ультразвука, соответствующая механизму Херринга.

В настоящей работе рассмотрен новый механизм релаксации длинноволновых поперечных фононов ($\hbar\omega_q^t \ll k_B T$): процесс слияния поперечного фонона (медленного или быстрого) с медленным, приводящий к образованию быстрого поперечного фонона ($T_1 + \text{ST}_2 \rightarrow \text{FT}_3$). Для него энергия рассеянного фонона равна разности энергий верхней и нижней поперечных колебательных ветвей. Поскольку эти процессы подобны процессам релаксации продольных фононов в механизме Херринга [7,8], рассматриваемый механизм можно назвать механизмом Херринга для поперечных фононов. Этот механизм отсутствует в изотропных средах, поскольку для них поперечные моды вырождены. Он приводит к зависимости поглощения длинноволнового поперечного ультразвука вида $\alpha_H^{\lambda} \sim q^2 T^3$. В длинноволновом пределе механизма Херринга менее эффективен по сравнению с механизмом Ландау–Румера $\alpha_{\text{LLL}}^{\lambda} \sim qT^4$ [4,9] и механизмами релаксации с участием трех поперечных фононов ($T_1^{\lambda_1} + T_2^{\lambda_2} \rightarrow T_3^{\lambda_2}$) [11–13]. Однако он может давать заметный вклад в экспериментально наблюдаемое поглощение поперечного ультразвука, приводя к изменению температурной зависимости коэффициента поглощения. Дело в том, что во многих кубических кристаллах наблюдается температурная зависимость коэффициента поглощения вида $\alpha \sim T^n$, где показатель $3 < n < 4$ [14–17]. Эта зависимость является промежуточной между механизмами Херринга и Ландау–Румера. Она может быть связана либо с затуханием фононных состояний, либо с вкладом механизма Херринга в релаксацию поперечного ультразвука. Поскольку ранее механизм Херринга для поперечных фононов не рассматривался, нам представляется интересным проанализировать его и сравнить его роль в поглощении ультразвука с механизмом Ландау–Румера. Следует отметить, что этот механизм может быть актуальным для тепловых и высокочастотных фононов ($\hbar\omega_q^t \geq k_B T$). Этот случай здесь мы не рассматривали. Нами проанализированы угловые зависимости коэффициентов поглощения квазиперечного ультразвука в механизме Херринга для двух типов кубических кристаллов: с положительной (Ge, Si, алмаз, InSb, LiF и MgO) и отрицательной (KCl, NaCl и CaF_2) анизотропией упругих модулей второго порядка. Проведено сравнение коэффициентов поглощения ультразвука для механизмов Херринга и Ландау–Румера. Рассмотрены угловые зависимости коэффициентов поглощения ультразвука для двух наиболее актуальных случаев: 1) для волновых векторов звуковой волны в

плоскости грани куба; 2) для волновых векторов звуковой волны в диагональной плоскости. Определены оптимальные направления, в которых коэффициенты поглощения квазиперечных мод в механизме Херринга имеют максимальные и минимальные значения.

2. Скорости релаксации квазиперечных фононов в кубических кристаллах для механизма Херринга

Рассмотрим скорости релаксации длинноволновых поперечных фононов ($\hbar\omega_q^t \ll k_B T$) в режиме Ландау–Румера $\omega_q^{\lambda} \tau^{\lambda}(\mathbf{q}, T) \gg 1$. Ограничимся интервалом температур и волновых векторов q , в которых эти неравенства выполняются. В указанных интервалах доминирующий вклад в скорости релаксации фононов вносят рассеяние на дефектах (в том числе изотопическое рассеяние) и нормальные процессы фонон-фононного рассеяния (см., напрмер. [4]). Рассеяние на дефектах проанализировано в [11,12]. В настоящей работе ограничимся анализом механизма Херринга, в котором длинноволновый поперечный фонон взаимодействует с двумя тепловыми поперечными фононами ($q_1 \ll q_2, q_3$). В этом случае энергия рассеянного фонона (принадлежащего либо к верхней (FT, $\lambda = t_1$), либо к нижней (ST, $\lambda = t_2$) колебательным модам) равна разности энергий поперечных колебательных ветвей

$$\begin{aligned} \text{FT}_1 + \text{ST}_2 &\rightarrow \text{FT}_3, & \omega_{q_1}^{t_1} &= \omega_{q_3}^{t_1} - \omega_{q_2}^{t_2}, \\ \text{ST}_1 + \text{ST}_2 &\rightarrow \text{FT}_3, & \omega_{q_1}^{t_2} &= \omega_{q_3}^{t_1} - \omega_{q_2}^{t_2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Процессы (1) аналогичны процессам релаксации продольных фононов в механизме Херринга [7,8] ($L_1 + \text{ST}_2 \rightarrow \text{FT}_3$, $\omega_{q_1}^L = \omega_{q_2}^{t_1} - \omega_{q_3}^{t_2}$). Исходное выражение для скорости релаксации поперечных фононов в механизме Херринга имеет вид [5]

$$\begin{aligned} v_{\text{phN}}(q_1, \lambda) &= \frac{\pi \hbar^4}{(2\rho k_B T)^3} \frac{1}{V} \sum_{q_2 q_3} \frac{\text{sh}\left(\frac{z_1}{2}\right) \delta_{q_1+q_2+q_3,0}}{z_1 z_2 z_3 \text{sh}\left(\frac{z_2}{2}\right) \text{sh}\left(\frac{z_3}{2}\right)} \\ &\times |V_{q_1 q_2 q_3}^{\lambda t_2 t_1}|^2 2\delta(\omega_{q_1}^{\lambda} + \omega_{q_2}^{t_2} - \omega_{q_3}^{t_1}). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь ρ — плотность, V — нормировочный объем, T — температура, поляризация λ принимает два значения t_1 и t_2 , $z_n = \hbar\omega_{q_n}^{\lambda_n}/k_B T$. В длинноволновом приближении имеет место неравенство $\hbar\omega_{q_1}^{\lambda} \ll k_B T$, тогда как для тепловых фононов $\hbar\omega_{q_2}^{t_2} \approx \hbar\omega_{q_3}^{t_1} \approx k_B T$. Поэтому в релаксацию фононов для механизма Херринга основной вклад дают тепловые фононы с направлениями волновых векторов вблизи точек вырождения, т.е. в окрестности направлений типа [001]. В связи с этим для рассеянного фонона необходимо точно учитывать спектр и направления векторов поляризаций, тогда как для тепловых фононов можно ограничиться учетом первых

неисчезающих членов вблизи точек вырождения. Для определенности рассмотрим одно направление [001], затем просуммируем вклады от всех точек вырождения.

Спектр фононов с поляризацией λ и волновым вектором, гораздо меньшим дебаевского, в модели анизотропного континуума может быть представлен в виде

$$\omega_q^\lambda = S_\lambda(\theta, \varphi)q. \quad (3)$$

Анизотропия спектра определяется анизотропией фазовой скорости фононов $S_\lambda(\theta, \varphi)$, зависящей от угловых переменных θ и φ вектора \mathbf{q} . В системе координат, связанной с ребрами куба, имеем [18]

$$S_\lambda(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{c_{44}}{\rho}} \left(1 + \frac{c_{11} - c_{44}}{c_{44}} \left(\frac{1}{3} + Z_\lambda \right) \right)^{1/2},$$

$$Z_{t_1, t_2} = \frac{2}{3} r \cos \left(\frac{Q}{3} \mp \frac{2\pi}{3} \right), \quad Q = \arccos q,$$

$$q = \left\{ \frac{1 + 4.5(k^2 - 1)\xi + 13.5\eta(1 - 3k^2 + 2k^3)}{r^3} \right\},$$

$$r = \sqrt{1 + 3(k^2 - 1)\xi}, \quad k = \frac{c_{12} + c_{44}}{c_{11} - c_{44}}. \quad (4)$$

Здесь c_{ij} — упругие модули второго порядка, $\xi = n_1^2 n_2^2 + n_1^2 n_3^2 + n_2^2 n_3^2$ и $\eta = n_1^2 n_2^2 n_3^2$ — кубические гармоники, а $\mathbf{n} = \mathbf{q}/q = (\sin(\theta)\cos(\varphi), \sin(\theta)\sin(\varphi), \cos(\theta))$ — единичный волновой вектор фонона. Индексы t_1 и t_2 соответствуют „быстрой“ (верхней) и „медленной“ (нижней) поперечным колебательным модам. Векторы поляризаций фононов различных колебательных ветвей определяются выражениями [18]

$$e_j^\lambda = \frac{1}{A_\lambda} \left\{ \frac{n_j}{\psi_j^\lambda} \right\}, \quad A_\lambda = \pm \sqrt{\sum_j \frac{n_j^2}{(\psi_j^\lambda)^2}},$$

$$(\mathbf{e}^\lambda \mathbf{n}) = \frac{1}{A_\lambda} \sum_j \frac{n_j^2}{\psi_j^\lambda}, \quad \psi_j^\lambda = \varepsilon_\lambda + (k - 1)n_j^2. \quad (5)$$

Для тепловых фононов вблизи направления [001] ($\theta_2 \rightarrow 0$) из формул (4) для кристаллов первого типа ($k - 1 > 0$) можно получить

$$S_{t_1, t_2}(\theta_2, \varphi_2) = S_{100}^t \left(1 + \frac{c_{11} - c_{44}}{2c_{44}} \theta_2^2 g_{t_1, t_2}(\varphi_2) \right),$$

$$g_{t_1, t_2} = -\frac{1}{2} (k^2 - 1) \left(1 \mp \sqrt{1 - \frac{2k + 1}{(k + 1)^2} (\sin 2\varphi_2)^2} \right),$$

$$S_{100}^t = \left(\frac{c_{44}}{\rho} \right)^{1/2}. \quad (6)$$

Для кристалла второго типа ($k - 1 < 0$) поперечные моды t_1 и t_2 меняются местами, поэтому

$$g_{t_1, t_2} = \frac{1}{2} (k^2 - 1) \left(1 \mp \sqrt{1 - \frac{2k + 1}{(k + 1)^2} (\sin 2\varphi_2)^2} \right). \quad (7)$$

Для векторов поляризаций, ограничиваясь нулевым приближением в разложении по углу θ_2 , из (5) получим

$$e_x^{t_1} = -\frac{1}{\sqrt{1 + b^2}}, \quad e_y^{t_1} = \frac{b}{\sqrt{1 + b^2}},$$

$$e_x^{t_2} = \frac{b}{\sqrt{1 + b^2}}, \quad e_y^{t_2} = \frac{1}{\sqrt{1 + b^2}},$$

$$b = q + \sqrt{1 + q^2}, \quad q = \frac{1 + k}{k} \operatorname{ctg} \varphi_2. \quad (8)$$

Формулы (6) и (8) совпадают с результатом, полученным Саймонсом [8], поэтому мы не останавливаемся более подробно на деталях вывода. Нетрудно убедиться, что векторы поляризации \mathbf{e}^{t_1} и \mathbf{e}^{t_2} взаимно ортогональны и нормированы на единицу. Как видно из (5)–(8), именно параметр $k - 1$ характеризует влияние упругой анизотропии на спектр и векторы поляризации колебательных мод кубических кристаллов. Анализ, проведенный в [18], показал, что вклад продольных компонент в квазипоперечные моды не является малым. Его максимальные значения, согласно [18], составляет 16.5% для Ge, 10% для Si и 8% для алмаза, а в кристаллах KCl — до 27%. Поэтому при расчете поглощения ультразвука нами учтен вклад продольной компоненты в поперечно-продольные колебания в линейном по этой компоненте приближении. Для определения скорости $S_\lambda(\theta_3, \varphi_3)$ из закона сохранения импульса мы выразили угловые переменные θ_3 и φ_3 вектора \mathbf{q}_3 через угловые переменные θ_1, φ_1 и θ_2, φ_2 волновых векторов \mathbf{q}_1 и \mathbf{q}_2 и определили соответствующие кубические гармоники

$$\xi_3 = (1 - \psi_3)\psi_3 + \psi_4^2, \quad \eta_3 = \psi_3\psi_4^2,$$

$$\psi_3 = (\cos \theta_3)^2$$

$$= (\cos \theta_2 + y \cos \theta_1)^2 / (1 + y^2 + 2y \cos \theta_{12}), \quad y = q_1/q_2, \quad (9)$$

$$\psi_4 = (\sin \theta_3)^2 \sin \varphi_3 \cos \varphi_3 = \frac{(\sin \theta_2 \sin \varphi_2 + y \sin \theta_1 \sin \varphi_1)}{(1 + y^2 + 2y \cos \theta_{12})}$$

$$\times (\sin \theta_2 \cos \varphi_2 + y \sin \theta_1 \cos \varphi_1),$$

$$\cos \theta_{12} = (\mathbf{n}_1 \mathbf{n}_2)$$

$$= \sin \theta_1 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \sin \theta_2 + \cos \theta_1 \cos \theta_2. \quad (10)$$

Для релаксации продольных фононов в механизме Херринга проблем с законом сохранения энергии не возникает, так как фазовая скорость продольных фононов значительно превышает фазовые скорости поперечных фононов. Как видно далее, при релаксации поперечных фононов в механизме Херринга в кристаллах первого

типа кроме процессов рассеяния (1) для некоторых направлений волнового вектора q_1 возможны аномальные процессы типа

$$\omega_{q_1}^\lambda = \omega_{q_3}^{t_2} - \omega_{q_2}^{t_1}, \quad T_1 + FT_2 \rightarrow ST_3. \quad (11)$$

Процессы (11) можно назвать обратными процессами по отношению к (1). Поэтому остановимся более подробно на анализе закона сохранения энергии. Подставив формулы (9) и (10) в (5), найдем разложение величины $S_{t_1}(\theta_3, \varphi_3)$ по малому параметру y

$$S_\lambda(\theta_3, \varphi_3) \cong S_\lambda(\theta_2, \varphi_2)[1 + y\Delta_\lambda(\theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2)],$$

$$\Delta_\lambda(\theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2) = \lim_{y \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{y} \left[\frac{S_\lambda(\theta_3, \varphi_3) - S_\lambda(\theta_2, \varphi_2)}{S_\lambda(\theta_2, \varphi_2)} \right] \right\}. \quad (12)$$

Согласно [13], функция $\Delta_\lambda(\theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2)$ может быть представлена в виде

$$\Delta_\lambda(\theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2) = S_{\theta_2}^\lambda(\theta_2, \varphi_2)[\sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - \sin \theta_2 \cos \theta_1] + S_{\varphi_2}^\lambda(\theta_2, \varphi_2)[\sin \theta_1 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)], \quad (13)$$

а величины $S_\theta^\lambda(\theta, \varphi)$ и $S_\varphi^\lambda(\theta, \varphi)$ определяются выражениями

$$S_\theta^\lambda(\theta, \varphi) = \frac{1}{S_\lambda} \frac{\partial S_\lambda}{\partial \theta} = \frac{1}{S_\lambda} \left(\frac{\partial S_\lambda}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial \theta} + \frac{\partial S_\lambda}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \right),$$

$$S_\varphi^\lambda(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sin \theta \cdot S_\lambda} \left(\frac{\partial S_\lambda}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial \varphi} + \frac{\partial S_\lambda}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial \varphi} \right), \quad (14)$$

$$\frac{1}{S_\lambda} \frac{\partial S_\lambda}{\partial \xi} = \left[\left(\frac{S_{100}^t}{S_\lambda} \right)^2 \frac{c_{11} - c_{44}}{2c_{44}} Z_\lambda \right] \frac{1.5(k^2 - 1)}{r^2}$$

$$\times \left\{ 1 - \frac{1.5(k^2 - 1)\xi + 13.5(k - 1)^2(1 + 2k)}{(1 - q^2)^{1/2}(r^3)} \right.$$

$$\left. \times \operatorname{tg} \left(\frac{Q}{3} \mp \frac{2\pi}{3} \right) \right\},$$

$$\frac{1}{S_\lambda} \frac{\partial S_\lambda}{\partial \eta} = \left[\left(\frac{S_{100}^t}{S_\lambda} \right)^2 \frac{c_{11} - c_{44}}{2c_{44}} Z_\lambda \right]$$

$$\times \frac{4.5(k^2 - 1)^2(1 + 2k)}{(1 - q^2)^{1/2}(r^3)} \operatorname{tg} \left(\frac{Q}{3} \mp \frac{2\pi}{3} \right),$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial \theta} = \sin 2\theta [\cos 2\theta + 0.5(\sin \theta)^2(\sin 2\varphi)^2],$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial \varphi} = 0.5(\sin \theta)^4 \sin 4\varphi,$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \theta} = \frac{1}{4} \sin 2\theta (\sin \theta)^2 [3(\cos \theta)^2 - 1] \sin^2 2\varphi,$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} (\sin \theta)^4 (\cos \theta)^2 \sin 4\varphi.$$

Параметры Z_λ , q и r определены формулами (4). Из выражений (12) и (13) для направлений, близких к $[001]$ ($\theta_2 \rightarrow 0$), следует

$$\Delta_\lambda(\theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2) \approx 2\theta_2 \frac{1}{S_\lambda} \frac{\partial S_\lambda}{\partial \xi} \sin \theta_1 \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (15)$$

Таким образом, величина $\Delta_\lambda(\theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2)$ при $y \ll 1$ и $\theta_2 \rightarrow 0$ оказывается малой и ею можно пренебречь. Учитывая результаты (5)–(15), для закона сохранения энергии в ангармонических процессах рассеяния (1) получим

$$\delta(\omega_{q_1}^\lambda + \omega_{q_2}^{t_2} - \omega_{q_3}^{t_1}) \cong \frac{1}{q_2} \delta \{ (S_{t_1}(\theta_2, \varphi_2) - S_{t_2}(\theta_2, \varphi_2))$$

$$- y(S_\lambda(\theta_1, \varphi_1) - S_{t_1}(\theta_2, \varphi_2))(\cos \theta_{12} + \Delta_{t_1}) \}$$

$$\cong \frac{1}{q_2 a S_{100}^t \Delta g_{t_1, t_2}(\varphi_2)}$$

$$\times \delta \left\{ (\theta_2)^2 - \frac{y}{a S_{100}^t \Delta g_{t_1, t_2}(\varphi_2)} (S_\lambda(\theta_1, \varphi_1) - S_{100}^t \cos \theta_1) \right\},$$

$$\Delta g_{t_1, t_2}(\varphi_2) = |k^2 - 1| \Phi(\varphi_2),$$

$$\Phi(\varphi_2) = \sqrt{1 - \frac{2k + 1}{(k + 1)^2} (\sin 2\varphi_2)^2},$$

$$a = \frac{c_{11} - c_{44}}{2c_{44}}, \quad S_{100}^t = \left(\frac{c_{44}}{\rho} \right)^{1/2}. \quad (16)$$

Необходимым условием существования процессов рассеяния (1) является положительность коэффициента при y под знаком δ -функции

$$S_\lambda(\theta_1, \varphi_1) - S_{100}^t \cos \theta_1 \geq 0. \quad (17)$$

При выполнении противоположного неравенства реализуются процессы рассеяния типа (11). Для закона сохранения энергии в процессах (11) найдем

$$\delta(\omega_{q_1}^\lambda + \omega_{q_2}^{t_1} - \omega_{q_3}^{t_2}) \cong \frac{1}{q_2 a S_{100}^t \Delta g_{t_1, t_2}(\varphi_2)}$$

$$\times \delta \left\{ (\theta_2)^2 - \frac{y}{a S_{100}^t \Delta g_{t_1, t_2}(\varphi_2)} (S_{100}^t \cos \theta_1 - S_\lambda(\theta_1, \varphi_1)) \right\}. \quad (18)$$

В этом случае энергия фононов нижней колебательной моды $\omega_{q_3}^{t_2}$ оказывается больше энергии фононов, принадлежащих к верхней колебательной моде $\omega_{q_2}^{t_1}$. Разложив функции, входящие в (17), для малых значений углов θ_1 получим

$$B_{t_1, t_2}(\varphi_1) = -\frac{a}{2} (k^2 - 1)$$

$$\times \left(1 \mp \sqrt{1 - \frac{2k + 1}{(k + 1)^2} (\sin 2\varphi_1)^2} \right) + \frac{1}{2} \geq 0. \quad (19)$$

Таблица 1. Значения параметров, определяющих возможность „аномальных“ процессов релаксации (11) для механизма Херринга

Кристалл	a	$k - 1$	$B_{t_2}^{(1)}$	$B_{t_1}^{(2)}$	$B_{t_2}^{(2)}$	$\theta_{\max 1}$	$\theta_{\max 2}$
Ge	0.461	0.87	-0.65	0.3	-0.45	38.2	30.6
Si	0.541	0.67	-0.46	0.32	-0.28	34.6	26.1
Алмаз	0.43	0.4	0.082	0.41	0.17		
InSb	0.61	0.81	-0.89	0.25	-0.64	44.5	37.3
MgO	0.47	0.7	-0.39	0.34	-0.22	31	23.9
LiF	0.41	1.04	-0.8	0.29	-0.59	40.4	33.3
KCl	2.68	-0.63	2.81	1.34	1.97		
NaCl	1.43	-0.31	1.25	0.72	1.03		
CaF ₂	1.87	-0.34	1.57	0.82	1.25		

Это условие выполняется для всех кристаллов с отрицательной анизотропией модулей упругости второго порядка, поскольку для них параметр $k - 1 < 0$, и все слагаемые, входящие в (19), положительны. Фактически это связано с тем, что для этих кристаллов в направлениях типа [001] фазовая скорость минимальна, и закон сохранения энергии запрещает процессы типа (11).

Для кубических кристаллов с положительной анизотропией модулей упругости второго порядка ситуация не столь однозначна: возможны как процессы рассеяния (1), так и процессы типа (11). Рассмотрим два случая, когда волновые вектора фононов лежат в плоскостях граней куба ($\varphi_1 = 0$) или в диагональных плоскостях ($\varphi_1 = \pi/4$). Из условия (19) следует, что для быстрых мод t_1 с волновыми векторами, лежащими в плоскостях граней куба, $B_{t_1}(0) = 0.5$, поэтому возможны только процессы рассеяния (1). В противоположность этому для медленных квазипоперечных мод t_2 возможны процессы типа (11), если параметры кубической анизотропии удовлетворяют неравенству

$$B_{t_2}^{(1)} = B_{t_2}(0) = -a(k^2 - 1) + 0.5 < 0. \quad (20)$$

Как следует из (17), для волновых векторов, лежащих в диагональных плоскостях ($\varphi_1 = \pi/4$), процессы рассеяния (11) имеют место при выполнении неравенства

$$B_{t_1}^{(2)} = B_{t_1}(\pi/4) = -0.5a(k - 1) + 0.5 < 0,$$

$$B_{t_2}^{(2)} = B_{t_2}(\pi/4) = -0.5a(k - 1)(2k + 1) + 0.5 < 0. \quad (20a)$$

Как показал проведенный анализ, для всех рассмотренных кристаллов первой группы параметр $B_{t_1}(\pi/4)$ положителен; следовательно, для мод t_1 с волновыми векторами, лежащими в диагональных плоскостях, возможны только процессы типа (1) (табл. 1). При выполнении неравенств (20) или (20a) в области углов $0 < \theta_1 < \theta_{\max}$ релаксация медленных квазипоперечных мод t_2 в механизме Херринга происходит через процессы типа (11), а в области углов $\theta_{\max} < \theta_1 < \pi$ — через

процессы типа (1). Значения параметров $B_{t_2}^{(1)}$, $B_{t_1}^{(2)}$ и $B_{t_2}^{(2)}$, а также углов $\theta_{\max 1}$ и $\theta_{\max 2}$ в градусах приведены в табл. 1. Для кристаллов с относительно небольшой анизотропией гармонической энергии (например, для алмаза) неравенства (20) не выполняются, и релаксация фононов в механизме Херринга происходит только через процессы типа (1) (табл. 1). Однако для кристаллов с большей анизотропией гармонической энергии (Ge, Si, InSb, LiF и MgO) параметры $B_{t_2}^{(1)}$ и $B_{t_2}^{(2)}$ имеют отрицательный знак (табл. 1). Поэтому для медленных квазипоперечных мод t_2 с волновыми векторами, лежащими как в плоскостях граней куба, так и в диагональных плоскостях, имеются области углов, в которых релаксация фононов в механизме Херринга происходит через процессы типа (11). Таким образом, релаксация поперечных фононов в ангармонических процессах рассеяния Херринга качественно различается для кубических кристаллов первой и второй групп. Проведенный выше анализ показал, что классификация кубических кристаллов, предложенная в работе [18], на основе исследования динамических характеристик упругих волн в кубических кристаллах оказывается весьма полезной при изучении релаксации фононов в ангармонических процессах рассеяния.

В длинноволновом пределе ($\hbar\omega_{q_1}^t \ll k_B T$) ($q_1 \ll q_2, q_3$) при температурах, гораздо меньших температуры Дебая, интеграл по z_2 в выражении (3) точно вычисляется, интеграл по θ_2 снимается при помощи δ -функций (16) или (18). Тогда для вклада от точки вырождения [001] в скорость релаксации поперечных фононов в механизме Херринга получим

$$v_H^\lambda(z_1, T, \theta_1, \varphi_1) = B_H^\lambda(\theta_1, \varphi_1)(z_1^\lambda)^2 T^5,$$

$$B_H^\lambda(\theta_1, \varphi_1) = B_{0H}^\lambda(\theta_1, \varphi_1) J_H^\lambda(\theta_1, \varphi_1), \quad (21)$$

$$B_{0H}^\lambda(\theta_1, \varphi_1) = \frac{k_B^5 J_z}{16\pi\hbar^4 \rho^3 a |k^2 - 1| (S_\lambda(\theta_1, \varphi_1))^2 (S'_{100})^7},$$

$$J_z = \int_0^\infty dz_2 \frac{(z_2)^3}{\text{sh}^2(z_2/2)} \cong 4 \cdot 7.21,$$

$$J_H^\lambda(\theta_1, \varphi_1) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_2$$

$$\times \frac{I_H^{\lambda t_2 t_1}(\theta_1, \varphi_1, \theta_2 = 0, \varphi_2) + I_H^{\lambda t_1 t_2}(\theta_1, \varphi_1, \theta_2 = 0, \varphi_2)}{\Phi(\varphi_2)}. \quad (22)$$

Для расчета скоростей релаксации фононов $v_H^\lambda(z_1, T, \theta_1, \varphi_1)$ осталось определить матричные элементы, входящие в выражение (22). Для этого в точном выражении для матричного элемента трехфононных процессов рассеяния [12,19] учтем только члены,

линейные по продольным компонентам квазипоперечных колебаний, а слагаемыми, пропорциональными квадратичным комбинациям величин $(\mathbf{e}_1\mathbf{n}_1)$, $(\mathbf{e}_2\mathbf{n}_2)$, $(\mathbf{e}_3\mathbf{n}_3)$, пренебрежем. Погрешность этого приближения составляет порядка 1% для кристаллов Ge, InSb и GaAs и менее 1% для Si и алмаза. Тогда в длинноволновом приближении для квадрата матричного элемента в механизме Херринга найдем

$$\begin{aligned}
I_{\text{TTT}}^{\lambda t_2 t_1}(\theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2) = & \frac{1}{4} \left\{ \tilde{c}_{111} \sum_i e_{1i} e_{2i} e_{3i} n_{1i} n_{2i}^2 \right. \\
& + \tilde{c}_{112} \sum_i [e_{1i} e_{2i} n_{1i} n_{2i} (\mathbf{e}_3 \mathbf{n}_3) + e_{1i} e_{3i} n_{1i} n_{2i} (\mathbf{e}_2 \mathbf{n}_2) \\
& + e_{2i} e_{3i} n_{2i}^2 (\mathbf{e}_1 \mathbf{n}_1)] + \tilde{c}_{155} \sum_i [e_{1i} e_{2i} e_{3i} (n_{1i} + 2 \cos \theta_{12} n_{2i})] \\
& + e_{1i} e_{2i} n_{2i} [n_{1i} (\mathbf{e}_3 \mathbf{n}_2) + n_{2i} (\mathbf{e}_3 \mathbf{n}_1)] + e_{1i} e_{3i} n_{2i} [n_{1i} (\mathbf{e}_2 \mathbf{n}_2) \\
& + n_{2i} (\mathbf{e}_2 \mathbf{n}_1)] + e_{2i} e_{3i} n_{1i} 2 n_{2i} (\mathbf{e}_1 \mathbf{n}_2) + (\tilde{c}_{155} - \Delta C) \\
& \times \sum_i n_{1i} n_{2i}^2 [e_{1i} (\mathbf{e}_2 \mathbf{e}_3) + e_{2i} (\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_3) + e_{3i} (\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2)] \\
& + (c_{144} + c_{456}) [(\mathbf{e}_2 \mathbf{n}_2)(\mathbf{e}_3 \mathbf{n}_1)(\mathbf{e}_1 \mathbf{n}_3) + (\mathbf{e}_3 \mathbf{n}_3)(\mathbf{e}_1 \mathbf{n}_2)(\mathbf{e}_2 \mathbf{n}_1)] \\
& \times (c_{12} + c_{144}) [(\mathbf{e}_2 \mathbf{e}_3)(\mathbf{e}_1 \mathbf{n}_1) + (\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_3)(\mathbf{e}_2 \mathbf{n}_2) \cos \theta_{12} \\
& + (\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2)(\mathbf{e}_3 \mathbf{n}_3) \cos \theta_{12}] + (c_{44} + c_{456}) [(\mathbf{e}_2 \mathbf{e}_3)(\mathbf{e}_1 \mathbf{n}_2) \\
& \times 2 \cos \theta_{12} + (\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2) [(\mathbf{e}_3 \mathbf{n}_1) + (\mathbf{e}_3 \mathbf{n}_2) \cos \theta_{12}] \\
& \left. + (\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_3) ((\mathbf{e}_2 \mathbf{n}_1) + (\mathbf{e}_2 \mathbf{n}_2) \cos \theta_{12}) \right\}^2, \quad (23)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\tilde{c}_{112} = c_{112} - c_{123} - 2c_{144}, \quad \tilde{c}_{155} = c_{155} - c_{144} - 2c_{456}, \\
\tilde{c}_{111} = c_{111} - 3c_{112} + 2c_{123} + 12c_{144} - 12c_{155} + 16c_{456}, \\
\Delta C = c_{12} + 2c_{44} - c_{11}. \quad (24)
\end{aligned}$$

Здесь c_{ijk} — термодинамические модули упругости третьего порядка, $\mathbf{e}_{1,2,3}$ — векторы поляризации. Отметим, что слагаемые, содержащие модули упругости третьего порядка \tilde{c}_{111} , \tilde{c}_{112} , \tilde{c}_{155} и ΔC , соответствуют анизотропному рассеянию. Эти слагаемые отличают кубические кристаллы от изотропной среды: они обращаются в нуль при переходе к модели изотропной среды. Остальные слагаемые в формуле (16) соответствуют изотропному рассеянию. В частном случае направлений, близких к $[001]$, выражение для квадрата матричного элемента значительно упрощается

$$\begin{aligned}
I_H^{\lambda t_2 t_1}(\theta_1, \varphi_1, \theta_2 = 0, \varphi_2) = & \frac{1}{4} \left\{ \tilde{c}_{155} \sum_i e_{1i} e_{2i} e_{3i} n_{1i} \right. \\
& \left. + (c_{44} + c_{456}) [(\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2)(\mathbf{e}_3 \mathbf{n}_1) + (\mathbf{e}_1 \mathbf{e}_3)(\mathbf{e}_2 \mathbf{n}_1)] \right\}^2 \quad (25)
\end{aligned}$$

Подставив в (18) выражение (8) для векторов поляризации \mathbf{e}_2 и \mathbf{e}_3 , для процессов типа (1) получим

$$\begin{aligned}
I_{H[001]}^{\lambda t_2 t_1}(\theta_1, \varphi_1, \theta_2 = 0, \varphi_2) = & \{M_1(e_{1x} n_{1x} - e_{1y} n_{1y}) \\
& + M_2(e_{1y} n_{1x} + e_{1x} n_{1y})\}^2, \quad (26) \\
M_1 = & \frac{b}{2(1+b^2)} [\tilde{c}_{155} + 2(c_{44} + c_{456})], \\
M_2 = & \frac{(1-b^2)}{2(1+b^2)} (c_{44} + c_{456}).
\end{aligned}$$

Прямой расчет с использованием выражений (8) показал, что матричные элементы $I_{H[001]}^{\lambda t_1 t_2}$ для процессов типа (11) и $I_{H[001]}^{\lambda t_2 t_1}$ для процессов типа (1) тождественно совпадают. Заметим, что равенство матричных элементов непосредственно следует из выражения (25), поскольку оно инвариантно относительно замены $\mathbf{e}_2 \leftrightarrow \mathbf{e}_3$. Это обстоятельство существенно упрощает дальнейшие расчеты коэффициентов поглощения ультразвука. Учет вклада от точки вырождения $[00\bar{1}]$ ($\theta_2 = \pi$) приводит к следующему выражению для квадрата матричного элемента:

$$\begin{aligned}
I_{H(1)}^{\lambda t_2 t_1}(\theta_1, \varphi_1, \varphi_2) = & 2\{M_1^2(e_{1x} n_{1x} - e_{1y} n_{1y})^2 \\
& + M_2^2(e_{1y} n_{1x} + e_{1x} n_{1y})^2\}. \quad (27)
\end{aligned}$$

Для учета вкладов от точек вырождения вдоль осей X и Y (направления $[100]$, $[\bar{1}00]$ и $[010]$, $[0\bar{1}0]$) достаточно совершить поворот системы координат на угол $\pi/2$ или вокруг оси X , или вокруг оси Y , сохраняя при этом правую систему координат. Тогда в результате суммирования по всем точкам вырождения получим

$$\begin{aligned}
I_{H \text{ total}}^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1, \varphi_2) = & 2M_1^2 [(e_{1x} n_{1x} - e_{1y} n_{1y})^2 \\
& + (e_{1y} n_{1y} - e_{1z} n_{1z})^2 + (e_{1x} n_{1x} - e_{1z} n_{1z})^2] \\
& + 2M_2^2 [(e_{1y} n_{1x} + e_{1x} n_{1y})^2 \\
& + (e_{1y} n_{1z} + e_{1z} n_{1y})^2 + (e_{1x} n_{1z} + e_{1z} n_{1x})^2]. \quad (28)
\end{aligned}$$

Для удобства дальнейшего анализа поперечные моды ультразвуковой волны будем определять в соответствии с их векторами поляризации [18]. Для волновых векторов, лежащих в плоскости грани куба, проблем с таким переопределением не возникает: чистая мода λ_1 с вектором поляризации, перпендикулярным рассматриваемой грани куба, является быстрой ($\lambda_1 = t_1$) для кубических кристаллов с положительной анизотропией второго порядка ($\Delta C > 0$) и медленной ($\lambda_1 = t_2$) для кристаллов с отрицательной анизотропией ($\Delta C < 0$). Квазипоперечная мода λ_2 с вектором поляризации, лежащим в плоскости грани куба, является медленной модой ($\lambda_2 = t_2$) для кристаллов первого типа и быстрой ($\lambda_2 = t_1$) для кубических кристаллов второго типа. Ситуация качественно меняется для ультразвуковых волн с

волновыми векторами, лежащими в диагональной плоскости [18]. Для кристаллов первого типа чистая мода λ_1 с вектором поляризации, перпендикулярным диагональной плоскости, является быстрой модой ($\lambda_1 = t_1$) в области углов $0 < \theta < \theta_{111}$ и $\pi - \theta_{111} < \theta < \pi$ (θ_{111} — угол между осью Z и направлением [111]), а в области углов $\theta_{111} < \theta < \pi - \theta_{111}$ она является медленной модой ($\lambda_1 = t_2$). Квазиперечная мода λ_2 с вектором поляризации, лежащим в диагональной плоскости, является медленной модой ($\lambda_2 = t_2$) в области углов $0 < \theta < \theta_{111}$ и $\pi - \theta_{111} < \theta < \pi$ и быстрой модой ($\lambda_2 = t_1$) в области углов $\theta_{111} < \theta < \pi - \theta_{111}$ для кубических кристаллов первого типа (и быстрой для кристаллов второго типа). Для кристаллов второго типа приведенные выше области углов θ_1 меняются местами (см. подробнее [18]).

Наиболее простым для анализа является случай чистой моды (λ_1) для волновых векторов, лежащих в плоскости грани куба ($\varphi_1 = 0$). Эта мода является быстрой для кубических кристаллов первого типа (t_1) и медленной (t_2) для кристаллов второго типа. Вектор поляризации для нее перпендикулярен рассматриваемой грани куба, так, например, для плоскости XZ имеем $\mathbf{e}_1 = (0, 1, 0)$, $\mathbf{n} = (\sin(\theta), 0, \cos(\theta))$, а величины $e_{1i}n_{1i} = 0$ для всех i . Квадрат матричного элемента для этой моды изотропен

$$I_{H\text{ total}}^{\lambda_1}(\theta_1, \varphi_1 = 0, \varphi_2) = 2M_2^2. \quad (29)$$

Для квазиперечной моды (λ_2) с вектором поляризации, расположенным в плоскости грани куба, в направлениях типа [001] полный матричный элемент совпадает с выражением для моды λ_1

$$I_{H\text{ total}}^{\lambda_2[001]}(\theta_1 = 0, \varphi_1 = 0, \varphi_2) = I_{H\text{ total}}^{\lambda_1}(\theta_1 = 0, \varphi_1 = 0, \varphi_2) = 2M_2^2. \quad (30)$$

В направлениях [101] для моды (λ_2) в кристаллах первого и второго типа он имеет вид

$$I_{H\text{ total}}^{\lambda_2[101]}(\theta_1 = \pi/4, \varphi_1 = 0, \varphi_2) = 3M_1^2. \quad (31)$$

В случае волновых векторов фононов, лежащих в диагональной плоскости, для направлений типа [111] и [110] нетрудно получить следующие соотношения:

$$\begin{aligned} I_{H\text{ total}}^{\lambda_2[111]}(\theta_1 = \theta_{111}, \varphi_1 = \pi/4, \varphi_2) \\ = I_{H\text{ total}}^{\lambda_1[111]}(\theta_1 = \theta_{111}, \varphi_1 = \pi/4, \varphi_2) = 2M_1^2 + \frac{2}{3}M_2^2, \\ I_{H\text{ total}}^{\lambda_1[110]}(\theta_1 = \pi/2, \varphi_1 = \pi/4, \varphi_2) \\ = I_{H\text{ total}}^{\lambda_2[101]}(\theta_1 = \pi/4, \varphi_1 = 0, \varphi_2) = 3M_1^2. \end{aligned} \quad (32)$$

Как видно из (32) квадрат полного матричного элемента для моды λ_1 в направлении [110] совпадает с его значением для моды λ_2 в направлении [101]. Итак, полученные соотношения (29)–(32) показывают, что квадрат матричного элемента (28) удовлетворяет всем соотношениям симметрии кубических кристаллов.

3. Коэффициенты поглощения квазиперечного ультразвука в кубических кристаллах в механизме Херринга. Результаты численного анализа

Коэффициент поглощения ультразвуковых волн $\alpha_{\lambda(\mathbf{q})}$ с волновым вектором \mathbf{q} и поляризацией λ при выполнении неравенства $\omega_{\mathbf{q}}^{\lambda} \tau^{\lambda}(\mathbf{q}, T) \gg 1$, ($\tau^{\lambda}(\mathbf{q}, T) = 1/v^{\lambda}(\mathbf{q}, T)$) пропорционален полной скорости релаксации фононов данной поляризации $v^{\lambda}(\mathbf{q}, T)$ (см., например, [2,4])

$$\alpha_{\lambda}(\mathbf{q}, T) = \frac{4.34v^{\lambda}(\mathbf{q}, T)}{S_{\lambda}(\mathbf{q})} \text{ (dB/cm)}. \quad (33)$$

Из (33), (21), (22) и (28) следуют выражения для коэффициента поглощения ультразвука в механизме Херринга

$$\begin{aligned} \alpha_H^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1, z_1, T) &= A_H^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1)(z_1^{\lambda})^2 T^5 \text{ (dB/cm)}, \\ A_H^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1) &= A_{0H}^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1) J_H^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1) \text{ (dB/cm} \cdot \text{K}^5), \\ A_{0H}^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1) &= \frac{4.34B_{0H}^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1)}{S_{\lambda}(\theta_1, \varphi_1)} \\ &= \frac{4.34 \cdot 7.21k_B^5}{4\pi\hbar^4\rho^3a|k^2 - 1|(S_{\lambda}(\theta_1, \varphi_1))^3(S_{100}^t)^7}. \end{aligned} \quad (34)$$

Здесь

$$\begin{aligned} J_H^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1) &= J_1(k)C_1^2En_1^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1) + J_2(k)C_2^2En_2^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1), \\ C_1 &= \tilde{c}_{155} + 2(c_{44} + c_{456}), \quad C_2 = c_{44} + c_{456}. \end{aligned} \quad (35)$$

Интегралы $J_1(k)$ и $J_2(k)$ зависят только от параметра k , который характеризует упругую анизотропию кубических кристаллов

$$\begin{aligned} J_1^{\lambda}(k) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_2 \frac{b^2}{(1+b^2)^2} \frac{1}{\Phi(\varphi_2)}, \\ J_2^{\lambda}(k) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_2 \frac{(1-b^2)^2}{(1+b^2)^2} \frac{1}{\Phi(\varphi_2)}. \end{aligned} \quad (36)$$

Интеграл $J_2^{\lambda}(k)$ для рассмотренных кристаллов оказывается почти на порядок величины больше, чем интеграл $J_1^{\lambda}(k)$. Функции $En_1^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1)$ и $En_2^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1)$ определяют угловую зависимость коэффициента поглощения ультразвука, обусловленную матричным элементом трехфононных процессов рассеяния

$$\begin{aligned} En_1^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1) &= (e_{1x}n_{1x} - e_{1y}n_{1y})^2 \\ &\quad + (e_{1y}n_{1y} - e_{1z}n_{1z})^2 + (e_{1x}n_{1x} - e_{1z}n_{1z})^2, \\ En_2^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1) &= (e_{1y}n_{1x} - e_{1x}n_{1y})^2 \\ &\quad + (e_{1y}n_{1z} - e_{1z}n_{1y})^2 + (e_{1x}n_{1z} - e_{1z}n_{1x})^2. \end{aligned} \quad (37)$$

Формулы (4)–(8) и (34)–(37) позволяют рассчитать коэффициент $A_H^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1)$, который характеризует зависи-

Таблица 2. Значения параметров, определяющих вид зависимости поглощения квазипоперечного ультразвука для механизма релаксации Херринга

Кристалл	k	$C_1, 10^{12}$ dyn/cm ²	$C_2, 10^{12}$ dyn/cm ²	$\frac{J_1}{J_2} \left(\frac{C_1}{C_2}\right)^2$	$R_1^\lambda(0, 0)$
Ge	1.87	-1.348	0.141	18.46	6.27
Si	1.67	-1.628	0.156	21.6	9.3
Алмаз	1.4	-10.3	-2.47	3.33	10.95
InSb	1.81	-0.95	0.3	2.01	9.75
MgO	1.7	-4.76	2.95	0.517	7.35
LiF	2.04	-0.624	1.568	0.032	4.8
KCl	0.371	-0.247	0.181	0.25	83.3
NaCl	0.693	-0.616	0.397	0.39	57.5
CaF ₂	0.66	-0.206	-0.401	0.042	84

мость поглощения ультразвука от направления волнового вектора звуковой волны для механизма Херринга. Соответствующие зависимости рассчитаны для двух наиболее актуальных случаев, когда волновые векторы ультразвуковых волн лежат в плоскости граней куба или в диагональных плоскостях. В расчетах использованы экспериментально определенные значения термодинамических модулей упругости второго c_{ik} и третьего c_{ijk} порядков, взятые из работ [2,20] (табл. 2).

Сравним вклады в коэффициенты поглощения квазипоперечного ультразвука от механизма Херринга и механизма Ландау–Румера

$$\alpha_{\text{TLL}}^\lambda(\theta_1, \varphi_1, z_1, T) = A_{\text{TLL}}^\lambda(\theta_1, \varphi_1) z_1 T^5 \text{ (dB/cm)},$$

$$A_{\text{TLL}}^\lambda(\theta_1, \varphi_1) = A_{0\text{TLL}} J_{\text{TLL}}^\lambda(\theta_1, \varphi_1) \text{ (dB/cm} \cdot \text{K}^5\text{)}, \quad (38)$$

$$A_{0\text{TLL}}^\lambda = \frac{4.34\pi^3 k_B^5}{15\hbar^4 \rho^3 (S_\lambda(\theta_1, \varphi_1))^2 \langle S_L \rangle^8}.$$

Интеграл $J_{\text{TLL}}^\lambda(\theta_1, \varphi_1)$ определен в [11]. Отношение коэффициентов поглощения квазипоперечного ультразвука в механизме Херринга и механизме Ландау–Румера пропорционален малому параметру z_1

$$\frac{\alpha_H^\lambda(\theta_1, \varphi_1, z_1, T)}{\alpha_{\text{TLL}}^\lambda(\theta_1, \varphi_1, z_1, T)} = R^\lambda(\theta_1, \varphi_1) z_1^\lambda,$$

$$R^\lambda(\theta_1, \varphi_1) = \frac{A_H^\lambda(\theta_1, \varphi_1)}{A_{\text{TLL}}^\lambda(\theta_1, \varphi_1)} = \frac{A_{0H}^\lambda(\theta_1, \varphi_1)}{A_{0\text{TLL}}^\lambda(\theta_1, \varphi_1)} \frac{J_H^\lambda(\theta_1, \varphi_1)}{J_{\text{TLL}}^\lambda(\theta_1, \varphi_1)}. \quad (39)$$

Поэтому механизм Херринга будет давать заметный вклад в поглощение ультразвука, если коэффициент $R^\lambda(\theta_1, \varphi_1)$ будет существенно превышать единицу. Нетрудно оценить первое отношение в (39) для направления [001]

$$R_1^\lambda(0, 0) = \frac{A_{0H}^\lambda(0, 0)}{A_{0\text{TLL}}^\lambda(0, 0)} = \frac{15 \cdot 7.21 \langle S_L \rangle^8}{4\pi^4 a |k^2 - 1| (S_{100}^i)^8} \approx 0.28 \frac{1}{|k^2 - 1| a} \left(\frac{c_{11}}{c_{44}}\right)^4. \quad (40)$$

Анализируя результаты расчета, прежде всего отметим характерные моменты, которые определяют эффективность механизма релаксации Херринга по сравнению с механизмом Ландау–Румера для исследованных кристаллов.

Во-первых, отношение величин $A_{0H}^\lambda(0, 0)$ и $A_{0\text{TLL}}^\lambda(0, 0)$, как видно из (40) пропорционально отношению $(c_{11}/c_{44})^4$, которое гораздо больше единицы. Это отношение для кристаллов первой группы Ge, Si, алмаза и InSb равно 26, 32, 16 и 48 соответственно, а для ионных кристаллов KCl, NaCl и CaF₂ оно составляет 715, 154 и 504 соответственно. Столь значительные величины отношения $(c_{11}/c_{44})^4$ для кристаллов KCl, NaCl и CaF₂ связаны с аномально малыми значениями модулей упругости второго порядка, определяющих скорости распространения поперечных фононов (см. [11], табл. 1). Однако наличие малого численного множителя в (40) приводит к тому, что коэффициент $R_1^\lambda(0, 0)$ для кристаллов Ge, Si, алмаза и InSb не превышает 10, тогда как для кристаллов KCl, NaCl и CaF₂ он составляет порядка 10^2 (табл. 2).

Во-вторых, для чистых мод λ_1 с волновыми векторами, лежащими в плоскостях граней куба, и векторами поляризации, перпендикулярными рассматриваемым граням куба, коэффициенты поглощения являются изотропными: $A_H^{\lambda_1}(\theta_1, \varphi_1) = \text{const}$ для всех кристаллов (рис. 1 и 2). Для кубических кристаллов с положительной анизотропией второго порядка Ge, Si, алмаза и InSb чистая мода λ_1 является быстрой ($\lambda_1 = t_1$), и коэффициенты $A_H^{\lambda_1}(\theta_1, \varphi_1)$ соответствуют минимальным значениям поглощения. Напротив, для кубических кристаллов с отрицательной анизотропией второго порядка KCl и NaCl чистая мода λ_1 является медленной ($\lambda_1 = t_2$), и коэффициенты $A_H^{\lambda_1}(\theta_1, \varphi_1)$ определяют максимальные значения поглощения (табл. 3).

В-третьих, угловые зависимости коэффициентов поглощения квазипоперечных мод в кубических кристаллах для механизмов релаксации Херринга и Ландау–Румера качественно различаются (рис. 1 и 2). Максимумам коэффициентов поглощения для механизма Херринга $A_H^\lambda(\theta_1, \varphi_1)$ соответствуют минимумы коэффициентов $A_{\text{TLL}}^\lambda(\theta_1, \varphi_1)$ для механизма Ландау–Румера. Так, например, для квазипоперечной моды λ_2 коэффициент поглощения $A_H^{\lambda_2}(\theta_1, 0)$ достигает максимумов в кристаллах первого типа Ge, Si, алмаза и InSb в направлениях [101], а минимумов — в направлениях [001] (рис. 1). Отношение величин $A_H^{\lambda_2}(\pi/4, 0)$ и $A_H^{\lambda_2}(0, 0)$ составляет 21, 26, 4.5 и 2.2 для Ge, Si, алмаза и InSb соответственно (табл. 3). В противоположность этому для механизма релаксации Ландау–Румера максимальные значения коэффициентов поглощения $A_{\text{TLL}}^{\lambda_2}(\theta_1, 0)$ достигаются в кристаллографических направлениях [001] (Ge, Si и алмаз) или в направлениях, близких к [001], (InSb), а минимальные значения — в направлениях [101]. В кубических кристаллах с отрицательной анизотропией упругих модулей второго порядка KCl и NaCl для механизма Херринга

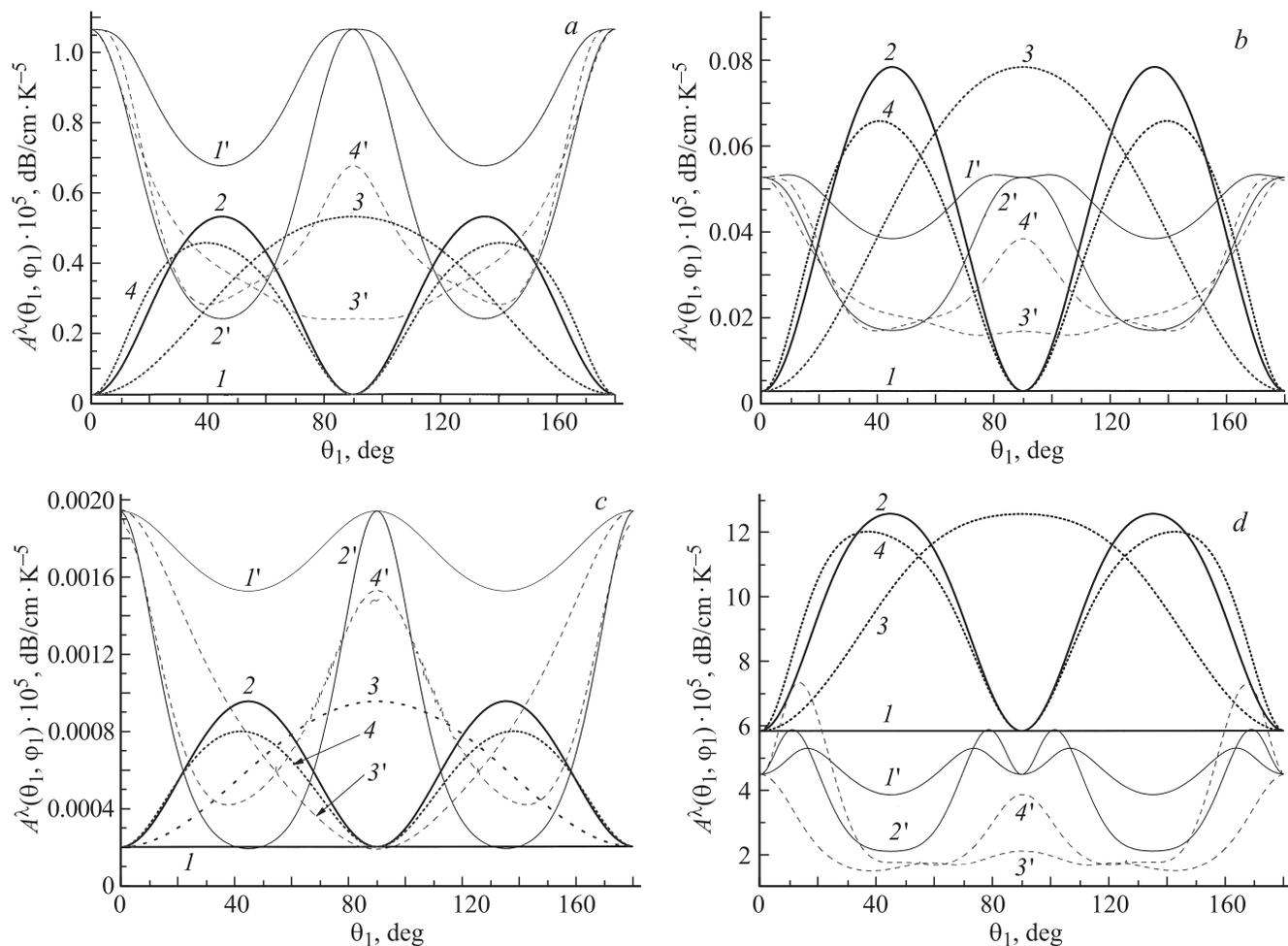


Рис. 1. Угловые зависимости коэффициентов поглощения квазиперечного ультразвука в кристаллах Ge (a), Si (b), алмаза (c) и InSb (d) для волновых векторов, лежащих в плоскостях граней куба (1, 1', 2, 2') и диагональных плоскостях (3, 3', 4, 4'). 1–4 — механизм Херринга, 1'–4' — механизм Ландау–Румера; 1, 1', 3, 3' — для чистых мод λ_1 , 2, 2', 4, 4' — для квазиперечных мод.

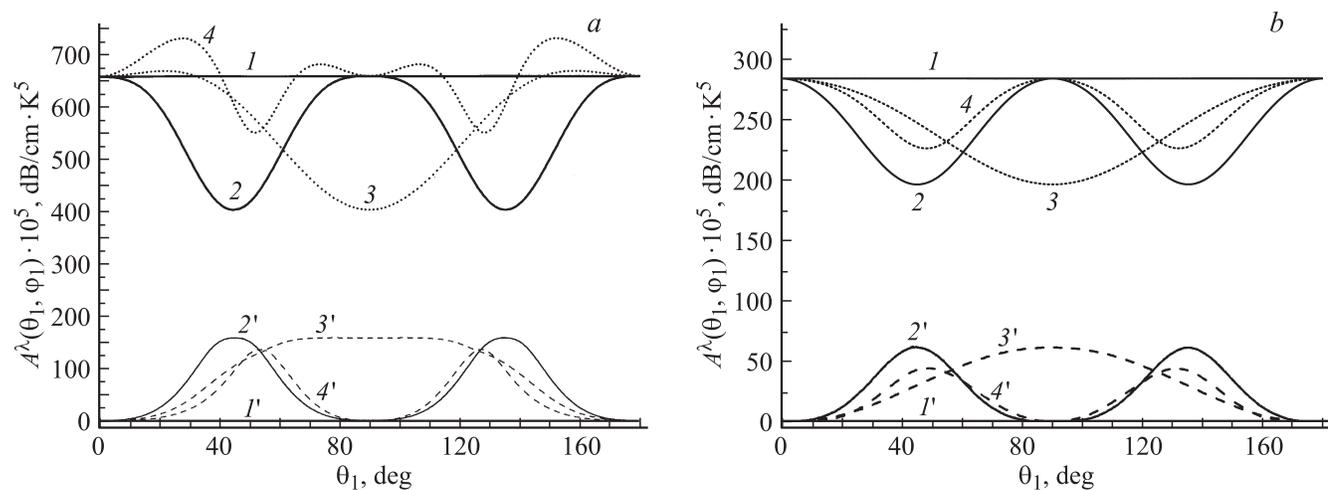


Рис. 2. Угловые зависимости коэффициентов поглощения квазиперечного ультразвука в кристаллах KCl (a) и NaCl (b) для волновых векторов, лежащих в плоскостях граней куба (1, 1', 2, 2') и диагональных плоскостях (3, 3', 4, 4'). 1–4 — механизм Херринга, 1'–4' — механизм Ландау–Румера; 1, 1', 3, 3' — для чистых мод λ_1 , 2, 2', 4, 4' — для квазиперечных мод λ_2 .

Таблица 3. Значения параметров, определяющих величины коэффициентов поглощения поперечного ультразвука в механизме Херринга

Кристалл	$A_{0H}^{\lambda}(0, 0) \cdot 10^5$, dB · K ⁻⁵ · cm ³ /dyn ²	$A_H(\theta_1, \varphi_1) \cdot 10^5$, dB/cm · K ⁵				$\frac{A_H^{\lambda_2}(0, 0)}{A_H^{\lambda_2}(\pi/4, 0)}$
		[001]	[101] λ_1	[101] λ_2	[111]	
Ge	1.5	0.025	0.025	0.53	0.4	0.047
Si	0.24	0.003	0.003	0.079	0.058	0.038
Алмаз	$1.39 \cdot 10^{-4}$	$2.09 \cdot 10^{-4}$	$2.09 \cdot 10^{-4}$	$9.56 \cdot 10^{-4}$	$7.26 \cdot 10^{-4}$	0.22
InSb	50.7	5.83	5.83	12.6	11.2	0.46
MgO	$3.1 \cdot 10^{-2}$	0.176	0.176	0.079	0.093	2.23
LiF	0.61	1.29	1.29	0.032	0.27	40.3
KCl	$7.35 \cdot 10^3$	660	660	408	563	1.62
NaCl	$1.11 \cdot 10^3$	284	284	199	233	1.43
CaF ₂	14.5	3.15	3.15	0.23	1.27	13.7

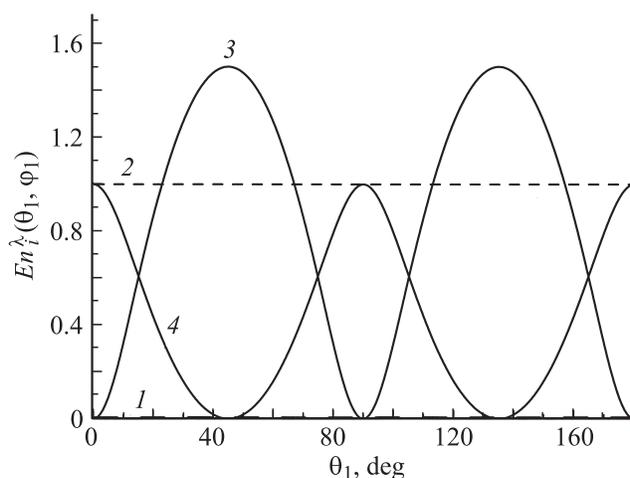
Таблица 4. Значения параметров, определяющих величины коэффициентов поглощения поперечного ультразвука в механизме Ландау–Румера

Кристалл	$A_{0TLL}^{\lambda}(0, 0) \cdot 10^5$, dB · K ⁻⁵ · cm ³ /dyn ²	$A_{TLL}(\theta_1, \varphi_1) \cdot 10^5$, dB/cm · K ⁵				$\frac{A_{TLL}^{\lambda_2}(0, 0)}{A_{TLL}^{\lambda_2}(\pi/4, 0)}$
		[001]	[101] λ_1	[101] λ_2	[111]	
Ge	0.29	1.06	0.68	0.24	0.34	4.42
Si	0.019	0.05	0.039	0.017	0.02	2.94
Алмаз	$4.4 \cdot 10^{-6}$	0.0019	0.0015	$2 \cdot 10^{-4}$	$5.8 \cdot 10^{-4}$	9.5
InSb	9.91	4.49	4.02	2.12	1.71	2.12
MgO	$2.77 \cdot 10^{-3}$	0.038	0.02	0.29	0.16	0.13
LiF	$8.51 \cdot 10^{-2}$	0.305	0.16	0.63	0.37	0.48
KCl	210	1.45	0.69	159	135	$9.1 \cdot 10^{-3}$
NaCl	34.7	1.67	2.34	62.2	42	0.027
CaF ₂	$8.37 \cdot 10^{-2}$	0.33	0.31	0.11	0.2	3

максимумы коэффициентов $A_H^{\lambda_2}(\theta_1, 0)$ реализуются в направлениях [001], а минимумы — в направлениях [101] (рис. 2). Для механизма Ландау–Румера ситуация противоположная: максимумы коэффициентов $A_{TLL}^{\lambda_2}(\theta_1, 0)$ достигаются в направлениях [101], а минимумы — в направлениях [001]. Анизотропия коэффициентов поглощения для механизма релаксации Херринга в этих кристаллах оказывается значительно меньше, чем для механизма Ландау–Румера. Отношение величин $A_H^{\lambda_2}(0, 0)$ и $A_H^{\lambda_2}(\pi/4, 0)$ составляет 1.6 и 1.4, тогда как для механизма Ландау–Румера отношение $A_{TLL}^{\lambda_2}(0, 0)$ и $A_{TLL}^{\lambda_2}(\pi/4, 0)$ равно 0.004 и 0.027 для KCl и NaCl соответственно (табл. 3 и 4). Таким образом, угловые зависимости коэффициентов поглощения для механизмов релаксации Херринга и Ландау–Румера имеют обратный характер.

Как видно из сравнения рис. 1 и 2, угловые зависимости коэффициентов поглощения $A_H^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1)$ для механизма Херринга в кубических кристаллах первого (Ge, Si, алмаз и InSb) и второго (KCl и NaCl) типов имеют обратный характер. Максимумам коэффициентов поглощения для Ge, Si, алмаза и InSb соответствуют минимумы коэффициентов для KCl и NaCl. Однако такое различие не является общей закономерностью. Дело в том, что угловые зависимости коэффициентов поглощения

$A_H^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1)$ определяются главным образом величиной $J_H^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1)$, в которую входят две функции $En_1^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1)$ и $E_2^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1)$, осциллирующие в противофазе (рис. 3). Так, например, для квазипоперечной моды λ_2 в кубических

**Рис. 3.** Угловые зависимости функции $En_1^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1)$ (1, 3) и $En_2^{\lambda}(\theta_1, \varphi_1)$ (2, 4) для волновых векторов, лежащих в плоскостях граней куба. 1, 2 — для чистых мод λ_1 , 3, 4 — для квазипоперечных мод λ_2 .

кристаллах и первого и второго типа функция $E_1^{\lambda_2}(\theta_1, 0)$ достигает максимумов при углах $\theta_1 = \pi/4(n + 1)$, а в минимумах при $\theta_1 = \pi/2n$ она обращается в нуль. В противоположность этому функция $En_2^{\lambda_2}(\theta_1, 0)$ достигает максимумов при углах $\theta_1 = \pi/2n$, а в минимумах при $\theta_1 = \pi/4(n + 1)$ она обращается в нуль. В кристаллах Ge, Si, алмаза и InSb отношение $J_1(k)C_1^2/J_2(k)C_2^2 > 1$ (табл. 2), поэтому максимальные значения коэффициентов поглощения $A_H^{\lambda_2}(\theta_1, 0)$ определяются функцией $En_1^{\lambda_2}(\theta_1, 0)$ и достигаются в направлениях типа [101] (см. формулу (35)). В направлениях типа [001] функция $En_1^{\lambda_2}(\theta_1, 0) = 0$, и минимальные значения $A_H^{\lambda_2}(\theta_1, 0)$ в кристаллах Ge, Si, алмаза и InSb определяются вторым слагаемым в выражении (35) для функции $J_H^{\lambda_2}(\theta_1, \varphi_1)$. В ионных кристаллах KCl и NaCl ситуация обратная: отношение $J_1(k)C_1^2/J_2(k)C_2^2 \ll 1$ (табл. 2), поэтому максимальные значения коэффициентов $A_H^{\lambda_2}(\theta_1, 0)$ определяются функцией $En_2^{\lambda_2}(\theta_1, 0)$ и достигаются в направлениях типа [001]. В направлениях типа [101] функция $En_2^{\lambda_2}(\pi/4, 0) = 0$, и минимальные значения $A_H^{\lambda_2}(\pi/4, 0)$ в кристаллах KCl и NaCl определяются первым слагаемым в выражении (35).

Общие закономерности, отмеченные выше, для угловых зависимостей коэффициентов поглощения квазипоперечных мод в кубических кристаллах первого (Ge, Si, алмаза и InSb) и второго (KCl и NaCl) типов нарушаются для ионных кристаллов LiF, MgO и CaF₂. Дело в том, что ионные кристаллы LiF и MgO относятся к первой группе кубических кристаллов, для них параметры k равны 2.07 и 1.7, что мало отличается от значений параметров k для кристаллов Ge и Si (табл. 2). Спектры поперечных колебательных ветвей и поведение векторов поляризации в ионных кристаллах LiF и MgO мало отличаются от соответствующих зависимостей для кристаллов Ge и Si. Однако угловые зависимости коэффициентов поглощения в LiF и MgO для механизма Херринга такие же, как и в ионных кристаллах второго типа KCl и NaCl и CaF₂ (рис. 4). Хотя чистая мода λ_1 в LiF и MgO для волновых векторов, лежащих в плоскостях граней куба, является быстрой ($\lambda_1 = t_1$), как и в кристаллах Ge и Si, однако коэффициент $A_H^{\lambda_1}(\theta_1, \varphi_1)$ определяет максимальные значения поглощения, как и в кристаллах KCl, NaCl. С другой стороны, угловые зависимости коэффициентов поглощения квазипоперечных мод λ_2 в LiF и MgO для механизма Херринга имеют такой же вид, как и в кристаллах KCl, NaCl: максимумы коэффициентов $A_H^{\lambda_2}(\theta_1, 0)$ реализуются в направлениях [001], а минимумы — в направлениях [101] (рис. 2 и 4). Эти особенности коэффициентов поглощения связаны с тем, что для LiF и MgO отношение $J_1(k)C_1^2/J_2(k)C_2^2 < 1$. Поэтому угловые зависимости коэффициентов $A_H^{\lambda_2}(\theta_1, \varphi_1)$ и его максимальные значения определяются функцией $En_2^{\lambda_2}(\theta_1, \varphi_1)$, а минимальные значения — функцией $En_1^{\lambda_2}(\theta_1, \varphi_1)$ (рис. 3). Для MgO угловые зависимости коэффициентов поглощения в механизмах релаксации Херринга и Ландау–Румера имеют обратный характер:

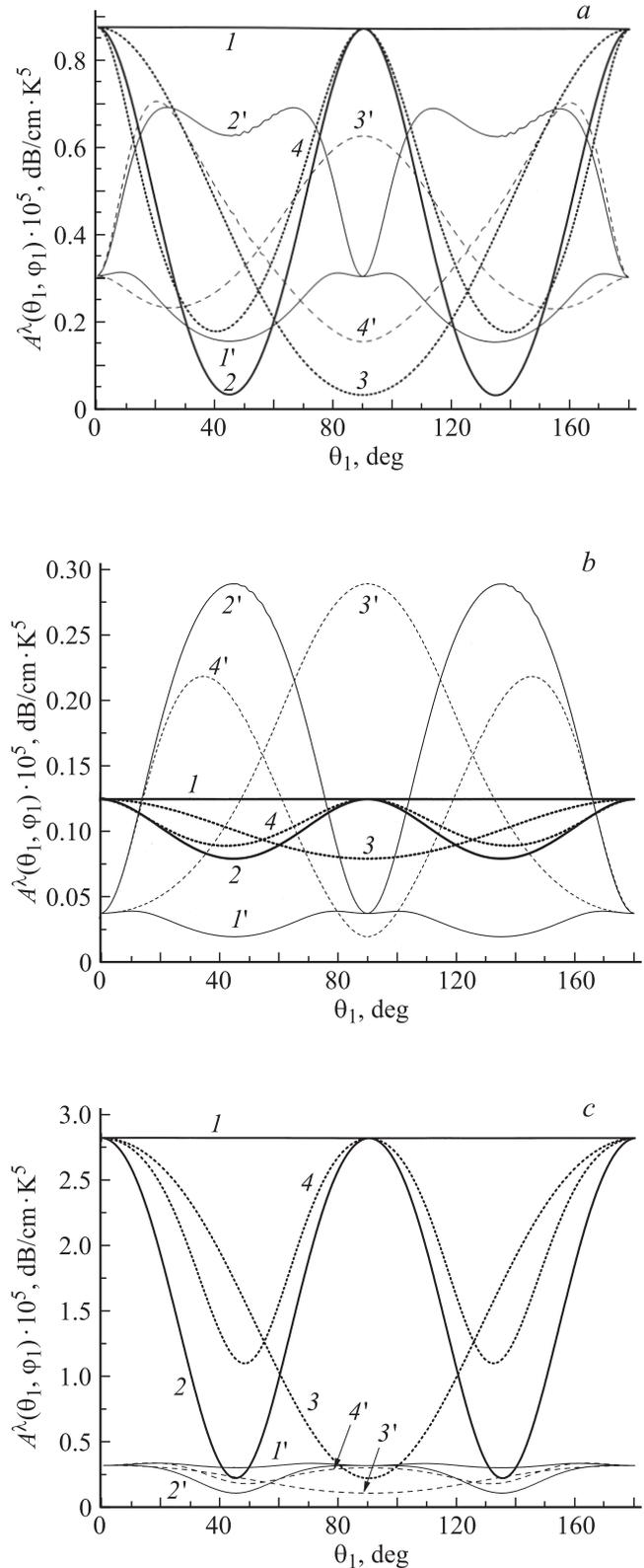


Рис. 4. Угловые зависимости коэффициентов поглощения квазипоперечного ультразвука в кристаллах LiF (a), MgO (b) и CaF₂ (c) для волновых векторов, лежащих в плоскостях граней куба (1, 1', 2, 2') и диагональных плоскостях (3, 3', 4, 4'). 1–4 — механизм Херринга, 1'–4' — механизм Ландау–Румера; 1, 1', 3, 3' — для чистых мод λ_1 , 2, 2', 4, 4' — для квазипоперечных мод λ_2 .

максимумам коэффициентов поглощения для механизма Херринга $A_H^\lambda(\theta_1, \varphi_1)$ соответствуют минимумы коэффициентов $A_{TLL}^\lambda(\theta_1, \varphi_1)$ для механизма Ландау–Румера. Для LiF угловые зависимости коэффициентов поглощения в механизме релаксации Ландау–Румера имеют более сложный вид, и такое соответствие не имеет места. Отношение величин $A_H^{\lambda_2}(0, 0)$ и $A_H^{\lambda_2}(\pi/4, 0)$ составляет 40.3 и 2.2 для LiF и MgO соответственно (табл. 3). Для остальных кристаллов первой группы это отношение меньше единицы.

Что касается кристаллов CaF₂, то угловые зависимости коэффициентов поглощения квазипоперечных мод в механизме Херринга $A_H^\lambda(\theta_1, \varphi_1)$ для них являются такими же, как и в кристаллах KCl и NaCl: коэффициент $A_H^{\lambda_1}(\theta_1, \varphi_1)$ определяет максимальные значения поглощения, максимумы коэффициентов $A_H^{\lambda_2}(\theta_1, 0)$ реализуются в направлениях [001], а минимумы — в направлениях [101] (рис. 2 и 4). Однако характер угловых зависимостей коэффициентов поглощения для механизма Ландау–Румера качественно меняется: он соответствует кристаллам первого типа (Ge, Si, алмаза и InSb). Максимальные значения коэффициентов поглощения $A_{TLL}^{\lambda_2}(\theta_1, 0)$ достигаются в кристаллографических направлениях [001], а минимальные значения — в направлениях [101] (рис. 4). Поэтому в кристаллах CaF₂ максимумам коэффициентов поглощения для механизма Херринга $A_H^\lambda(\theta_1, \varphi_1)$ соответствуют максимумы коэффициентов $A_{TLL}^\lambda(\theta_1, \varphi_1)$ для механизма Ландау–Румера. Однако анизотропия поглощения в механизме Херринга значительно больше: отношение величин $A_H^{\lambda_2}(0, 0)$ и $A_H^{\lambda_2}(\pi/4, 0)$ составляет 13.7, а отношение $A_{TLL}^{\lambda_2}(0, 0)$ и $A_{TLL}^{\lambda_2}(\pi/4, 0)$ для механизма Ландау–Румера равно 3 (табл. 3 и 4). Таким образом, особенности угловых зависимостей коэффициентов поглощения для механизмов Херринга и Ландау–Румера, обнаруженные нами в ионных кристаллах LiF, MgO и CaF, определяются главным образом соотношением между упругими модулями третьего порядка.

Рассмотрим теперь эффективность механизма релаксации Херринга по сравнению с механизмом Ландау–Румера для коэффициентов поглощения в исследованных кристаллах. Отношение коэффициентов поглощения для соответствующих механизмов релаксации равно произведению величины $R^\lambda(\theta_1, \varphi_1)$ на малый параметр $z_1 = \hbar\omega_{q_1}^\lambda/k_B T$. Значения параметра z_1 при $T = 30$ К и частотах ультразвука $\nu = 1$ GHz и $\nu = 10$ GHz равны $4.8 \cdot 10^{-3}$ и $4.8 \cdot 10^{-2}$. Как видно из табл. 5, для большинства исследованных кристаллов Ge, Si, алмаза, InSb, LiF, MgO и CaF₂ максимальные значения параметра $R^\lambda(\theta_1, \varphi_1)$ не превышают 10. Поэтому для них механизм релаксации Херринга вряд ли может играть заметную роль. Только для ионных кристаллов KCl и NaCl в направлениях [001] параметр $R^\lambda(0, 0)$ превышает два порядка величины, а для чистой моды λ_1 в направлениях [101] для KCl параметр $R^{\lambda_1}(\pi/4, 0) \cong 10^3$ (табл. 5). Поэтому механизм релаксации Херринга мо-

Таблица 5. Значения параметров $R^\lambda(\theta_1, \varphi_1)$, характеризующих отношения коэффициентов поглощения поперечного ультразвука в механизмах Херринга и Ландау–Румера для исследованных кристаллов

Кристалл	$R^\lambda(\theta_1, \varphi_1)$			
	[001]	[101] λ_1	[101] λ_2	[111]
Ge	0.024	0.037	2.21	1.18
Si	0.06	0.077	4.65	2.9
Алмаз	0.11	0.14	4.78	1.25
OnSb	1.3	1.45	5.94	6.55
MgO	4.63	8.8	0.27	0.58
LiF	4.23	8.06	0.051	0.73
KCl	455	956	2.57	4.17
NaCl	170	121	3.2	5.55
CaF ₂	9.55	10.2	2.09	6.35

жет вносить либо заметный, либо доминирующий вклад в поглощение поперечного ультразвука в этих кристаллах. Так, например, при $T = 30$ К и частотах ультразвука $\nu = 10$ GHz произведение $R^\lambda(0, 0)z_1^{\lambda_1}$ равно 7.3 и 2.7 для кристаллов KCl и NaCl соответственно, а для чистой моды λ_1 в KCl значение параметра $R^{\lambda_1}(\pi/4, 0)z_1$ равно 15. При частотах ультразвука $\nu = 1$ GHz значения коэффициентов поглощения в кристаллах KCl для обоих механизмов релаксации сравниваются.

4. Заключение

Исследованы релаксация фононов и поглощение квазипоперечного ультразвука в ангармонических процессах рассеяния Херринга и Ландау–Румера для кубических кристаллов с положительной (Ge, Si, алмаз, InSb, LiF и MgO) и отрицательной (KCl, NaCl и CaF₂) анизотропией модулей упругости второго порядка. В длинноволновом приближении рассмотрен новый механизм релаксации поперечных фононов, в котором слияние поперечного фонона с медленным порождает быстрый поперечный фонон. Показано, что для кристаллов первой группы с существенной анизотропией упругой энергии (Ge, Si, InSb, LiF и MgO) в отличие от механизма релаксации Херринга для продольных фононов возможны „аномальные“ процессы релаксации, в которых слияние медленного поперечного фонона с быстрым порождает медленный поперечный фонон. Такие процессы релаксации оказываются невозможными для всех кристаллов второй группы (KCl, NaCl и CaF₂), а также для кристаллов первой группы с малой анизотропией упругой энергии, таких как алмаз.

В модели анизотропного континуума проанализированы угловые зависимости коэффициентов поглощения ультразвука для механизмов Херринга и Ландау–Румера. Рассмотрены два наиболее актуальных случая, когда волновые векторы фононов лежат в плоскостях граней куба или в диагональных плоскостях.

Для чистых мод с волновыми векторами, лежащими в плоскостях граней куба, коэффициенты поглощения в механизме Херринга являются изотропными. Причем для кубических кристаллов первого типа Ge, Si, алмаза и InSb они имеют минимальные значения, а для кубических кристаллов второго типа KCl, NaCl и CaF₂, а также в кристаллах первого типа LiF и MgO они определяют максимальные значения поглощения. Во всех рассмотренных кристаллах, за исключением CaF₂, угловые зависимости коэффициентов поглощения для механизмов релаксации Херринга и Ландау–Румера имеют обратный характер: максимумам коэффициентов поглощения для механизма Херринга соответствуют минимумы поглощения для механизма Ландау–Румера. Для CaF₂ положения максимумов и минимумов поглощения в механизмах релаксации Херринга и Ландау–Румера совпадают. Показано, что особенности угловых зависимостей коэффициентов поглощения для ионных кристаллов LiF, MgO и CaF₂ определяются главным образом упругими модулями третьего порядка. Для рассмотренных кристаллов первой группы механизм Херринга вносит малый вклад в поглощение длинноволнового ультразвука по сравнению с вкладом механизма Ландау–Румера. Однако для кристаллов второй группы KCl и NaCl в направлениях типа [001] он может значительно превышать вклад механизма Ландау–Румера.

Авторы выражают благодарность А.П. Танкееву за обсуждение результатов работы и критические замечания.

Список литературы

- [1] В.Л. Гуревич. Кинетика фононных систем. Наука, М. (1980). 400 с.
- [2] V. Truel, C. Elbaum, V.B. Chick. Ultrasonic methods in solid state physics. Academic Press, N.Y.–London (1969). 307 p.
- [3] Дж. Такер, В. Рэмington. Гиперзвук в физике твердого тела. Мир, М. (1975). 453 с.
- [4] H.J. Maris. Phys. Acoustics **VII**, 280 (1971).
- [5] Б.М. Могилевский, А.Ф. Чудновский. Теплопроводность полупроводников. Наука, М. (1972). 536 с.
- [6] А.П. Жернов, А.В. Инюшкин. УФН **171**, 827 (2001); **172**, 573 (2002).
- [7] C. Herring. Phys. Rev. **95**, 4, 954 (1954).
- [8] S. Simons. Proc. Cambridge Phil. Soc. **53**, 6, 702 (1957).
- [9] L. Landau, J. Rumer. Sov. Phys. **11**, 1, 18 (1937).
- [10] E.P.N. Damen, D.J. Dieleman, A.F.M. Arts, H.W. de Wijn. Phys. Rev. B **64**, 174 303 (2001); E.P.N. Damen, A.F.M. Arts, H.W. de Wijn. Phys. Rev. B **59**, 349 (1999).
- [11] И.Г. Кулеев, И.И. Кулеев, И.Ю. Арапова. ФТТ **49**, 7, 1272 (2007).
- [12] I.G. Kuleyev, I.I. Kuleyev, I.Yu. Arapova. J. Phys.: Cond. Matter **19**, 406 216 (2007).
- [13] I.G. Kuleyev, I.I. Kuleyev, I.Yu. Arapova. J. Phys.: Cond. Matter **20**, 456 201 (2008).
- [14] M. Pomerantz. Phys. Rev. A **139**, 501 (1965).
- [15] J. de Klerk, P.G. Klemens. Phys. Rev. **147**, 585 (1966).
- [16] R.C. Hanson. J. Phys. C **28**, 475 (1967).
- [17] I.S. Ciccarello, K. Dransfeld. Phys. Rev. A **134**, 1517 (1964).

- [18] И.Г. Кулеев, И.И. Кулеев. ФТТ **49**, 3, 422 (2007).
- [19] И.Г. Кулеев, И.И. Кулеев. ФТТ **47**, 2, 300 (2005).
- [20] И.Н. Францевич, Ф.Ф. Воронов, С.А. Бакута. Упругие постоянные и модули упругости металлов и неметаллов. Наук. думка, Киев (1982). 355 с.