

01; 10

© 1990 г.

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЯХ С ПЛОСКОСТЬЮ СИММЕТРИИ

В. Д. Саченко, С. М. Шиморин

Методами параксиальных уравнений изучаются пространственные и временные характеристики ионно-оптических систем с плоскостью симметрии. На основании параксиальных уравнений, описывающих в приближении первого порядка отклонение заряженных частиц от осевой траектории, найдены формулы, выражающие временные и пространственные характеристики движения частиц в средней плоскости через два фундаментальных решения параксиального уравнения. Найден инвариант движения, связывающий пространственные и временные характеристики. Одним из следствий полученного инварианта является то, что в ионно-оптических системах с пространственной фокусировкой по углу временная фокусировка по углу будет иметь место в том и только том случае, если пространственная дисперсия по энергии обратится в нуль. В частности, отсюда следует вывод о том, что ИОС с двойной фокусировкой необходимо обладают также свойством временной фокусировки по углу.

Изучение свойств движения узких пучков заряженных частиц вблизи осевой траектории методами параксиальных уравнений служит предметом многих работ по электронной оптике начиная с 1948 года [1-4]. В настоящей работе этими методами исследуется важный класс ионно-оптических систем (ИОС) — системы с плоскостью симметрии. Для них дифференциальные уравнения параксиального приближения приобретают сравнительно простой вид, что позволяет подробно изучить различные ионно-оптические характеристики. Оптическая ось пучка предполагается в общем случае криволинейной. Наряду с пространственными изучаются и временные характеристики. На основе полученных параксиальных уравнений (13)—(15) выведены формулы (17)—(24), выражающие временные и пространственные характеристики движения частиц в средней плоскости через два фундаментальных решения параксиального уравнения. Найденные формулы показывают взаимосвязь пространственных и временных характеристик ИОС, выражающуюся определенным соотношением между шестью ионно-оптическими параметрами, а именно пространственными и временными дисперсиями по углу вылета, ширине источника и энергии. Из указанного соотношения вытекает ряд следствий для ИОС с пространственной и временной фокусировкой. В частности, показывается, что системы с пространственной фокусировкой по направлению обладают одновременно и временной фокусировкой по направлению в том и только том случае, когда дисперсия по энергии равна нулю.

Все полученные результаты справедливы для стационарных во времени электромагнитных полей в нерелятивистском приближении.

Пусть плоскость $z=0$ является плоскостью симметрии для электрического поля с вектором напряженности $\mathbf{E}=-\nabla\varphi$ и плоскостью антисимметрии для магнитного поля с вектором напряженности \mathbf{H} . Выберем в качестве осевой какую-либо траекторию AB заряженной частицы массой m_0 и зарядом e , целиком лежащую в средней плоскости (см. рисунок). Эту заряженную частицу мы будем называть центральной частицей. На кривой AB введем криволинейную координату ζ , совпадающую с длиной пути, пройденного центральной частицей из точки A . Пусть уравнение кривой AB имеет вид $\mathbf{R}=\mathbf{R}_0(\zeta)$. Через τ обозначим

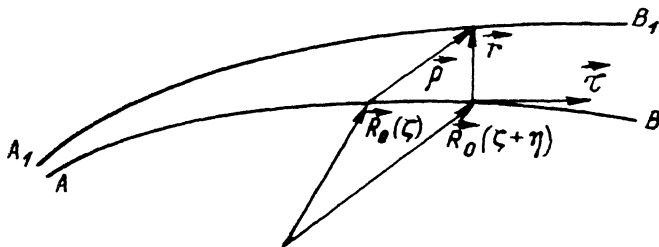
единичный касательный вектор к кривой AB . Вблизи кривой AB введем координаты ζ и \mathbf{r} равенством

$$R = R_0(\zeta) + \mathbf{r},$$

так чтобы $\mathbf{r}\tau = 0$. Наряду с центральной частицей рассмотрим другую частицу, имеющую массу

$$m_1 = \frac{m_0}{1 + \varepsilon}, \quad (1)$$

движущуюся по близкой к AB траектории A_1B_1 (см. рисунок). Ее положение на этой траектории в момент времени t будем характеризовать вектором ρ , прове-



Криволинейные координаты вблизи осевой траектории.

денным к ней из положения центральной частицы в тот же момент времени t . Заметим, что вектор ρ однозначно определяется следующими равенствами:

$$R_0(\zeta) + \rho = R_0(\zeta + \eta) + \mathbf{r}, \quad \mathbf{r}\tau(\zeta + \eta) = 0. \quad (2)$$

Отсюда следует, что смещение какой-либо частицы относительно центральной в каждый момент времени t однозначно определяется числом η и вектором \mathbf{r} , которые имеют смысл соответственно продольного и поперечного смещения.

Приведенные выше обозначения взяты из [3], где в релятивистском случае для частиц с той же массой, что и у центральной, получено выражение для функции Лагранжа в координатах η и \mathbf{r} при переходе к новой независимой переменной ζ . Так же как и в [3], мы будем считать, что единицы измерения выбраны таким образом, что $e/m_0 = 1$. В нерелятивистском приближении и для частиц с массой, отличающейся от массы центральной частицы по формуле (1), выражение для функции Лагранжа будет следующим:

$$L(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \eta, \eta', \zeta) = \frac{1}{2} \beta ((\mathbf{r}' + \tau\eta')^2 + 2(\tau\mathbf{r}' + \eta')) - \frac{1 + \varepsilon}{\beta} (\Phi + \mathbf{r}\mathbf{F}) + \frac{1 + \varepsilon}{2} (\mathbf{r} \times \mathbf{r}') \mathbf{U} + (1 + \varepsilon)(1 + \eta')(\mathbf{r} \times \tau) \mathbf{V}. \quad (3)$$

Штрихи здесь обозначают дифференцирование по переменной ζ , $\beta = \dot{\zeta}$ — скорость частицы,

$$\Phi(\xi) = \varphi(R_0(\zeta)), \quad \mathbf{F}(\mathbf{r}, \zeta) = - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\mathbf{r}\nabla_0)^k \mathbf{E}(R_0(\zeta))}{(k+1)!},$$

$$\mathbf{U}(\mathbf{r}, \zeta) = 2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+1}{(k+2)!} (\mathbf{r}\nabla_0)^k \mathbf{H}(R_0(\zeta)), \quad \mathbf{V}(\mathbf{r}, \zeta) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\mathbf{r}\nabla_0)^k \mathbf{H}(R_0(\zeta))}{(k+1)!}.$$

Здесь $(\mathbf{r}\nabla_0)^k$ означает оператор $(\mathbf{r}\nabla)^k$, взятый при $\mathbf{r} = 0$. Функции τ , Φ , \mathbf{F} , \mathbf{U} и \mathbf{V} в выражении для функции Лагранжа берутся в точке $\zeta + \eta$.

Пусть теперь $L = \sum_{k=0}^{\infty} L^{(k)}$, где $L^{(k)}$ — полином степени $k+1$ относительно переменных \mathbf{r} , \mathbf{r}' , η , η' и параметра ε . Для нахождения ионно-оптических характеристик первого порядка достаточно знать выражения для $L^{(0)}$ и $L^{(1)}$. Из

формулы (26) и (27) с учетом нерелятивистского приближения и формулы (1) мы получаем следующее:

$$L^{(0)} = \beta(\boldsymbol{\eta}' + \boldsymbol{\tau}\mathbf{r}') - \frac{1}{\beta}\Phi'\boldsymbol{\eta} + \frac{1}{\beta}\mathbf{r}\mathbf{E} + (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\tau})\mathbf{H}, \quad (4)$$

откуда мы получаем уравнение центральной траектории

$$\boldsymbol{\tau}' = \frac{1}{\beta^2}\mathbf{E}_\perp + \frac{1}{\beta}(\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{H}). \quad (5)$$

Здесь $\mathbf{E}_\perp = \mathbf{E} - \boldsymbol{\tau}(\boldsymbol{\tau}\mathbf{E})$. Далее,

$$L^{(1)} = L_{rr}^{(1)} + L_{r\eta}^{(1)} + L_{\eta\eta}^{(1)} + L_{r\epsilon}^{(1)} + L_{\eta\epsilon}^{(1)}, \quad (6)$$

$$L_{rr}^{(1)} = \frac{1}{2}\left(\beta\mathbf{r}'^2 + \frac{1}{\beta}\mathbf{r}(\mathbf{r}\nabla_0)\mathbf{E} + (\mathbf{r} \times \mathbf{r}')\mathbf{H} + (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\tau})(\mathbf{r}\nabla_0)\mathbf{H}\right),$$

$$L_{r\eta}^{(1)} = -\mathbf{r}\mathbf{D}\left(\frac{\eta}{\beta}\right)',$$

$$L_{\eta\eta}^{(1)} = \frac{1}{2}\left(\beta\eta'^2 - \frac{1}{\beta}\Phi''\eta^2\right),$$

$$L_{r\epsilon}^{(1)} = \epsilon\left(\frac{1}{\beta}\mathbf{r}\mathbf{E} + (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\tau})\mathbf{H}\right),$$

$$L_{\eta\epsilon}^{(1)} = -\frac{\epsilon}{\beta}\Phi'\eta. \quad (7)$$

Здесь $\mathbf{D} = 2\mathbf{E}_\perp + \beta(\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{H})$.

Уравнения (3)–(7) справедливы для произвольных статических электромагнитных систем. Чтобы записать их для систем с плоскостью симметрии, введем координаты вектора \mathbf{r} , связанные с этой плоскостью. Для каждой точки на кривой AB представим вектор \mathbf{r} в виде суммы

$$\mathbf{r} = d\mathbf{i}_d + z\mathbf{i}_z, \quad (8)$$

где \mathbf{i}_z — единичный вектор, направленный вдоль оси z ; \mathbf{i}_d — единичный вектор нормали к кривой AB , лежащий в средней плоскости и направленный таким образом, чтобы тройка $(\boldsymbol{\tau}, \mathbf{i}_z, \mathbf{i}_d)$ была правой.

Из того, что плоскость $z=0$ является плоскостью симметрии для \mathbf{E} и плоскостью антисимметрии для \mathbf{H} , следует, что $\mathbf{E} = E^d\mathbf{i}_d + E^\tau\boldsymbol{\tau}$ и $\mathbf{H} = H\mathbf{i}_z$ (верхние индексы d и τ означают компоненты вектора \mathbf{E} по ортам \mathbf{i}_d и $\boldsymbol{\tau}$). Из уравнений Максвелла $\text{div } \mathbf{E} = \text{rot } \mathbf{E} = 0$ и $\text{div } \mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{H} = 0$ мы получаем

$$\mathbf{H}_d = H_d\mathbf{i}_d, \quad \mathbf{H}_\tau = H_\tau\mathbf{i}_z, \quad \mathbf{H}_z = H_\tau\boldsymbol{\tau} + H_d\mathbf{i}_d, \quad (9)$$

$$\mathbf{E}_d = E_d^d\mathbf{i}_d + E_d^\tau\boldsymbol{\tau}, \quad \mathbf{E}_\tau = E_\tau^d\mathbf{i}_d + E_\tau^\tau\boldsymbol{\tau}, \quad \mathbf{E}_z = \Delta_2\varphi\mathbf{i}_z. \quad (10)$$

Здесь $\Delta_2\varphi = \varphi_{dd} + \varphi_{\tau\tau}$ — оператор Лапласа от потенциала в средней плоскости. Нижние индексы d , z и τ означают дифференцирование вдоль направлений векторов \mathbf{i}_d , \mathbf{i}_z и $\boldsymbol{\tau}$ соответственно.

С учетом соответствия (9) и (10) равенства (5) и (7) в координатах η , d , z переписуются в следующем виде:

$$\boldsymbol{\tau}' = \left(\frac{1}{\beta^2}E^d + \frac{1}{\beta}H\right)\mathbf{i}_d,$$

$$L_{rr}^{(1)} = \frac{1}{2}\left[\beta d'^2 + \beta z'^2 + \left(\frac{1}{\beta}\Delta_2\varphi - H_d\right)z^2 + \left(\frac{1}{\beta^3}(E^d)^2 + \frac{1}{\beta^2}HE^d + \frac{1}{\beta}E_d^d + H_d\right)d^2\right], \quad (11)$$

$$L_{r\eta}^{(1)} = -(2E^d + \beta H)d\left(\frac{\eta}{\beta}\right)',$$

$$L_{\eta\eta}^{(1)} = \frac{1}{2} \left(\beta \eta'^2 - \frac{1}{\beta} \Phi'' \eta^2 \right),$$

$$L_{r\varepsilon}^{(1)} = \left(\frac{1}{\beta} E^d + H \right) \varepsilon d,$$

$$L_{\eta\varepsilon}^{(1)} = -\frac{1}{\beta} \Phi' \varepsilon \eta. \quad (12)$$

Отсюда мы получаем следующие параксиальные уравнения движения:

$$\beta (\beta z')' = (\Delta_2 \varphi - \beta H_d) z, \quad (13)$$

$$\beta (\beta d')' = B d + \frac{1}{\beta^2} D (\varepsilon \Phi - C) + \varepsilon (E^d + \beta H), \quad (14)$$

$$\beta^3 \left(\frac{\eta}{\beta} \right)' = D d - \varepsilon \Phi + C. \quad (15)$$

Здесь $B = E_d^d + \beta H_d - \frac{3}{\beta^2} (E^d)^2 - \frac{3}{\beta} H E^d - H^2$, $D = 2E^d + \beta H$. Из уравнения (15), в частности, следует, что для нахождения продольного смещения достаточно знать поперечное смещение вдоль траектории в средней плоскости.

Пусть заряженная частица массой $m_1 = m_0 / (1 + \varepsilon)$ движется из точки A_1 , имеющей относительно точки A координаты d_0 и z_0 с начальной скоростью $v = (1 + \mu) \beta_0$. Обозначим через α угол между вектором ее начальной скорости и плоскостью $z=0$, а через Ψ — угол между проекцией вектора ее начальной скорости на плоскость $z=0$ и вектором τ в точке A . Тогда смещение этой частицы относительно центральной в первом приближении будет описываться уравнениями (13)–(15) с начальными данными

$$\begin{aligned} d|_{\zeta=0} &= d_0, \quad d'|_{\zeta=0} = \Psi, \quad z|_{\zeta=0} = z_0, \\ z'|_{\zeta=0} &= \alpha, \quad \left(\frac{\eta}{\beta} \right)|_{\zeta=0} = 0. \end{aligned}$$

Чтобы найти $(\eta/\beta)'|_{\zeta=0}$, продифференцируем равенства (2) по t при $\zeta=0$. Получим $(\mathbf{R}_0, \boldsymbol{\tau}) = \beta_0 (1 + \eta') - \beta_0 (\boldsymbol{\tau}', \mathbf{r}_0)$, откуда с учетом (11) получим $(\eta/\beta)'|_{\zeta=0} = (\mu/\beta_0) + (1/\beta_0^3) (E_0^d + \beta_0 H_0) d_0$. Константа C в уравнении (15), следовательно, будет равна $C = \beta_0^2 \mu + \varepsilon \Phi_0 - E_0^d d_0$.

Обозначим через $z_1(\zeta)$ и $z_2(\zeta)$ решения уравнения (13) с начальными данными

$$z_1|_{\zeta=0} = 1, \quad z_1'|_{\zeta=0} = 0, \quad z_2|_{\zeta=0} = 0, \quad z_2'|_{\zeta=0} = 1.$$

Тогда для произвольной частицы, близкой к центральной,

$$z(\zeta) = z_0 z_1(\zeta) + \alpha z_2(\zeta).$$

Пусть $\zeta = \zeta_1$ — координата приемника заряженных частиц, соответствующая моменту времени $t = t_1$. Тогда $z_1(\zeta_1)$ имеет смысл коэффициента оптического увеличения в аксиальном направлении, а $z_2(\zeta_1)$ — коэффициента вертикальной дисперсии по углу возвышения. Введем следующие обозначения для решений уравнений (14) и (15) в точке $\zeta = \zeta_1$: Δ_Ψ и A_Ψ — решения уравнений (14) и (15) при $\varepsilon = 0$ с начальными данными $d_0 = 0$, $\Psi = 1$, $\mu = 0$; Δ_d и A_d — решения уравнений (14) и (15) при $\varepsilon = 0$ с начальными данными $d_0 = 1$, $\Psi = \mu = 0$; Δ_E и A_E — решения уравнений (14) и (15) при $\varepsilon = 0$ с начальными данными $d_0 = \Psi = 0$, $\mu = 1/2$; Δ_m и A_m — решения уравнений (14) и (15) при $\varepsilon = 1$ с начальными данными $d_0 = \Psi = 0$, $\mu = 1/2$.

Величины Δ и A имеют смысл коэффициентов пространственных и временных дисперсий по углу вылета (Δ_Ψ и A_Ψ), ширине источника (Δ_d и A_d), энергии (Δ_E и A_E) и массе (Δ_m и A_m). Заметим, что условием пространственной фокусировки по углу вылета является условие $\Delta_\Psi = 0$, для временной фокусировки по углу — условие $A_\Psi = 0$. Коэффициент Δ_d является коэффициентом оптического увеличения системы, величины Δ_E и Δ_m являются коэффициентами пространственной дисперсии по энергии и массе, а величины A_E и A_m — соответствующими коэффициентами временной дисперсии.

Нашей задачей будет выразить все эти коэффициенты через два фундаментальных решения уравнения $\beta(\beta d')' = Bd$. Пусть $d_1(\zeta)$ и $d_2(\zeta)$ — решения этого уравнения с начальными данными

$$d_1|_{\zeta=0} = 1, \quad d_1'|_{\zeta=0} = 0, \quad d_2|_{\zeta=0} = 0, \quad d_2'|_{\zeta=0} = 1.$$

Тогда для любой функции $F(\zeta)$ решение $d(\zeta)$ уравнения $\beta(\beta d')' = Bd + F'$ с начальными данными $d|_{\zeta=0} = a$, $d'|_{\zeta=0} = b$ будет равно

$$d(\zeta) = ad_1(\zeta) + bd_2(\zeta) + d_F(\zeta),$$

где

$$d_F(\zeta) = \frac{1}{\beta_0} \left(d_2(\zeta) \int_0^\zeta \frac{F(\tau)}{\beta} d_1(\tau) d\tau - d_1(\zeta) \int_0^\zeta \frac{F(\tau)}{\beta} d_2(\tau) d\tau \right). \quad (16)$$

Введем некоторые предварительные обозначения

$$I_1(\zeta) = \int_0^\zeta \frac{D}{\beta^3} d_2(\tau) d\tau, \quad I_2(\zeta) = \int_0^\zeta \frac{D}{\beta^3} d_1(\tau) d\tau,$$

$$I_3(\zeta) = \int_0^\zeta \frac{D}{\beta^3} (d_2(\tau)I_1(\tau) - d_1(\tau)I_2(\tau)) d\tau, \quad I_4(\zeta) = \int_0^\zeta \frac{d\tau}{\beta^3}.$$

При $\Psi = 1$, $\varepsilon = d_0 = \mu = 0$ мы получаем $C = 0$, $d(\zeta) = d_2(\zeta)$, откуда

$$\Delta_\Psi = d_2(\zeta_1), \quad (17)$$

$$A_\Psi = I_2(\zeta). \quad (18)$$

При $d_0 = 1$, $\varepsilon = \Psi = \mu = 0$ мы получаем $C = -E_0^g$, $d(\zeta) = d_1(\zeta) + (E_0^g/\beta_0) \times (d_2(\zeta)I_1(\zeta) - d_1(\zeta)I_2(\zeta))$, откуда

$$\Delta_d = d_1(\zeta_1) + \frac{E_0^g}{\beta_0} (d_2(\zeta_1)I_1(\zeta_1) - d_1(\zeta_1)I_2(\zeta_1)), \quad (19)$$

$$A_d = I_1(\zeta_1) + \frac{E_0^g}{\beta_0} (I_3(\zeta_1) - \beta_0 I_4(\zeta_1)). \quad (20)$$

При $\mu = 1/2$, $\varepsilon = \Psi = d_0 = 0$ получаем $C = 1/2\beta_0^2$, $d(\zeta) = -(1/2)\beta_0(d_2(\zeta) \times I_1(\zeta) - d_1(\zeta)I_2(\zeta))$, откуда

$$\Delta_E = -\frac{1}{2}\beta_0(d_2(\zeta_1)I_1(\zeta_1) - d_1(\zeta_1)I_2(\zeta_1)), \quad (21)$$

$$A_E = -\frac{1}{2}\beta_0(I_3(\zeta_1) - \beta_0 I_4(\zeta_1)). \quad (22)$$

Наконец, пусть $\varepsilon = 1$, $\mu = 1/2$, $\Psi = d_0 = 0$. Тогда мы получаем $C = 1/2\beta_0^2 + \Phi_0$. Из закона сохранения энергии следует, что $\Phi - \Phi_0 = 1/2(\beta_0^2 - \beta^2)$. Поэтому

$$\beta(\beta d')' = Bd + \frac{1}{2}\beta H,$$

$$d(\zeta) = \frac{1}{2\beta_0} \left(d_2(\zeta) \int_0^\zeta H d_1(\tau) d\tau - d_1(\zeta) \int_0^\zeta H d_2(\tau) d\tau \right),$$

откуда

$$\Delta_m = \frac{1}{2\beta_0} \left(d_2(\zeta_1) \int_0^{\zeta_1} H d_1(\tau) d\tau - d_1(\zeta_1) \int_0^{\zeta_1} H d_2(\tau) d\tau \right), \quad (23)$$

$$A_m = \frac{1}{2\beta_0} \left(\int_0^{\zeta_1} \frac{D}{\beta^3} d_2(s) \int_0^s H d_1(\tau) d\tau ds - \int_0^{\zeta_1} \frac{D}{\beta^3} d_1(s) \int_0^s H d_2(\tau) d\tau ds \right) + \frac{1}{2} \int_0^{\zeta_1} \frac{ds}{\beta}. \quad (24)$$

Заметим, что

$$\frac{1}{2} \int_0^{\zeta_1} \frac{ds}{\beta} = \frac{1}{2} t_1.$$

В уравнениях (17)—(24) для дисперсий по углу, ширине источника и энергии шесть коэффициентов выражены через пять независимых параметров $d_1(\zeta_1)$, $d_2(\zeta_1)$, $I_1(\zeta_1)$, $I_2(\zeta_1)$ и $I_5 = I_3(\zeta_1) - \beta_0 I_4(\zeta_1)$. Поэтому эти шесть коэффициентов должны быть связаны между собой некоторым соотношением. Выражая $d_1(\zeta_1)$ из уравнений (19) и (21) и $I_1(\zeta_1)$ из уравнений (20) и (22) и подставляя найденные выражения в уравнение (24), мы получаем это соотношение

$$\Delta E = \frac{1}{2} \beta_0 \left(A_\Psi \left(\Delta_d + \frac{2E\beta}{\beta_0^2} \Delta_E \right) - \Delta_\Psi \left(A_d + \frac{2E\beta}{\beta_0^2} A_E \right) \right). \quad (25)$$

В системах с пространственной или временной фокусировкой по углу соотношение (25) значительно упрощается. В частности, при условии пространственной фокусировки по углу $\Delta_\Psi = 0$ получаем

$$\Delta_E = \frac{1}{2} \beta_0 \frac{A_\Psi \Delta_d}{1 - \frac{E\beta}{\beta_0} A_\Psi}. \quad (26)$$

Из этого соотношения вытекает важный частный результат, а именно в системах с пространственной фокусировкой по углу временная фокусировка по углу достигается при обязательном условии равенства нулю пространственной дисперсии по энергии. Заметим, что указанное условие выполняется в электромагнитных системах с двойной фокусировкой (фокусировкой по углу вылета и энергии). Отсюда вытекает важный вывод о том, что произвольные системы с двойной фокусировкой обладают временной фокусировкой по углу вылета. В частности, в ионно-оптических системах типа Маттауха—Герцога [5], в которых, как известно, линии фокусов по углам и энергиям совпадают, пространственно-временная фокусировка будет иметь место для всех мономассовых групп ионного пучка (т. е. во всем диапазоне линий масс-спектра). Указанный факт можно использовать для осуществления высокопрецизионного энергомасс-анализа импульсных пакетов заряженных частиц.

Выпишем другое частное следствие формулы (25), соответствующее условию временной фокусировки по углу $A_\Psi = 0$,

$$\Delta_E = \frac{1}{2} \beta_0 \Delta_\Psi \left(A_d + \frac{2E\beta}{\beta_0^2} A_E \right). \quad (27)$$

Соотношения (25)—(27) являются инвариантами параксиальных уравнений (13)—(15) и справедливы для произвольных статических электромагнитных ионно-оптических систем с плоскостью симметрии. В частности, указанные инварианты имеют место в электростатических системах с криволинейной оптической осью нашедших широкое применение в качестве энергомасс-анализаторов заряженных частиц, а также в магнитных анализаторах, используемых в масс-спектрометрии.

Список литературы

- [1] Гринберг Г. А. // Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1948. С. 530—535.
- [2] Фрейнкман Б. Г. // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 11. С. 2119—2124.
- [3] Якушев Е. М., Сепаргалиев А. А., Еленгеев А. К. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 7. С. 1291—1299.
- [4] Адилова З. Т., Якушев Е. М. // ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 3. С. 585—587.
- [5] Кельман В. М., Родникова И. В., Секунова Л. М. Статистические масс-спектрометры. Алма-Ата: Наука, 1985. 98 с.

Научно-техническое объединение
Институт аналитического приборостроения
АН СССР,
Ленинград

Поступило в Редакцию
1 ноября 1989 г.