

01; 09; 10

© 1990 г.

ДИНАМИКА ЧАСТИЦ В ЛИНЕЙНОМ ОНДУЛЯТОРНОМ УСКОРИТЕЛЕ

Э. С. Масунов

Обсуждается возможность применения магнитостатического и электростатического ондуляторов для фокусировки и ускорения заряженных частиц в высокочастотных полях. Найдены условия, при которых имеет место фокусировка и ускорение частиц в отсутствие синхронных с пучком гармоник ВЧ поля. Приведены примеры, показывающие эффективность предложенного способа фокусировки и ускорения. Рассмотрены методы повышения интенсивности ускоренных пучков.

При исследовании динамики пучка в ускорителе с магнитным ондулятором обычно основное внимание уделялось продольному движению [1, 2]. Для сгруппированных ультрарелятивистских сгустков, взаимодействующих с полем плоской световой волны в ондуляторе, эффекты поперечной дефокусировки не существенны (по крайней мере на небольшой длине). Однако при исследовании процессов группировки и ускорения пучков важным становится учет дефокусировки частиц в комбинационном поле волны и ондулятора. Это утверждение является принципиальным при рассмотрении возможности ускорения нерелятивистских или слабoreлятивистских пучков в ондуляторном ускорителе, где используются ВЧ и СВЧ поля (в «линеондуротронах»). При небольшой энергии ионов и электронов в качестве ондулятора могут быть использованы не только магнитостатические, но и электростатические периодические системы. Трехмерная динамика пучка в таком ускорителе будет определяться типом ондулятора и структурой высокочастотного поля волны.

Ниже будут рассмотрены основные особенности динамики пучка в линеондуротроне с магнитостатическим или электростатическим ондулятором. Уравнение движения частицы можно записать, используя функцию Лагранжа, так:

$$\frac{d}{dt} P = e \nabla (v \cdot A - \Phi), \quad (1)$$

где $P = p + eA$ — обобщенный импульс $A = A_b + A_0$ — суммарный вектор-потенциал высокочастотного поля и поля ондулятора, Φ — соответственно суммарный электростатический потенциал.

1. Рассмотрим вначале динамику пучка в магнитостатическом ондуляторе ($A_0 \neq 0, \Phi_0 = 0$) в случае отсутствия синхронных с пучком гармоник высокочастотного поля. Траектории отдельных частиц пучка в общем случае имеют сложный вид, но их всегда можно представить как наложение быстрых осцилляций $\tilde{r}(t)$ на медленное изменение $R_c(t)$. Соответственно импульс пучка p можно представить в виде суммы плавно меняющихся и быстро осциллирующих составляющих $p = p_c + \tilde{p}$. Проводя усреднение по быстрым осцилляциям, получим из (1)

$$\frac{d}{dt} p_c = - \frac{e^2}{2m\gamma} \nabla \langle (A_b + A_0)^2 \rangle. \quad (2)$$

С учетом вклада только основных пространственных гармоник волны и ондулятора уравнение (2) можно записать в виде ¹

$$\frac{d}{d\tau} (\gamma_e \beta_e) = - \frac{\lambda}{8\pi\gamma_e} \nabla U, \quad (3)$$

где «потенциальная функция» U равна

$$U = a_b^2 + a_0^2 + 2a_b \cdot a_0 \sin \psi. \quad (3a)$$

Здесь $a_{b,0} = (eA_{b,0})/(mc)$ — безразмерные амплитуды вектор-потенциала волны и ондулятора, $\psi = \omega \int (dz/v_e) - \tau + \psi_0$ — фаза частицы в комбинационном поле, ω — частота ВЧ поля, $\tau = \omega t$, ψ_0 — начальная фаза.

Величина приведенной скорости синхронной частицы равна

$$\beta_s^\pm = \frac{v_s^\pm}{c} = \frac{\beta_b \cdot \lambda_0}{\lambda_0 \pm \beta_b \cdot \lambda}, \quad (4)$$

где β_b и λ — соответственно приведенная фазовая скорость и длина волны ВЧ поля, λ_0 — период ондулятора.

Как видно из (3), продольная группировка и ускорение пучка возможны даже в поле поперечной TE - или TEM -волны в результате совместного воздействия на частицы пучка несинхронной гармоник ВЧ поля и поля ондулятора. Прирост энергии пучка происходит при этом за счет энергии ВЧ поля.

Если в выражении (3a) перейти от векторных потенциалов a_b и a_0 к амплитудам магнитного поля волны и ондулятора, то вместо (3a) будем иметь

$$U = b_b^2 + b_0^2 - 2b_b \cdot b_0 \sin \psi, \quad (5)$$

где $b = (eB_b \lambda)/(2\pi mc)$ и $b = (eB_0 \lambda_0)/(2\pi mc)$ — безразмерные амплитуды поперечных компонент магнитного поля волны B_b и ондулятора B_0 .

При заданных амплитудах полей прирост энергии $\Delta\gamma = \Delta W/mc^2$ на длине λ_0 будет максимальным, когда поперечные плоскости симметрии (антисимметрии) по магнитному полю ВЧ волны и ондулятора совпадают с плоскостью, вдоль которой инжектируется пучок. В этом случае для синхронной частицы

$$\Delta\gamma_s = \frac{\pi\lambda_0}{\beta_s \lambda \gamma_e} b_b \cdot b_0 \cos \psi_s, \quad (6)$$

т. е. темп ускорения пропорционален амплитудам ВЧ поля и поля ондулятора. Большой коэффициент захвата и хорошую группировку пучка можно получить, если обеспечить адиабатическое нарастание величин $b_b(z)$ и $b_0(z)$ вдоль продольной координаты при соответствующем увеличении периода ондулятора λ_0 , что необходимо для поддержания синхронизма пучка с полем комбинационной волны.

Выбор функций $b_b(z)$ и $b_0(z)$ не является независимым, так как одновременно с ускорением необходимо обеспечить поперечную фокусировку пучка. Заметим, что отдельно магнитный ондулятор с поперечными отклоняющими полями всегда можно рассматривать как устройство, обеспечивающее слалом — фокусировку частиц [3]. Поперечное ВЧ поле может как фокусировать, так и дефокусировать пучок. Комбинационное поле волны и ондулятора, ускоряя частицы в продольном направлении, дефокусирует их в поперечном. Окончательно суммарный эффект можно найти только из анализа решения уравнения (3). Как видно из (3) и (3a), равновесная траектория может существовать для всех частиц инжектируемого пучка, если в плоскости инъекции выполнено два условия

$$\nabla_{\perp} (b_b^2 + b_0^2) = 0 \text{ и } \nabla_{\perp} (b_b \cdot b_0) = 0. \quad (7)$$

В простейшем случае, когда ось магнитного ондулятора совпадает с осью ВЧ системы, а сам пучок инжектируется по оси, равенства (7) выполняются

¹ Номера этих гармоник, естественно, должны быть разными для волны и ондулятора.

автоматически. В остальных случаях равновесная траектория существует, если амплитуды полей и их поперечные градиенты связаны соотношениями

$$B_0 = \frac{\lambda}{\lambda_0} B_b \text{ и } \nabla_{\perp} B_0 = -\frac{\lambda}{\lambda_0} \nabla_{\perp} B_b. \quad (8)$$

Этот результат может быть использован при большой величине апертуры ускоряющего канала, так как позволяет инжектировать частицы вне оси, приблизив пучок к полюсам ондулятора с целью повышения эффективности ускорения [4]. Более того, если ВЧ поле и поле ондулятора имеют несколько плоскостей симметрии (аптисимметрии), то можно вне оси ускорять несколько пучков одновременно.

Равенства (7) являются необходимым, но недостаточным условием фокусировки пучка. В отсутствие резонансов поперечная устойчивость возможна только при наличии минимума «потенциальной функции» в поперечной плоскости (x, y) . Последнее условие накладывает ограничение на амплитуду ВЧ поля при выбранной величине поля ондулятора B_0 даже тогда, когда пучок инжектируется по оси [5]

$$B_b < \alpha \frac{\lambda_0}{\lambda} B_0, \quad (9)$$

где коэффициент α зависит от конкретного выбора структуры ВЧ поля и поля ондулятора, а также от величины k_s — коэффициента захвата частиц в режим ускорения.²

При получении и анализе функции U предполагалось, что в ондуляторном ускорителе используется бегущая волна ВЧ поля. Аналогичным образом можно рассмотреть случай ускорения с использованием резонаторных систем. Как показано в [5], для слаборелятивистских и нерелятивистских пучков, когда $\lambda_0 \leq \lambda$, вид «потенциальной функции» U сохраняется, только под b_s следует уже понимать амплитуду поля стоячей волны.

2. Для ускорения нерелятивистских ионных пучков использовать только магнитный ондулятор не всегда целесообразно, так как при малой скорости инжекции, когда $\beta_s = \lambda_0/\lambda \ll 1$, амплитуда поля ондулятора B_0 , согласно (8), (9), может стать слишком большой даже при умеренных значениях B_b . Чтобы уменьшить B_0 , можно использовать дополнительно внешнее неоднородное электростатическое поле, которое видоизменяет условие фокусировки пучка. В самом деле, если ввести в исходные уравнения движения дополнительно поле $E_c = -\nabla\Phi$, то после усреднения по быстрым осцилляциям из-за ВЧ поля и магнитного поля ондулятора получим уравнение, аналогичное (3), где вместо потенциальной функции (5) следует взять

$$U_{\Phi} = U + 4\gamma_c \frac{e\Phi(r)}{mc^2}. \quad (10)$$

Условие существования равновесной траектории при этом можно записать так:

$$\nabla_{\perp} (B_b^{\perp} \cdot B_0^{\perp}) = 0 \text{ и } E_c^{\perp} = \frac{e\lambda}{8\pi m \gamma} \left(1 - \frac{B_b^{\perp 2} \cdot \lambda^2}{B_0^{\perp 2} \cdot \lambda_0^2} \right) \nabla_{\perp} B_0^{\perp 2}. \quad (11)$$

Теперь фокусировка и ускорение пучка возможны, даже если $B_0 < (\lambda/\lambda_0)B_b$. Выбор функции $\Phi(r)$ должен обеспечить минимум по поперечным координатам и выполнение условия $dU/dz < 0$ для $\psi = \psi_s$.

3. До сих пор обсуждалась возможность создания ускорителя на основе магнитостатического ондулятора. Для группировки легких и даже тяжелых ионов с низкой энергией инжекции более целесообразно использовать резонансную ВЧ систему совместно с электростатическим ондулятором ($A_0 = 0$, $\Phi_0 \neq 0$). Если, как и раньше, учесть только основную пространственную гармонику потенциала ондулятора Φ_0 и векторного потенциала ВЧ поля A_s и провести усреднение исходных уравнений движения по быстрым осцилляциям, то снова приходим к уравнениям типа (3), где новая «потенциальная функция» U уже оп-

² Численные расчеты показали возможность получения $k_s \approx 0.9$. При этом величина α (как правило) порядка 1.

ределяется через безразмерную амплитуду электрического поля волны $\varepsilon_b = (eE_b\lambda)/(2\pi mc^2)$ и ондулятора $\varepsilon_0 = (eE_0\lambda)/(2\pi mc^2)$

$$U = \varepsilon_b^2 + \varepsilon_0^2 + 2\varepsilon_b \cdot \varepsilon_0 \cos \psi + 2\varepsilon_{b,z} \cdot \varepsilon_{0,z} \sin \psi. \quad (12)$$

Из этого выражения и уравнения (3) следует, что продольная группировка и ускорение частиц возможны как в поперечных ($\varepsilon^{\perp} \neq 0$), так и в продольных ($\varepsilon_z \neq 0$) полях. Причем, как и в случае магнитных ондуляторов, прирост энергии пучка происходит за счет энергии ВЧ поля.

Эффективность взаимодействия с пучком при заданных амплитудах E_b и E_0 будет максимальной, если поперечная плоскость симметрии (антисимметрии) периодического электростатического поля совпадает с плоскостью симметрии (антисимметрии) электрической компоненты ВЧ поля и является плоскостью инжекции пучка. Равновесная траектория существует как на оси, так и вне оси, если в месте инжекции выполняются условия $\nabla_{\perp}(E_b^{\perp}E_0^{\perp}) = \nabla_{\perp}(E_{b,z} \cdot E_{0,z}) = 0$,

$$\left(1 - \frac{E_b^{\perp 2}}{E_0^{\perp 2}}\right) \nabla_{\perp} E_0^{\perp 2} = -\left(1 - \frac{E_{b,z}^2}{E_{0,z}^2}\right) \nabla_{\perp} E_{0,z}^2. \quad (13)$$

Фокусировка и ускорение пучка возможны, если в плоскости инжекции U имеет минимум по поперечным координатам и $dU/dz < 0$ при $\psi = \psi_s$. При

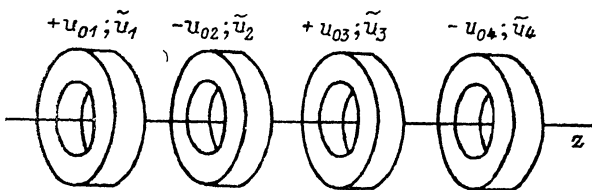


Рис. 1.

наличии у системы N плоскостей симметрии можно ускорить N пучков, если в каждой плоскости существует свой минимум U .

Отметим, что в рассматриваемом типе ускорителя высокочастотную и электростатическую ондуляторную системы иногда конструктивно удобно совместить в одном устройстве. Простейшие примеры этого приведены на рис. 1 и 2. На рис. 1 приведена последовательность тороидальных проводников, на которые подаются высокочастотные потенциалы \tilde{u}_n на частоте ω и знакопеременные электростатические потенциалы $\pm u_{0n}$. Плоскость, проходящая через ось системы, является плоскостью симметрии для E_b и E_0 . Равенство (13) выполнено автоматически на оси, где $E^{\perp} = 0$, а фокусировка для всех приаксиальных частиц имеет место, если $3E_0 \geq 2E_b$ (здесь предполагается, что сдвиг фаз ВЧ поля между соседними зазорами равен нулю).

На рис. 2 показан другой вариант ускоряющей системы. На периодическую последовательность поперечных электродов-стержней подаются высокочастотные потенциалы \tilde{u}_n на частоте ω и электростатические потенциалы $\pm u_{0n}$. У каждого электрода верхнего ряда фаза ВЧ поля сдвинута на π по отношению к фазе ВЧ поля у ближайшего электрода нижнего ряда, а разность потенциалов электростатического поля между этой парой электродов периодически меняет знак при переходе от одной пары к другой. Величины потенциалов выбраны так, что поперечная плоскость симметрии, разделяющая верхние и нижние электроды, является плоскостью антисимметрии по электрическому полю. Эта же плоскость является плоскостью инжекции, где $E_z = 0$ и условия (13) выполнены. Несложно показать, что поперечная фокусировка имеет место для всех ψ , если $2E_0 > E_b$.

Из приведенных примеров видно, что так же, как и в случае магнитного ондулятора, требование фокусировки частиц приводит к ограничению на амплитуду E_b , но в отличие от условия (9) верхняя граница уже не зависит от скорости частиц (от величины $\beta_s = v_s/c$).

4. В качестве примеров, которые позволяют оценить эффективность ускорения в линейном ускорителе, рассмотрим отдельно ускорение электронов и протонов в СВЧ и ВЧ полях.

В случае магнитного ондулятора амплитуда ускоряющего поля комбинационной волны, согласно (6), равна

$$E_{эф} = T_E \cdot E_b, \quad (14)$$

Здесь E_b — амплитуда ВЧ поля в области взаимодействия с пучком; T_E — коэффициент эффективности ускорения, который может быть выражен через амплитуду поля B_0 или приведенную скорость поперечных осцилляций $\tilde{\beta}$,

$$T_E = \frac{eB_0 \cdot \lambda_0}{4\pi mc\beta_s \gamma} = \frac{\tilde{\beta}}{2\beta_s}. \quad (15)$$

Для релятивистских электронных пучков всегда $T_E \leq 0.5$. Большие значения T_E можно получить, например, если ускорять трубчатый электронный пучок полем H_{01} волны в гладком волноводе, который помещен в периодическое поле соленоида. Равновесный радиус в этом случае находится из условия (7).

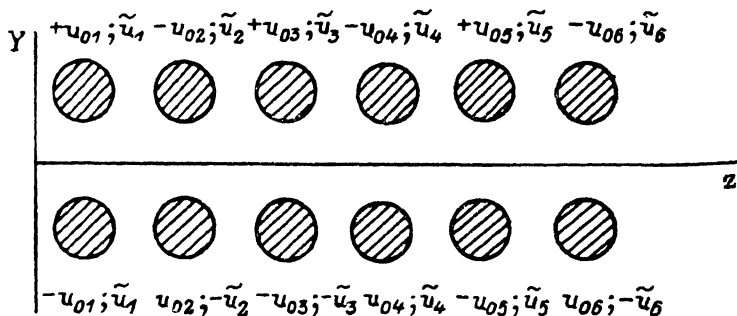


Рис. 2.

Для группировки и ускорения нерелятивистских протонов удобно использовать ВЧ резонатор на основе однородных продольных вибраторов и магнитное поле ондулятора. При $\lambda = 3$ м, $\lambda_0 = 0.045$ м имеем $\beta_s = 1.5 \cdot 10^{-2}$, что соответствует энергии инжекции $W_i = 100$ кэВ. Если $B_0 = 2$ Тл, то $E_b \leq 90$ кВ/см и максимальный прирост энергии в таком ускорителе ~ 1.4 МэВ/м. Величину E_b можно увеличить в два раза без изменения темпа ускорения, если уменьшить B_0 до 1 Тл и ввести дополнительное поперечное электростатическое поле, величина которого не превышает $E_e \approx 20 - 30$ кВ/см.

При меньшей энергии инжекции и при ускорении и группировке тяжелых ионов целесообразно применять электростатический ондулятор. Эффективная ускоряющая амплитуда теперь будет равна $E_{эф} = T_E \cdot E_b$, где, согласно (12), коэффициент T_E можно определить через амплитуду модуляции электростатического потенциала Φ_0

$$T_E = eZ\Phi_0/4W_s, \quad (16)$$

где Z — зарядность иона, W_s — кинетическая энергия частиц.

Если сравнить (15) и (16), то видно, что при фиксированных величинах амплитуд полей ондулятора T_E растет с уменьшением скорости (энергии) инжекции, а T_E не меняется.

Для рассмотренного выше случая ускорения протонов с $W_i = 100$ кэВ ту же эффективную амплитуду ускоряющего поля $E_{эф} = 1.4$ МэВ/м можно получить при $E_b = 130$ кВ/см и поле ондулятора $E_0 = 65$ кВ/см. Ограничение на E_b не зависит от скорости инжекции. Если уменьшить скорость инжекции в два раза, то при тех же E_b и E_0 темп ускорения будет в два раза больше.

5. Из приведенных примеров видно, что использование электростатических и магнитостатических ондуляторов для ускорения и фокусировки электронных и ионных пучков весьма перспективно. Действительно, во-первых, существенно

облегчается решение вопроса разработки и создания высокочастотной системы линеондотрона, где поперечная фокусировка и продольное ускорение частиц возможны в отсутствие синхронных гармоник ВЧ поля, т. е. без использования специальных замедляющих систем. Во-вторых, только за счет изменения амплитуды и периода статического поля ондулятора удается обеспечить эффективную продольную группировку и большой коэффициент захвата частиц пучка. При этом не возникает серьезных проблем, связанных с настройкой и согласованием ВЧ системы, так как ее можно сделать однородной. Наконец, большие возможности открываются при использовании линеондотрона для ускорения компенсированных пучков, состоящих из частиц с одинаковым отношением Z/m , но с противоположным знаком заряда (например, смесь H^+ и H^-). Как видно из (3), (3а) и (12), величина фазы синхронной частицы ψ_s не зависит от знака заряда, поэтому в одном и том же сгустке ускоряются положительно и отрицательно заряженные частицы. В связи с этим при инжекции компенсированного пучка в такой ускоритель не возникнет трудностей, связанных с ограничением интенсивности из-за величины пространственного заряда.

Список литературы

- [1] *Palmer P. B.* // J. Appl. Phys. 1972. Vol. 43. N 4. P. 3014—3018.
- [2] *Бессонов Е. Г., Серов А. В.* Препринт ФИАН. № 87. М., 1980.
- [3] *Кириштейн П. Т., Кайно Г. С., Уотерс У. Е.* Формирование электронных пучков. М.: Мир, 1970. 600 с.
- [4] АС. № 1358115. Способ фокусировки и ускорения заряженных частиц. БИ. 1987. № 45. 244 с.
- [5] *Масунов Э. С.* // Тр. X Всесоюз. совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1987. Т. 1. С. 379—381.

Московский
инженерно-физический институт

Поступило в Редакцию
6 февраля 1989 г.
В окончательной редакции
14 ноября 1989 г.