1990 ЖУРНАЛ ТЕХНИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ Том 60, в. 7
1990 JOURNAL TECHNICAL PHYSICS Vol. 60, N 7

05; 10; 12

«ОТБОР» ЧАСТИЦ ПО КРИТЕРИЮ «МАЛЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПОТЕРЬ» В КРИСТАЛЛЕ

Н. А. Кудряшов, С. В. Петровский, В. М. Самсонов, М. Н. Стриханов

Предложено кинетическое уравнение, описывающее распределение потерь энергии быстрых заряженных частиц в кристалле с учетом многократного рассеяния в поле атомных плоскостей. Выбран алгоритм решения и численно рассчитаны распределения ионизационных потерь для релятивистских протонных пучков. Показано, что для узкого пучка при влете под углами $\Theta_0 > \Theta_L$ (где Θ_L — критический угол Линдхарда) распределение ионизационных потерь с хорошей точностью совпадает с распределением Ландау. При влете под малыми углами $\Theta_0 < \Theta_L$ максимум распределения ионизационных потерь значительно смещен в область малых потерь. Для широкого пучка получена характерная «структура», соответствующая вкладу каналированных частиц. Рассмотрена также важная в приложениях задача «отбора» частиц по критерию «малых ионизационных потерь».

Как показали эксперименты CERN [1], ОИЯИ [2], ЛИЯФ [3], Fermilab [4], методика измерения энергетических потерь является эффективным способом определения поперечного состояния быстрых заряженных частиц в кристаллах, что необходимо для идентификации повернутой части пучка с помощью изогнутого кристалла [5].

Для расчета энергетических потерь в тонких слоях аморфного вещества в настоящее время используется теория Ландау [6]. Эта теория, однако, неприменима для кристаллов и не объясняет результаты экспериментов [1–4], когда пучок влетает почти вдоль одной из главных кристаллографических осей или плоскостей кристалла.

В данной работе впервые предложено кинетическое уравнение, описывающее потери энергии БЗЧ в кристалле с учетом многократного рассеяния в поле атомных плоскостей. Численно рассчитаны распределения энергетических потерь для релятивистских протонных пучков, влетающих под малыми углами к кристаллографическим плоскостям кремния. Показано, что для узких пучков $\Delta\Theta_0 < \Theta_L$ (где Θ_L — критический угол Линдхарда) при влете под углами $\Theta_0 > \Theta_L$ распределение энергетических потерь с хорошей точностью совпадает с распределением Ландау [6]. При влете под малыми углами $\Theta_0 < \Theta_L$ максимум распределения потерянной энергии значительно смещен в область малых потерь. На основе разработанного численного алгоритма рассмотрена задача «отбора» частиц по критерию «малых энергетических потерь» и проведены сравнения с экспериментами ЛИЯФ и Fermilab.

Уравнение Больцмана для функции распределения (ФР) БЗЧ в поле плоскостей кристалла имеет вид

$$\frac{\partial f(t,\ p_x,\ \Delta,\ x)}{\partial t}+v_x\frac{\partial f}{\partial x}+F_x\frac{\partial f}{\partial p_x}=I^e_{st}+I^i_{st}, \tag{1}$$

где t — время (глубина); x — поперечная к плоскостям координата; p_x, v_x — локальные поперечные импульс и скорость; $F_x=-\partial U/\partial x$ — поперечная сила; $U(x)$ — потенциал атомных плоскостей; $\Delta=E-E'$ — потери энергии.

Интеграл столкновений представим в виде суммы упругой и неупругой частей [7], причем в упругой части можно произвести стандартное разложение по передаваемым импульсам;

$$I_{st} \approx \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial p_x^2} [\langle q_x^2 (x) \rangle f (t, p_x, \Delta, x)],$$

где

$$q_x^2 = \frac{1}{2} v p^2 \langle \Delta\Theta^2/\Delta s \rangle, \langle \Delta\Theta^2 (x)/\Delta s \rangle$$

— средний квадрат угла многократного рассеяния в кристалле, равный сумме вкладов от рассеяния на колеблющихся ядрах и электронах кристалла [8].

Перейдем в (1) к новой переменной — поперечной энергии $E_\perp = p_x^2/2E + U(x)$ (адиабатический инвариант). Предполагая выполненным условие статистического равновесия Линдхарда, представим ФР в виде

$$f (t, p_x, \Delta, x) \, dp_x = \Phi (t, E_\perp, \Delta) \frac{d}{T (E_\perp) v_x (x, E_\perp)} dE_\perp, \tag{2}$$

где $\Phi (t, E_\perp, \Delta)$ — ФР по поперечным энергиям; d — межплоскостное расстояние; $v_x (x, E_\perp) = \sqrt{(2/E) [E_\perp - U (x)]}$ — поперечная скорость; $T (E_\perp) = \int dx/v_x (x, E_\perp)$ — период движения.

Для $\Phi (t, E_\perp, \Delta)$ можно получить из (1) уравнение

$$\frac{\partial \Phi (t, E_\perp, \Delta)}{v dt} = \frac{1}{2v} \frac{\partial}{\partial E_\perp} D (E_\perp) \frac{\partial}{\partial E_\perp} \left[\frac{\Phi (t, E_\perp, \Delta)}{T (E_\perp)} \right] - \varkappa (E_\perp) \frac{\partial \Phi}{\partial \Delta} + \int d\varepsilon w (\varepsilon, E_\perp) \left[\Phi |_{\Delta - \varepsilon} - \Phi |_\Delta + \varepsilon \frac{\partial \Phi}{\partial \Delta} \Big|_\Delta \right]. \tag{3}$$

Уравнение (3) выведено для тонкого кристалла, когда потери энергии малы и можно пренебречь зависимостью соответствующих коэффициентов от полной энергии частицы. Заметим, что обычно удобно выделить в уравнение «средние потери» на единицу пути (эффективное торможение) $\varkappa (E_\perp)$, что и сделано в (3). Уравнение (3) без первого слагаемого в правой части совпадает с уравнением Ландау [6]. В пренебрежении потерями энергии (опуская два последних слагаемых в правой части (3)), имеем уравнение, описывающее диффузию частиц по поперечным энергиям вследствие многократного рассеяния в поле плоскостей кристалла [9], причем $D (E_\perp)$ — коэффициент диффузии по поперечным энергиям.

Для частицы с поперечной энергией $E_\perp$ методами квантовой электродинамики можно получить следующее выражение для эффективного торможения:

$$\varkappa (E_\perp) = \frac{2\pi Z_1^2 e^4}{m v^2} \left\{ [\rho_e^{am} + \rho_e (E_\perp)] \cdot \left[\ln \left(\frac{2 m v^2 \gamma^2}{I} \right) - \beta^2 \right] + C (E_\perp) - \rho_e^{am} \delta \right\}, \tag{4}$$

где m — масса электрона; Z_1 — заряд частицы; ρ_e^{am} — средняя электронная плотность в кристалле; γ — релятивистский фактор; $\beta = v/c$, c — скорость света; I — ионизационный потенциал; δ — поправка на эффект плотности;

$$\rho_e (E_\perp) = \frac{1}{T (E_\perp)} \int \frac{dx}{v_x (x, E_\perp)} \rho_e (x) \tag{5}$$

— электронная плотность в кристалле, усредненная вдоль траектории частицы с поперечной энергией $E_\perp$;

$$C (E_\perp) = \frac{1}{T (E_т)} \int \frac{dx}{v_x (x, E_\perp)} \left[\sum_{k_x \neq 0} \rho_e (k_x) e^{i k_x x} \ln \left(\frac{2mI}{\hbar^2 k_x^2} \right) \right]$$

— функция, введенная в [10] и учитывающая «Umklapp»-процессы.

Заметим, что формула (4) соответствует усреднению вдоль траектории частицы эффективного торможения, приведенного в [1].

Рассматривая не слишком малые потери энергии $\varepsilon \gg (\varepsilon_{ат}, \hbar^2/(2mR^2))$ (где $\varepsilon_{ат}$ — характерная величина энергии связи атомных электронов, R — радиус экранирования атомов), имеем с хорошей точностью

$$w(\varepsilon, E_\perp) = \frac{2\pi Z_1^2 e^4}{mv^2} \rho_e(E_\perp) \frac{1}{\varepsilon^2}. \tag{6}$$

Заметим, что при $E_\perp \gg U$ имеем $\rho_e(E_\perp) \approx \rho_e^{am}$ — и формулы (4), (6) совпадают с известными выражениями для аморфной среды.

Нетрудно видеть, что в интеграле уравнения (3) эффективны значения $\varepsilon_{eff} \sim \Delta$. В свою очередь наиболее вероятные значения потерь $\Delta_{m.p}$ растут с толщиной кристалла [6], составляя, например, для экспериментов [1-4] величины порядка 0.2—10 МэВ. Таким образом, исключая из рассмотрения ультратонкие кристаллы, можно считать необходимое условие на ε выполненным и использовать формулу (6).

Начальное условие для уравнения (3) имеет вид

$$\Phi(t=0, E_\perp, \Delta) = f_{in}(E_\perp)\,\delta(\Delta), \tag{7}$$

где $f_{in}(E_\perp)$ — начальное распределение по поперечным энергиям: дельта-функция отвечает начальной многоэнергетичности пучка.

Решение уравнения (3) имеет наиболее простой вид для «долгоживущих» состояний с малой поперечной энергией $E_\perp$, когда длина деканалирования больше толщины кристалла. Получаем в этом случае

$$\Phi(t, E_\perp, \Delta) = \frac{f_{in}(E_\perp)}{\xi(t, E_\perp)} \varphi_L(\tilde{\lambda}(E_\perp)), \tag{8}$$

где $\xi(t, E_\perp) = (2\pi Z_1^2 e^4/mv^2)\, \rho_e(E_\perp)(vt)$; $\varphi_L(\lambda)$ — универсальная функция Ландау [6], аргумент которой равен

$$\tilde{\lambda}(E_\perp) = \frac{\Delta}{\xi} - \frac{1}{\tilde{\rho}_e(E_\perp)}\left[\ln\left(\frac{2m\gamma^2 v^2}{I}\right) - \beta^2 + \right.$$

$$\left. + \tilde{C}(E_\perp) - \delta\right] - \ln\left(\frac{\xi}{I}\right) - 0.423. \tag{9}$$

Здесь $\tilde{\rho}_e(E_\perp) = \rho_e(E_\perp)/\rho_e^{am}$; $\tilde{C}(E_\perp) = C(E_\perp)/\rho_e^{am}$. Максимум функции Ландау находится при $\lambda_m = -0.225$, «ширина» распределения Ландау (FWHM) равна $\Delta\lambda_{1/2} \approx 4.02$. Отсюда можно определить «наиболее вероятные» потери и «страгглинг» потерь.

Следует отметить, что даже для пучков с малой угловой шириной начальное распределение по поперечным энергиям $f_{in}(E_\perp)$ достаточно «широкое», т. е. в нем имеются «короткоживущие» состояния с $E_\perp \sim U_0$, для которых решение (8) неприменимо. Поэтому в данной работе интегродифференциальное уравнение (3) с начальным условием (7) решалось численно локально-одномерным разностным методом.

На рис. 1 приведены распределения энергетических потерь

$$\xi(\Delta, t) = \int dE_\perp \Phi(t, E_\perp, \Delta)$$

для узкого пучка протонов (угловая ширина $\Delta\Theta_0 = 0.25\,\Theta_L$) с импульсами $p = 15$ ГэВ/с, влетающего под углами $\Theta_0/\Theta_L = 5$, 1.0, 0.5, 0 к (100) плоскости кристалла Si толщиной 0.9 мм. При $\Theta_0/\Theta_L = 5$ (кривая *1*) получаем распределение, с хорошей точностью совпадающее с распределением Ландау [6]. При $\Theta_0/\Theta_L = 0.5$ (кривая *3*) имеем два пика, отвечающих каналированным и неканалированным частицам. При $\Theta_0/\Theta_L = 1$ (кривая *2*), максимум потерь смещен несколько правее, чем следует из теории Ландау, что связано с вкладом «зависающих» над плоскостями частиц с $E_\perp \approx U_0$, имеющих несколько большие потери. При $\Theta_0 = 0$ (кривая *4*) максимум распределения значительно смещен влево (аномально малые потери каналированных частиц).

На рис. 2 представлены распределения энергетических потерь для «широкого» протонного пучка $\Delta\Theta_0=0.05$ мрад с импульсами 15 ГэВ/с при влете вдоль (110) плоскости кристалла Si толщиной 0.9 мм с учетом отбора частиц с малыми углами вылета к плоскостям $\Theta_{\text{out}}=0.05$ мрад

$$\xi_*(\Delta,\ t)=\int dE_\perp \Phi(t,\ E_\perp,\ \Delta)\,\eta(E_\perp),$$

где

$$\eta(E_\perp)=\frac{1}{T(E_\perp)}\int\limits_{v_x/v\leqslant\Theta_{\text{out}}} dx/v_x(x,\ E_\perp)$$

— доля частиц с поперечной энергией $E_\perp$, удовлетворяющих критерию углового отбора.

Штриховой кривой обозначен эксперимент [1], сплошная — теория.

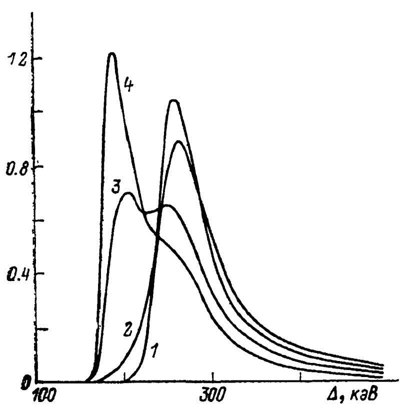

Рис. 1.

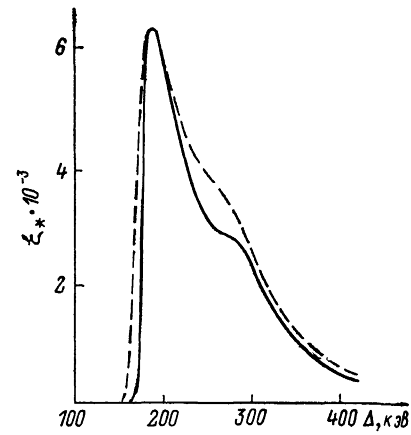

Рис. 2.

Отбор по критерию «малых энергетических потерь»

В экспериментах [2, 3, 10] отбор «хорошо каналированных» частиц осуществлялся по критерию «малых ионизационных потерь». Проиллюстрируем схему расчетов на примере кристалла с двумя детекторами типа «живая мишень» [1]. Первый детектор отбирает частицы, потери которых расположены в заданном интервале $\Delta_1\leqslant\Delta\leqslant\Delta_2$. Затем распределение потерь отобранных частиц анализируется вторым детектором.

В области $z_1\leqslant vt\leqslant z_2$ необходимо сформировать функции заселенности поперечных состояний $f_{\text{in}}(E_\perp)$ (см. (7)) перед влетом во второй детектор. Для этого в области первого детектора необходимо решить уравнение (3), затем «вырезать энергетическое окно»

$$\tilde{f}_{\text{in}}(E_\perp)=\int\limits_{\Delta_1}^{\Delta_2} d\Delta\Phi(t,\ E_\perp,\ \Delta).$$

В области $z_2\leqslant vt\leqslant z_3$ надо учесть эволюцию функции распределения по поперечным энергиям, т. е. решить соответствующее кинетическое уравнение [9] с начальным условием $\tilde{f}_{\text{in}}(E_\perp)$. Полученную таким образом функцию распределения по поперечным распределениям следует учитывать в формуле (7) как «начальное» распределение по поперечным энергиям перед влетом во второй детектор. На рис. 3 приведено сравнение предложенной теории с экспериментом [11] для распределений энергетических потерь во втором детекторе в случае широкого пучка протонов с энергией 200 ГэВ, влетающего вдоль (110) плоскости Si, для всех частиц пучка (кривая *1*), для частиц, имеющих малые энергетические потери в первом детекторе (кривая 2). Сплошные кривые — эксперимент [11], штриховые кривые — расчет.

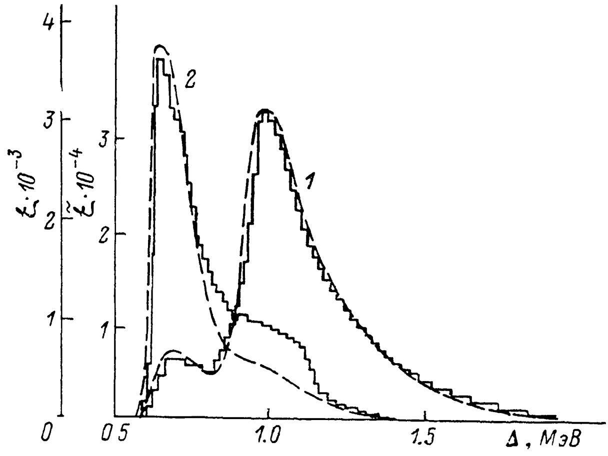

Рис. 3.

В изогнутом кристалле (ИК) удобно пучок частиц разделить на каналированную и неканалированную фракции. Для каналированных частиц справедливо прежнее уравнение (3), где, однако, надо полагать $E_\perp < \varepsilon_c$ (ε_c — критическая поперечная энергия связанного движения в поле изогнутых плоскостей), т. е. в потенциале $U_{\text{эф}}(x) = U(x) - pvx/R$ (R — радиус изгиба кристалла) [5].

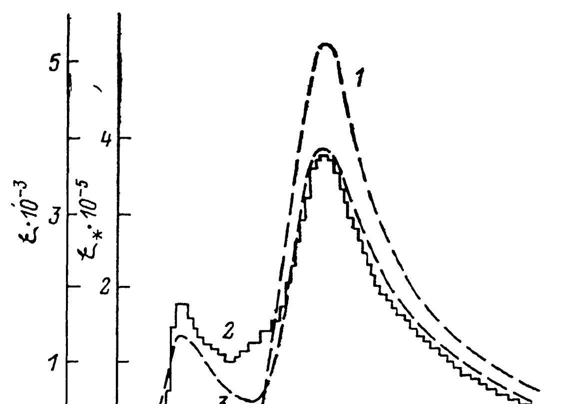

Рис. 4.

Для неканалированных частиц переходим в (1) к переменным $(t,\ p'_\perp,\ \Delta,\ x)$, где $p'_\perp = \sqrt{2EE'_\perp}$, $E'_\perp = p_2^x/2E + U(x)$ — поперечная энергия в «прямом кристалле». Аналогично приведенному выше выводу получаем следующее уравнение для ФР неканалированных частиц [12]:

$$\frac{\partial \Phi_2(t,\ p'_\perp,\ \Delta)}{v\partial t} + \frac{pd}{R}\frac{\partial}{\partial p'_\perp}\left(\frac{\Phi_2}{v'_\perp T_2(E'_\perp)}\right) = \frac{\partial}{\partial p'_\perp}\frac{D_2(E_\perp)}{v'_\perp}\frac{\partial}{\partial p'_\perp}\left(\frac{\Phi_2}{v'_\perp T_2}\right)\Bigg\} - \varkappa_2(E'_\perp) \times$$

$$\times \frac{\partial \Phi_2}{\partial \Delta} + \int d\varepsilon w_2(\varepsilon,\ E'_\perp)\left[\Phi_2|_{\Delta-\varepsilon} - \Phi_2|_\Delta + \varepsilon \frac{\partial \Phi_2}{\partial \Delta}\Bigg|_\Delta\right],$$

где $v'_\perp = p'_\perp/p$, а величины $T_2(E'_\perp)$, $D_2(E'_\perp)$, $\varkappa_2(E'_\perp)$, $w_2(\varepsilon,\ E'_\perp)$ могут быть получены из соответствующих величин для каналированных частиц $T_1(E_\perp)$, $D_1(E_\perp)$,

$\varkappa_1(E_\perp)$, $w_1(\varepsilon, E_\perp)$ заменой $E_\perp \to E'_\perp$, $U_{эф} \to U$ и промежутка интегрирования $[x_1, x_2] \to [0, d]$ (где $x_{1,2}$ — классические точки поворота).

Для учета обмена частицами между каналированной и неканалированной фракциями пучка необходимо соответствующим образом сшить ФР и потоки каналированных и неканалированных частиц.

На рис. 4 приведены распределения энергетических потерь в детекторе 3 [3] для широкого $\Delta\Theta_0=44$ мрад протонного пучка ($E_{кин}=1$ ГэВ) в ИК кремния (изгибалась (111) плоскость; $R=46$ см) для всех частиц пучка (кривая *1*) и для частиц, имеющих «малые энергетические потери» (0.74 от «нормальных») в детекторе 2 (кривые *2*, *3*, сплошная кривая — эксперимент [3], штриховая кривая — теория). Так как длина деканалирования в рассматриваемом случае сравнительно низкой энергии ($l_g \approx 1.2$ мм [3]) меньше, чем расстояние между детекторами, то значительная часть протонов успевает деканалировать в области между двумя детекторами, что приводит к относительно большой доле «нормальных» потерь на кривых *2*, *3*. В этом отличие от случая протонного пучка высокой энергии (рис. 3), где после «отбора» доля частиц с «нормальными» потерями весьма мала.

Список литературы

[1] *Esbensen H., Fich O., Golovchenko J. A.* et al. // Phys. Rev. 1978. Vol. 18B. N 3. P. 1039–1054.
[2] *Водопьянов А. С., Головатюк В. М., Елишев А. Ф.* и др. // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 30. Вып. 7. С. 474—478.
[3] *Андреев В. А., Баублис В. В., Дамаскинский А.* // Письма в ЖЭТФ. 1982. Т. 36. Вып. 9. С. 340—343.
[4] *Hasan M., Kanofsky A. S., Allen R.* et al. // Phys. Rev. 1983. Vol. 27A. N 1. P. 395—407.
[5] *Сумбаев О. И.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 11. С. 2067—2077.
[6] *Ландау Л. Д.* Собрание научных трудов. М.: Наука, 1969. Т. 1. 452 с.
[7] *Росси Б.* Частицы больших энергий. М.: Гостехтеориздат, 1955. 430 с.
[8] *Kitagawa M., Ohtsuki Y. H.* // Phys. Rev. 1973. Vol. 8B. N 7. P. 3117—3123.
[9] *Белошицкий В. В., Кумахов М. А.* // ДАН СССР. 1973. Т. 221. № 4. С. 846—849.
[10] *Esbensen H., Golovchenko J. A.* // Nucl. Phys. 1978. Vol. 298A. N 1. P. 382—396.
[11] *Forster J. C.* // Relativistic Channeling. New York, 1987. P. 39—56.
[12] *Кудряшов Н. А., Петровский С. В., Стриханов М. Н.* // ЯФ. 1988. Т. 48. Вып. 3. С. 666—669.

Московский инженерно-физический институт

Поступило в Редакцию 17 апреля 1989 г.